

УДК 616.12

АНАЛІТИЧНИЙ АНАЛІЗ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАМИ СИГНАЛУ**Н. В. Надворський, О. О. Юрко, С. І. Владов**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, Україна, 39600. E-mail: Malrean@yandex.ru

Запропоновано варіант математичної моделі електрокардіограми (ЕКГ) сигналу, що використовує апроксимацію спектру сигналу за допомогою несиметричних Гаусових імпульсів. Було отримано формульний аналітичний опис спектральної щільності ЕКГ-сигналу на основі перерахунку несиметричних Гаусових імпульсів із часового ряду. У зв'язку зі складною формою отриманого сигналу пропонується окремо обробляти квазіперіоди ЕКГ-сигналу з їх подальшим співставленням у додатковій площині, тобто використовувати перетворення Фур'є для кожного періоду, прийнявши, що початок відліків середина ST-сегменту, та зменшити затримку у часі, що дозволить позбавитись накладення високо частотних гармонійних складових. При такому формулюванні втрачається варіабельність інтервалів, але це дає змогу проаналізувати саму форму спектру імпульсів та покращити варіабельність морфології визначених періодів сигналу.

Ключові слова: функція Гауса, інтеграл Фур'є, спектр, ЕКГ-сигнал.**АНАЛИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЭКГ-СИГНАЛА****Н. В. Надворский, А. А. Юрко, С. И. Владов**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, Украина, 39600. E-mail: Malrean@yandex.ru

Предложен вариант математической модели ЭКГ-сигнала, что использует аппроксимацию спектра сигнала с помощью несимметрических Гауссовых импульсов. Получено формульное аналитическое описание спектральной плотности ЭКГ сигнала на основании пересчета несимметрических Гауссовых импульсов из временного ряда. В связи сложной формы полученного сигнала предлагается отдельно обрабатывать квазипериоды ЭКГ-сигнала с их дальнейшим сопоставлением в дополнительной плоскости, т.е. использовать преобразование Фурье для каждого периода, при этом принять, что начало отсчетов середина ST-сегмента и уменьшение задержки во времени, что позволит избавиться от наложения высоко частотных гармонических составляющих. При такой формулировке теряется вариабельность интервалов, но это дает возможность анализировать саму форму спектру импульсов и улучшить вариабельность морфологии установленных периодов сигнала.

Ключевые слова: функция Гаусса, интеграл Фурье, спектр, ЭКГ-сигнал.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Серцево-судинні захворювання людини міцно утримують першість за основними критеріями соціальної значущості: поширеності, інвалідності та смертності. У зв'язку із цим виникає гостра необхідність у точній та сучасній діагностиці захворювань серцево-судинної системи на різних стадіях розвитку. На ряду і цим існує велика кількість різноманітних методів обробки кардіосигналу, такі як вейвлет-перетворення, фрактальний аналіз компонент, метод головних компонент, методи Р.М. Баєвського та інші [1], що дозволяють зменшити час обробки та збільшити точність результатів аналізу. Для діагностики кардіосигналу доцільно використовувати математичні моделі, які дозволяють отримати синтезовані штучні кардіосигнали з певними характеристиками.

Спектральна щільність ЕКГ-сигналу використовується в діагностиці серцево-судинних захворювань (можливо як ранньої діагностики). На основі спектрального методу, наприклад, можна виділяти низько амплітудні потенціали серця та пізні потенціали шлуночків [4]. Наявність останніх на ЕКГ-сигналі свідчить про підвищену (до 50 %) імовірність розвитку аритмії серця і у тому числі небезпечних для життя [4].

На даний час існує досить невелика кількість робіт, присвячених аналітичному опису спектру ЕКГ-сигналу, що пов'язано зі складною формою згинаючої спектральної щільності сигналу. Так можна виділити роботу [5], де за допомогою перетворення Лапласа отримуються передавальні функції зі спектру сигналу, які пропонується використовувати для

діагностики серцевих захворювань. Але у даній роботі відсутні чіткі рекомендації щодо вибору інформативних спектральних складових. Тому якщо використовувати апроксимацію спектру сигналу лише в аналітичному вигляді без вибору окремих гармонік [5], можна отримати математичну модель без втрат діагностично-важливих точок.

