

УДК 621.318

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБУЕМОЙ ПОНДЕРОМОТОРНОЙ СИЛЫ ПРИ СЕПАРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ШКИВАМИ

М. В. Загирняк, В. П. Ляшенко

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua

Дамиян Милявец

Университет Любляны

ул. Царска, 25, г. Любляна, 1000, Словения. E-mail: miljavec@fe.uni-lj.si

Рассмотрены переносное и относительное движения извлекаемого тела при магнитной сепарации электромагнитным шкивом. Получены выражения для переносной скорости и уравнение траектории извлекаемого тела. Выведена формула для расчета необходимой извлекающей (пондеромоторной) силы по известным параметрам, описывающим исходные условия извлечения.

Ключевые слова: пондеромоторная сила, электромагнитный шкив, движение сыпучего материала.

РОЗРАХУНОК НЕОБХІДНОЇ ПОНДЕРОМОТОРНОЇ СИЛИ ПРИ СЕПАРАЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ ШКІВАМИ

М. В. Загирняк, В. П. Ляшенко

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua

Даміян Мілявец

Університет Любляни

вул. Царська, 25, м. Любляна, 1000, Словенія. E-mail: miljavec@fe.uni-lj.si

Розглянуто переносний і відносний рух тіла, що виокремлюється при магнітній сепарації електромагнітним шківом. Отримано вирази для переносної швидкості та рівняння траєкторії тіла, що виокремлюється. Виведена формула для розрахунку необхідної виокремлюючої (пондеромоторної) сили за відомими параметрами, що описують вихідні умови виокремлення.

Ключові слова: пондеромоторна сила, електромагнітний шків, рух сыпучого матеріалу.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. При проектировании электромагнитных систем шкивных железотделителей, предназначенных для удаления нежелательных ферромагнитных включений из потока сыпучего материала, основным исходным параметром является пондеромоторная сила магнитного поля, необходимая и достаточная для обеспечения извлечения.

В инженерной практике определение необходимой пондеромоторной силы производится либо на основе данных промышленной эксплуатации [1], что трудоемко и не всегда обеспечивает требуемую точность, либо на основе решения в самом общем виде уравнений динамики движения ферромагнитного тела в рабочей зоне сепаратора, приводящее к значительным трудностям и существенно ограничивающим практическую применимость метода [2].

Целью данной работы является определение необходимой пондеромоторной силы магнитного поля электромагнитного шкива путем решения уравнений динамики извлекаемого тела в рабочей зоне с учетом реальных условий движения по времени и расстоянию, обусловленных наличием силы сопротивления движению тела в сыпучей среде.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Определение переносного и относительного движений извлекаемого тела. На рис. 1 представлена схема сепарации сыпучего материала электромагнитным шкивным сепаратором.

В процессе сепарации тело участвует в переносном движении вместе с сыпучим материалом при его сбрасывании со шкива и, в то же время, под действием пондеромоторной магнитной силы движется

относительно сыпучего материала к центру шкива по линии действия извлекающей силы.

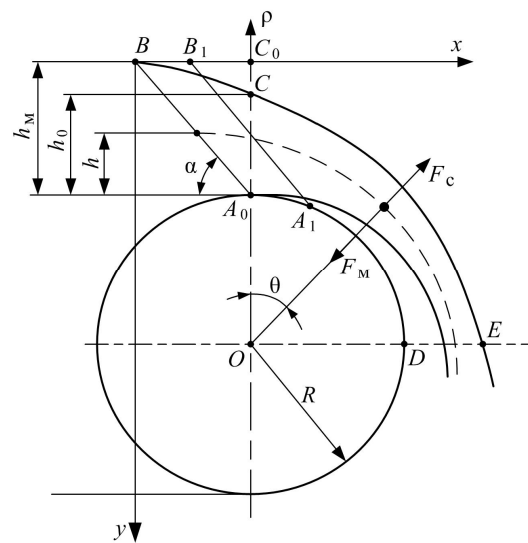


Рисунок 1 – Схема сепарации сыпучего материала электромагнитным шкивным сепаратором

Для определения *переносного движения* рассмотрим процесс ссыпания материала со шкива. При нулевой скорости транспортной ленты положение нижней точки сыпучего материала на шкиве (точка A_1 , рис. 1) задается углом трения материала частицы по ленте транспортера [3]. Выше точки A_1 материал располагается под углом естественного откоса, образуя линию A_1B_1 . Движение транспортной ленты изменяет условие равновесия мате-