Мета роботи – аналітичний аналіз спектральної щільності ЕКГ-сигналу.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.

Пропонується варіант математичної моделі, що використовує апроксимацію спектру сигналу за допомогою несиметричних Гаусових імпульсів. Вибір функції для апроксимації зумовлено тим, що інтеграл від Гаусового імпульсу знову дає Гаусів імпульс, але тільки в частотній області. Тоді інтеграл Фур'є від несиметричного Гаусового імпульсу [2] визначається сумою двох Гаусових імпульсів із затримкою за фазою, тобто при використанні методу апроксимації за допомогою кривих Гауса кожен зубець ЕКГ-сигналу $f(t)$ описується наступним виразом:

$$f(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\frac{(t-t_m)^2}{\sigma_1^2}}, & t \leq t_m \\ A \cdot e^{-\frac{(t-t_m)^2}{\sigma_2^2}}, & t > t_m \end{cases}, \quad (1)$$

де A – коефіцієнт верхівки зубця; t_m – момент часу, що відповідає максимуму кривої; σ – коефіцієнт, за допомогою якого можна пристосувати дану залежність до експериментальної кривої; має сенс сере-

дньоквадратичного відхилення. Якщо вибрати точку збігу на рівні $f(t_1) = A/e$, отримаємо:

$$\sigma = t_1 - t_m. \quad (2)$$

З урахуванням того, що зубці не симетричні, то ліві та праві частини кривої визначаються відносно максимуму коефіцієнтів σ . Апроксимований ЕКГ-сигнал несиметричними Гаусовими імпульсами наведено на рис. 1 [3].

Інтеграл Фур'є від симетричного Гаусового імпульсу [2] має вигляд:

$$S(\omega) = \sqrt{\pi} \cdot \sigma \cdot e^{-\frac{(\omega\sigma)^2}{4}}. \quad (3)$$

З урахуванням того, що імпульс має несиметричні частини (1), то спектральна щільність буде складатися із суми двох Гаусових імпульсів (3) із затримкою за фазою:

$$S(j\omega) = A \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot e^{-\frac{(\sigma_1\omega)^2}{4}} + \sigma_2 \cdot e^{-\frac{(\sigma_2\omega)^2}{4}} \right) \cdot e^{-j\omega t_m}. \quad (4)$$