риала на шкиве, и начало линии естественного откоса будет лежать между точками A_0 и A_1 . При реальных значениях параметров электромагнитных шкивов и скорости конвейера положение нижней точки ссыпания будет совпадать с точкой A_0 , и линию A_0B , расположенную под углом \bar{b} естественного откоса (рис. 1), можно принять за линию сбрасывания материала со шкива. В результате форма потока материала и его скоростные параметры определяются траекториями частиц, начинающих свое движение с линии A_0B под действием силы тяжести с начальной горизонтальной скоростью равной скорости $V_{л}$ транспортера, и нулевой начальной вертикальной скоростью. На вертикальной оси C_0O получим наблюдающееся и на практике уменьшение толщины слоя сыпучего материала по сравнению с толщиной h_m слоя материала на ленте. Так как верхняя граница потока в начале ссыпаемой струи образована параболой, то уменьшенная высота h_0 слоя по оси C_0O (рис. 1) определяется как

$$h_0 = h_m - 0,5g(h_m ctg\alpha / V_{л})^2, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения.

Переносное движение извлекаемого тела будем рассматривать в координатах ρ, θ (рис. 1). Тогда составляющая переносной скорости по координате и

$$V_{\theta} = d\theta/dt = V_{л}\rho^{-1}(\cos\theta + V_y V_{л}^{-1} \sin\theta), \quad (2)$$

где $V_{л}$ – горизонтальная скорость транспортной ленты, равная составляющей скорости частиц потока по координате x в декартовых координатах x, y (рис. 1); V_y – вертикальная составляющая скорости частиц потока.

Непосредственное использование (2) для практических расчетов затруднительно. В тоже время, очевидно, что увеличение скорости V_{θ} приводит к ухудшению условий извлечения из-за уменьшения времени пребывания тела в зоне магнитного поля шкива и обуславливает соответствующее увеличение необходимой извлекающей пондеромоторной силы. Поэтому, если при расчетах принять завышенную оценку для V_{θ} , то это даст завышенное значение необходимой силы и соответственно повысит надежность извлечения. Завышенная оценка V_{θ} может быть получена, если в (2) принять V_y максимальной, т.е. равной вертикальной скорости частицы потока, начинающей свое движение из точки B (рис. 1):

$$V_y = \sqrt{2gy}. \quad (3)$$

Так как извлечение ферромагнитного тела считается обеспеченным, если оно, начавшись в точке C с наилучшими условиями для извлечения, закончится в точке D (рис. 1) [2], то для переносного движения потока сыпучего материала в (2) имеем изменение координаты и от нуля до $\pi/2$. Соответствующее из-

менение V_y составит от $\sqrt{2g(h_m - h_0)}$ до $\sqrt{2g(R + h_m)}$, где R – радиус шкива. При таком изменении θ и V_y для реальных геометрических параметров шкива [2] и $V_{л} = 2$ м/с (чаще всего имеющей место на практике) в (2) выражение в круглых скобках может быть заменено некоторой константой, определяемой как среднее интегральное от выражения $\cos\theta + \sin\theta V_y/V_{л}$ при $\theta = [0; \pi/2]$ и линейной аппроксимации V_y в указанных выше пределах. В результате этого будем иметь

$$V_{\theta} = K_c V_{л} / \rho, \quad (4)$$

где константа

$$K_c = [1 + (\pi - 2)\pi^{-1}\sqrt{2g(h_m - h_0)}V_{л}^{-1} + 2\pi^{-1}\sqrt{2g(R + h_m)}V_{л}^{-1}]0,5\pi \quad (5)$$

Перейдем теперь к определению *относительного движения* по координате s , происходящего с некоторым сопротивлением среды. Поскольку процесс сепарации в рассматриваемом случае происходит с нулевой начальной скоростью извлекаемого тела относительно среды и, следовательно, тело в направлении действия извлекающей силы не имеет достаточного запаса кинетической энергии, то сила сопротивления движению тела в среде, определяемая потерей импульса в единицу времени, может быть представлена в виде [4, 5]

$$F_c = F_{нс} + \gamma V. \quad (6)$$

Здесь $F_{нс}$ – сила сопротивления начальному сдвигу, которая должна быть преодолена, чтобы началось движение; γ – коэффициент трения; V – скорость тела относительно среды.