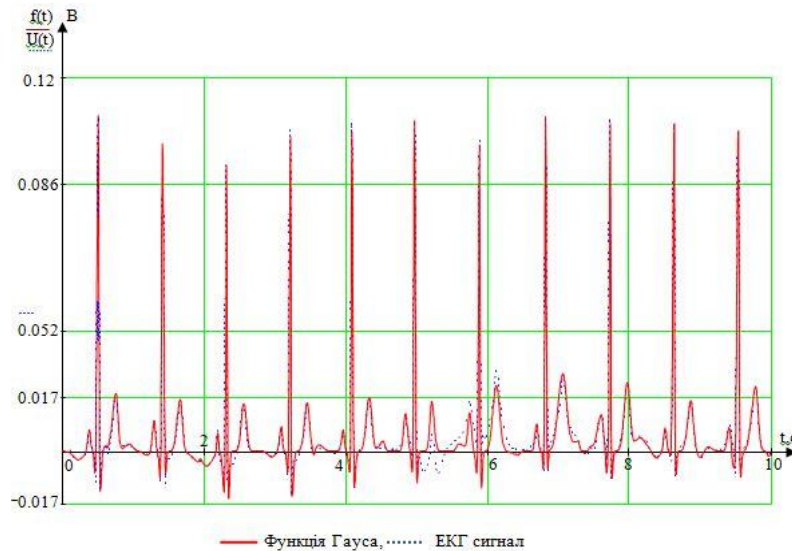


Рисунок 1 – Апроксимований ЕКГ-сигнал несиметричними Гаусовими імпульсами

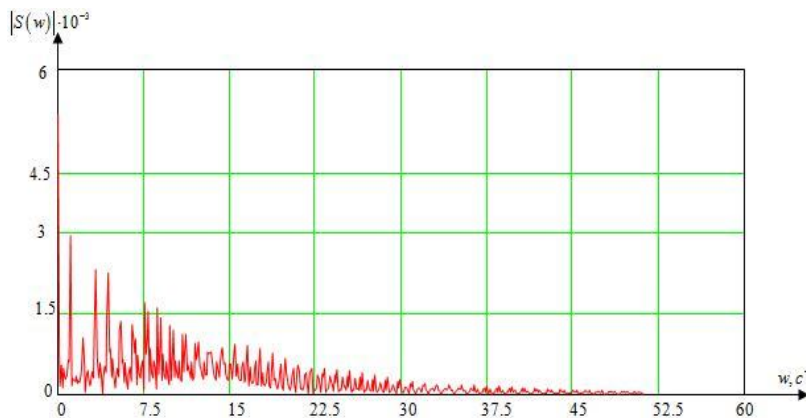


Рисунок 2 – Теоретичний спектр за формулою (5)

На основі виразу (4) отримаємо аналітичний загальний опис спектральної щільності ЕКГ-сигналу:

$$S(j\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \sum_{a=0}^{N_p} \sum_{b=0}^{N_z} A_{a,b} \cdot \left(\sigma_{1,a,b} \cdot e^{-\frac{(\omega\sigma_{1,a,b})^2}{4}} + \sigma_{2,a,b} \cdot e^{-\frac{(\omega\sigma_{2,a,b})^2}{4}} \right) \cdot e^{-j\omega t_m}, \quad (5)$$

де N_z та a – кількість виділених зубців у ЕКГ-сигналі на одному періоді та порядковий номер відповідного зубця; N_p та b – кількість квазіперіодів

ЕКГ-сигналу, що підлягає обробці та порядковий номер відповідного періоду; A , σ_1 , σ_2 та t_m – відповідні матриці коефіцієнтів, що мають розмірність $N_z \times N_p$. На рис. 2 наведено модуль спектру ЕКГ-сигналу, отриманого за формулою (5).

Спектр ЕКГ-сигналу отриманого за допомогою швидкого перетворення Фур'є із відліків реального сигналу (експериментальні відліки) та отриманого за допомогою несиметричних Гаусових імпульсів, перерахованих з часового ряду (аналітична залежність), представлені на рис. 3 [3].

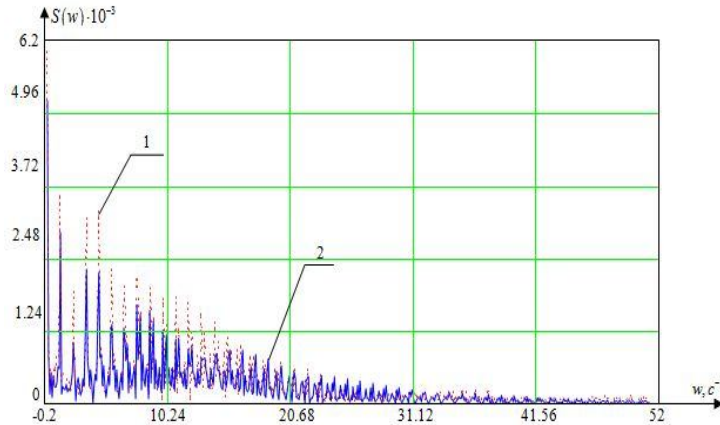


Рисунок 3 – Спектр ЕКГ-сигналу: 1 – спектр сигналу отриманий за допомогою швидкого перетворення Фур’є (за експериментальними відліками); 2 – спектр, отриманий за допомогою несиметричних Гаусових імпульсів (з аналітичної залежності)

Велика кількість сплесків і складна форма згинаючої затрудняє візуальний та аналітичний аналіз спектру ЕКГ-сигналу. Для можливості спрощення форми сигналу без значних втрат потрібних інформаційних ознак, звернемося до формули (5).

$$B_{a,b}(w) = \sigma_{1,a,b} \cdot e^{-\frac{(w \cdot \sigma_{1,a,b})^2}{4}} + \sigma_{2,a,b} \cdot e^{-\frac{(w \cdot \sigma_{2,a,b})^2}{4}} \quad (6)$$

Складові відповідають за форму зубців ЕКГ сигналу та мають спад у e разів на частотах $\omega = \frac{2}{\sigma}$.