Тогда уравнение Ньютона для движения тела массой M при постоянной вынуждающей силе F будет иметь вид

$$M dV/dt = F - F_{нс} - \gamma V. \quad (7)$$

Решив (7), определим время достижения телом k -й части предельной установившейся скорости:

$$T_k = M\gamma^{-1} \ln[1/(1-k)]. \quad (8)$$

Вследствие случайной неоднородности среды (по форме частиц, крупности и т.д.) движущееся извлекаемое тело имеет флуктуации скорости от среднего значения [5]. Поэтому нас интересует такое время T_k , за которое тело достигнет скорости, отличающейся от предельной на величину флуктуации, т.е. величина k определяется величиной указанных флуктуаций. Для их оценки можно воспользоваться результатами анализа процесса движения некоторого тела сквозь сыпучую среду в процессе грохочения [5, 6] (одномерная модель которого приемлема и в нашем случае). При этом флуктуация скорости определяется через флуктуацию расстояния,

проходимого телом за определенное время. Соответствующий расчет по данным [6] дает для флуктуации скорости в нашем случае значение более 1 %.

Следовательно, для практических расчетов можно принять $k = 0,99$, тогда из (8) получаем $T_k = 5M\gamma^{-1}$. За это время тело пройдет расстояние x_k , которое легко определить из решения (7) подстановкой принятого значения T_k :

$$x_k \cong 4M(F - F_{nc})\gamma^{-2}. \quad (9)$$

Как показывает анализ процессов сепарации [2, 5], значение удельного (на единицу массы) коэффициента сопротивления γ/M для сухого магнитного разделения превышает 200 с^{-1} , чему соответствует $x_k \cong (4 \dots 5)$ мм. Это расстояние значительно меньше того, которое проходит расчетное тело при сепарации электромагнитными шкивами, имеющими гарантированные глубины извлечения h_m (рис. 1) от 170 до 300 мм.

Следовательно, процесс сепарации при постоянной силе F можно считать происходящим с некоторой постоянной скоростью.

Нахождение уравнения траектории извлекаемого тела и выражения для необходимой извлекающей силы. Постоянство скорости движения тела означает равновесие силы F , вынуждающей движение, и силы сопротивления сыпучей среды F_c . Подстановка в (6) F вместо F_c позволяет получить эту скорость:

$$V = (F - F_{nc})\gamma^{-1}. \quad (10)$$

Таким образом, при постоянной вынуждающей силе скорость тела в сыпучей среде пропорциональна этой силе. Однако создаваемая магнитными полями электромагнитных шкивов пондеромоторная сила F_m является убывающей функцией координаты ρ . Поэтому найдем условие для производной силы по координате, при котором скорость тела в среде остается пропорциональной силе и описывается уравнением (10), где F – функция координаты.

Если сила примет значение $F + \Delta F$, скорость тела из (7) определится как

$$V = (F - F_{nc} + \Delta F)\gamma^{-1} - \Delta F\gamma^{-1} \exp(-\gamma t/M). \quad (11)$$

При этом ΔF должно быть таким, чтобы за малое время Δt скорость тела стала пропорциональной новому значению вынуждающей силы. Если потребовать выполнения этого условия с достаточностью ϵ , т.е.

$$V \geq \epsilon(F - F_{nc} + \Delta F)\gamma^{-1}, \quad (12)$$

то подстановка (12) в (11) с учетом малости времени, за которое требуется выполнение условия (12), после несложных преобразований, включающих разложение в ряд экспоненты, даст

$$\Delta F \leq (F - F_{nc})(1 - \epsilon)(\epsilon + e^{-1} - 1)^{-1}. \quad (13)$$

За время Δt тело проходит малое расстояние Δx , которое легко получить интегрированием из (11), приняв $\Delta t = T_k$ из выражения (9):

$$\Delta x = (F - F_{nc})M\gamma^{-2} \ln[1/(1 - k)]. \quad (14)$$

Разделив (13) на (14), с учетом малости ΔF и Δx , получим искомое условие для производной силы по координате x :

$$(F)'_x \leq \gamma^2 M^{-1} (1 - \epsilon) \{(\epsilon + e^{-1} - 1) \ln[1/(1 - k)]\}^{-1}. \quad (15)$$

Если положить достаточным для практических расчетов $k = \epsilon = 0,99$, выражение (15) преобразуется к виду

$$(F)'_x \leq 0,0061\gamma^2 M^{-1}. \quad (16)$$

Применительно к электромагнитным шкивам в (16) под силой F надо понимать магнитную силу F_m , действующую по направлению координаты ρ , а под координатой перемещения x – координату ρ . Тогда с учетом $\gamma/M = 200 \text{ с}^{-1}$ для шкивного железоотделителя имеем $(F)'_\rho \leq 240 M$. Это условие заведомо выполняется в рабочих зонах современных электромагнитных шкивов [2].

Таким образом, при нахождении уравнения движения извлекаемого тела по координате ρ скорость относительного движения можно считать пропорциональной силе, действующей на тело по этой оси (пондеромоторной силе).

С учетом составляющей переносной скорости для полной скорости тела по координате ρ запишем

$$-d\rho/dt = (F_m - F_{nc})\gamma^{-1} + V_y \cos \theta - V_n \sin \theta. \quad (17)$$

Поскольку извлечение тела происходит в свободно падающей среде, силой начального сдвига F_{nc} в дальнейшем пренебрегаем.

Кроме того, в выражении (17) второе и третье слагаемое (составляющие переносной скорости) по сути учитывают влияние на движение извлекаемого тела соответствующей проекции силы тяжести, и в отсутствие извлекающей силы, когда нет относительного движения, только эти составляющие определяют движение тела по координате ρ . В таком случае для переносного движения нетрудно показать, что наибольшее расстояние DE (рис. 1) определяется выражением

$$DE = V_n (2R/g)^{1/2} - R. \quad (18)$$

С учетом реальных значений параметров для шкивных сепараторов типоразмеров Ш100-80 и Ш140-100 (табл. 1) согласно (18) $DE < h_0$.

Таблица 1 – Эксплуатационные и расчетные параметры серийных электромагнитных шкивов

Тип шкива	$R, м$	$h_m, м$	$h_0, м$	K_c	$H 4\pi 10^{-4},$ А/м	$K_F (4\pi)^2 10^{-12},$ А ² /м ³	K_r	$K_r/K_F 10^{12} (4\pi)^{-2},$ м ³ /А ³
Ш65-63	0,315	0,17	0,135	1,36	40	1,06	1,247	1,176
Ш100-80	0,400	0,25	0,173	1,50	48	1,44	1,3785	0,957
Ш140-100	0,500	0,30	0,190	1,61	55,4	1,385	1,441	1,040

В табл. 1 приведены основные эксплуатационные параметры шкивов [2]: радиус R шкива и установленная в процессе эксплуатации максимально допустимая толщина h_m слоя материала на ленте (гарантированная глубина извлечения). Там же приведены рассчитанные по (1) и (5) значения h_0 при угле естественного откоса $\bar{\beta} = 45^\circ$ (для угля) и постоянной K_c , а также полученные экспериментально значения напряженности H поля и параметра $K_F = H \text{ grad } H$ силы для серийных шкивов на глубине h_0 , расчетное значение геометрического параметра $K_r = \{1 - [R/(R + h_0)]^7\} K_c$.

Следовательно, так же, как и внешняя пондеромоторная сила, переносное движение для этих шкивов в уравнении (17) уменьшает координату ρ . Поэтому в (17) для этих аппаратов можно пренебречь вторыми третьим слагаемым, что приведет к увеличению искомой необходимой силы и, соответственно, надежности извлечения. Для железоотделителя Ш65-63 ($DE < 1,6 h_0$), указанное допущение приводит к некоторой погрешности. Тогда для скорости тела по координате ρ можно записать

$$-d\rho/dt = F_m / \gamma. \quad (19)$$

Система уравнений (4), (19) описывает траекторию движения извлекаемого тела в струе сыпучего материала, и с учетом определенных выше границ движения (C и D , рис. 1) ее решение дает искомую силу F_{mn} . Из уравнений (4), (19) легко получить

$$-d\rho/(\rho F_m) = d\theta/(K_c \gamma V_{л}). \quad (20)$$

Сила F_m , как известно [2], пропорциональна $\text{grad } H^2$, где H – напряженность поля, которая для электромагнитных шкивов на вертикальной оси симметрии их может быть представлена в виде [7] $H = c_0/\rho^3$, тогда

$$F_m = c/\rho^3. \quad (21)$$

Здесь c_0 и c – константы, зависящие от параметров магнитной системы и извлекаемого тела. После подстановки (21) в (20) получим следующее уравнение траектории:

$$-\rho c^{-1} d\rho = d\theta/(K_c \gamma V_{л}). \quad (22)$$

Из уравнения (22), используя граничные условия: $\theta = 0$, $\rho = (R + h_0)$ для точки C ; $\theta = \pi/2$, $\rho = R$ для точки D , находим необходимую извлекающую силу

$$F_{mn} = (2K_c/7\pi)\gamma V_{л} \{1 - [R/(R + h_0)]^7\}. \quad (23)$$

ВЫВОДЫ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ. Выражение (23) позволяет по данным, непосредственно вытекающим из условий эксплуатации (толщине слоя материала на ленте, скорости транспортера, рода транспортируемого материала и радиуса шкива), определить значение требуемой пондеромоторной силы, которая может служить исходной при проектировании шкивов.