Враховуючи, що коефіцієнт σ знаходиться в межах від десятків до сотень мілісекунд, відповідно маємо частотний діапазон: десятки – сотні Гц, тобто Гаусові імпульси маючи центр у початку координат і простягаючись на значну частину спектру сигналу – не можуть давати швидких сплесків спектральної щільності, оскільки мають доволі плавний спад загальної згинаючої.

Множник $e^{-j \cdot w \cdot t_{m,a,b}}$ відповідає за затримку відповідних зубців у часі і з урахуванням (6) вираз (5) в

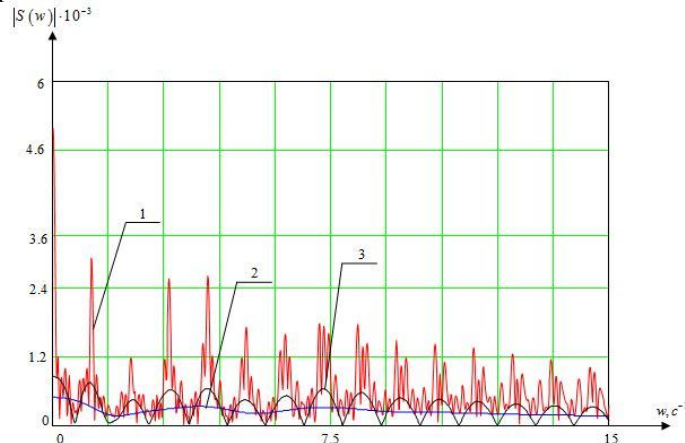


Рисунок 4 – Спектри періодів ЕКГ-сигналу: 1 – загальний спектр; 2 – спектр першого періоду; 3 – сумарний спектр першого та другого періоду

алгебраїчній формі запису буде мати вигляд:

$$S(jw) = \sum_{a=0}^{N_p} \sum_{b=0}^{N_z} \left(B_{a,b}(w) \cdot \cos(w \cdot t_{m,a,b}) + j \cdot B_{a,b}(w) \cdot \sin(w \cdot t_{m,a,b}) \right) \quad (7)$$

тобто маємо коливання у частотній області з періодом $(2 \cdot \pi) / t_m$. Отже при урахуванні у спектрі сигналу складових ЕКГ-сигналу, що надходять через 1, 2 с і більшими затримками – отримуємо появу чинників, що змінюють форму спектру сигналу за гармонійним законом. Причому зі збільшенням затримки t_m частота останніх зростає і, відповідно збільшується кількість сплесків у спектрі сигналу.

На рис. 4 наведено зміну модуля спектральної щільності в залежності від кількості врахованих періодів ЕКГ-сигналу.

Використовується перетворення Фур’є для кожного періоду, прийнявши, що початок відліків середину ST-сегменту, та зменшити затримку у часі і позбавитись накладення високо частотних гармонійних складових, що зображено на рис. 5. У такій інтерпретації втрачається варіабельність, але це дає змогу проаналізувати саму форму спектру імпульсів ЕКГ-сигналу за періодами.

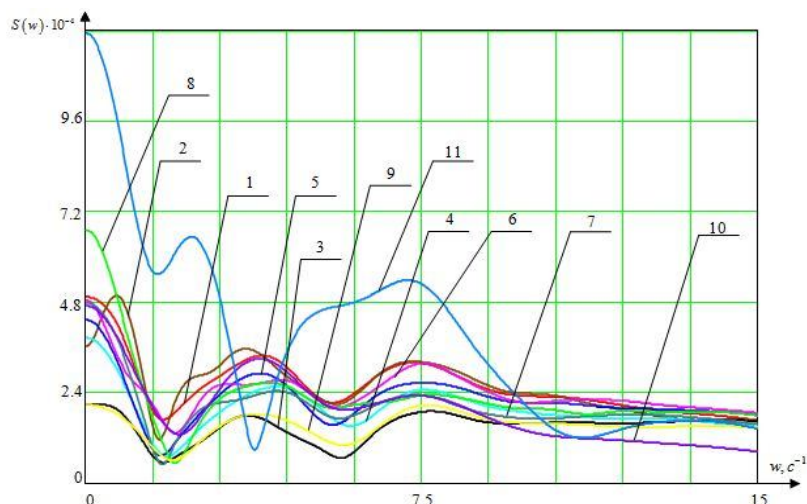


Рисунок 5 – Спектри окремих періодів ЕКГ сигналу за відповідними номерами

ВИСНОВКИ. Отримано аналітичний опис спектральної щільності ЕКГ-сигналу на основі перерахунку несиметричних Гаусових імпульсів із часового ряду.