Для оценки корректности полученных выражений проведены экспериментальные исследования тяговых характеристик серийно выпускаемых отечественных электромагнитных шкивов. Как следует из выражения (23), отношение $K_c \{1 - [R/(R + h_0)]^7\} / F_{mn}$ для одной и той же скорости $V_{л}$ и вида материала $\gamma = const$ должно быть постоянным для различных типоразмеров шкивов.

Как и следовало ожидать, для электромагнитных шкивов типоразмеров Ш100-80, Ш140-100 отношение K_r/K_F имеет весьма близкие значения, что свидетельствует о приемлемости предлагаемой методики для этих шкивов, а для шкива Ш65-63 получили заниженное приблизительно на 20 % значение K_r/K_F . Практическое использование (23) для данного типоразмера шкива требует соответствующей корректировки необходимой силы в сторону увеличения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буль Б.К. К расчету и оценке эффективности Ш-образных магнитных систем подвесных саморазгружающих электромагнитных сепараторов // Электротехника. – 1979. – № 6. – С. 54–58.
2. Сумцов В.Ф. Электромагнитные железоотделители. – М.: Машиностроение, 1978. – 174 с.
3. Спиваковский А.О., Дьячков В.К. Транспортирующие машины. – М.: Машиностроение, 1983. – 487 с.
4. Ньютон И. Оптика. – М.: Гостехиздат, 1954. – 386 с.
5. Шохин В.Н., Лопатин А.Г. Гравитационные методы обогащения. – М.: Недра, 1980. – 285 с.
6. Непомнящий Е.А. Стохастическая теория гравитационного обогащения в слое конечной толщины // Изв. вузов. Горный журнал. – 1966. – № 7. – С. 172–176.
7. Загирияк М.В., Бранспиз Ю.А. Шкивные магнитные сепараторы. – К.: Техника, 2000. – 303 с.

**DETERMINATION OF THE REQUIRED PONDEROMOTIVE FORCE
AT ELECTROMAGNETIC PULLEY SEPARATION**

M. Zagirnyak, V. Lyashenko

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua

Damijan Miljavec

University of Ljubljana

vul. Tsarska, 20, Ljubljana, 1000, Slovenia. E-mail: miljavec@fe.uni-lj.si

Bulk and relative motions of the extracted body during magnetic separation by means of electromagnetic pulley have been considered. Expressions for bulk speed and control of the extracted body have been obtained. A formula for calculating the required extracting (ponderomotive) force has been created according to the known parameters describing the initial conditions of extraction.

Key words: ponderomotive force, electromagnetic pulley, bulk material motion.

REFERENCES

1. Bul, B.K. et al. (1979), "On the calculations and effectiveness assessment of E-shaped magnetic systems of suspended self-dumping electromegneite separators", *Elektrotehnika*, no. 6, pp. 54–58.

2. Sumcov, V.F. (1978), *Elektromagnitnye zhelezo-otdeliteli* [Electromagnetic iron separators], Mashinostroenie, Moscow, Russia.

3. Spivakovskij, A.O., D'jachenkov, V.K. (1983), *Transportirujushie mashiny* [Transporting machines], Mashinostroenie, Moscow, Russia.

4. Njuton, I. (1954), *Optika* [Optics], Gostehizdat, Moscow, Russia.

5. Shohin, V.N., Lopatin, A.G. (1980), *Gravitacionnye metody obogasheniya* [Gravitational enrichment methods], Nedra, Moscow, Russia.

6. Nepomnjashhij, E.A. (1966), "Stochastic theory of gravitational enrichment in a layer of finite width", *Izv. vuzov. Gornyj zhurnal*, no. 7, pp. 172–176.

7. Zagirnjak, M.V., Branspiz, Ju.A. (2000), *Shkivnye mag-nitnye separatory* [Magnetic-pulley separators], Tehnika, Kyiv, Ukraine.

Стаття надійшла 08.04.2013.