Запропоновано альтернативний спосіб представлення спектру ЕКГ-сигналу з урахуванням часового зсування зубців для можливості виділення та покращення аналізу варіабельності морфології визначених періодів сигналу.

Використання запропонованого способу представлення сигналу дозволяє реалізувати діагностичні показники у спектральному розрізі з прив'язкою варіабельності за періодами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Казаков Д.В. Квазипериодическая двухкомпонентная динамическая модель для синтеза кардиосигнала с использованием временных рядов и метода Рунге-Кутты четвертого порядка // Компью-

терные исследования и моделирование. – 2012. – Том 4, № 1. – С. 143–154.

2. Горянинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. – М.: Советское радио, 1980. – 291 с.

3. Панферов А.И., Лопарев А.В., Пономарев В.К. Применение Mathcad в инженерных расчетах: Учебное пособие. – Санкт-Петербург: СПбГУАП, СПб, 2004.

4. Щербаклова Т.Ф., Седов С.С., Козлов С.В. и др. Спектральный анализ электрокардиосигнала для обнаружения низкоамплитудных потенциалов // Фундаментальные исследования. – Казань: Казанский государственный технический университет им А.Н. Туполева, 2004. – № 2. – С. 108–110.

5. Цибульский В.Р., Сергейчик О.И., Абрамов М.В. Методы получения передаточной функции на основе частотных характеристик ЭКГ // Вестник кибернетики. – Тюмень, 2008. – № 7. – С. 79–85.

RESEARCH ANALYSIS OF SPECTRAL INTENSITY OF ECG SIGNAL

N. Nadvorskyi, A. Yurko, S. Vladov

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, Ukraine, 39600. E-mail: Malrean@yandex.ru

In the paper, the authors have considered an alternative mathematical model of ECG signal, which uses an approximation of the signal with non-symmetric Gaussian pulses. Within the research performed it was received definable analytical description of the spectral density of the ECG signal based on the conversion of non-symmetric Gaussian pulses from the time series. Due to the complex shape of the received signal it was offered to handle separately quasiperiods of ECG signals with their subsequent comparison in additional plane, e.g. use the Fourier transform for each period, while we assume zero point in the middle of an ST-segment and decrease the time delay that will prevent high frequency harmonics from overlapping. In such wording the intervals variability is lost but the shape of the spectrum of the pulse can be analyzed, and also it allows improving the morphology variability of the specified periods of a signal.

Key words: Gaussian function, Fourier integral, spectrum, ECG signal.

REFERENCES

1. Kazakov, D.V. (2012), "Quasiperiodic two-dynamical model for the synthesis of cardiosignal using time series and the Runge-Kutta method of fourth-order", *Computer Research and Modeling*, vol. 4, no. 1, pp. 143–154.

2. Goryanina, V.T., Zhuravlev, A.G., Tikhonov, V.I. (1980), *Statisticheskaya radiotekhnika: primery i zadachi* [Statistical Radio Technology: Examples and problems], Sovetskoe Radio, Moscow, Russia.

3. Panferov, A.I., Loparev, A.V., Ponomarev, V.K. (2004), *Primenenie Mathcad v inzhenernykh raschetakh* [Mathcad for engineering calculations], SPbSUAI, St. Petersburg, Russia.

4. Shcherbakov, T.F., Sedov, S.S., Kozlov, S.V.,

Kultynov, B.I., Insarov, A.U. (2004), "Spectral analysis of electrocardiosignal to detect the low-amplitude potentials", *Kazan fundamental research*, no. 2, pp. 108–110, AN Tupolev Kazan State Technical University, Russia.

5. Cybulski, V.R., Sergeichik, O.I., Abramov, M.V. (2008), "Methods for obtaining the transfer function based on the frequency characteristics of ECG", *Journal of Cybernetics*, no. 7, pp. 79–85, Tyumen, Russia.

Стаття надійшла 22.11.2013.