

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РУХУ НИЖНІХ КІНЦІВОК ЛЮДИНИ**А. Л. Іваницька, М. Ф. Терещенко, С. П. Вислоух, М. В. Філіппова**

Національний технічний університет України «КПІ»

просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна. E-mail: alla.ok@mail.ru

Розглядається питання створення моделі динаміки руху нижньої кінцівки людини. Для отримання цієї моделі побудована система диференціальних рівнянь з використанням формул Лагранжа другого роду, що моделюють двоногого ходу семиланкового стрижневого механізму з деформуючими елементами структури. Наближене рішення зворотної задачі динаміки дозволяє шукати рішення задачі керованого руху (прямої задачі), використовуючи знайдені оцінки. Щоб отримати модель, подібну реальній системі, враховується деформація ланок, час і моменти інерції. Розроблена методика графічної візуалізації рухів людини при ходьбі з використанням сучасних методів. Розглянуто приклад розв'язання даної задачі з використанням пакету «Mathematica 9.0». На основі проведеного аналізу зроблено висновок про можливість використання запропонованого методу для моделювання динаміки руху нижніх кінцівок.

Ключові слова: моделювання, нижні кінцівки, рівняння руху, пружні деформації, графічна візуалізація.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА**А. Л. Иваницкая, Н. Ф. Терещенко, С. П. Вислоух, М. В. Филиппова**

Национальный технический университет Украины «КПИ»

просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина. E-mail: alla.ok@mail.ru

Рассматривается вопрос создания модели динамики движения нижней конечности человека. Для получения этой модели построена система дифференциальных уравнений с использованием формул Лагранжа второго рода, моделирующие двуногую ходьбу семизвенного стержневого механизма с деформирующими элементами структуры. Приближенное решение обратной задачи динамики позволяет искать решение задачи управляемого движения (прямой задачи), используя найденные оценки. Для получения модели, подобной реальной системе, учитывается деформация звеньев, время и моменты инерции. Разработана методика графической визуализации движений человека при ходьбе с использованием современных методов. Рассмотрен пример решения данной задачи с использованием пакета «Mathematica 9.0». На основе проведенного анализа сделан вывод о возможности использования предложенного метода для моделирования динамики движения нижних конечностей.

Ключевые слова: моделирование, нижние конечности, уравнения движения, упругие деформации, графическая визуализация.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. На сьогоднішній день дуже багато людей страждають від захворювань суглобів нижніх кінцівок. Ця проблема може вирішуватись за допомогою ендопротезування суглобів людського організму. При проектуванні протезів нижніх кінцівок потрібно створювати конструкцію таким чином, щоб вона була найбільш зручна для пацієнта. Зазвичай параметри для конструювання ендопротезів, встановлюються шляхом експериментів, але більш ефективним є визначення цих параметрів на основі створеної математичної моделі динамічних рухів нижньої кінцівки людини, що заощаджує час та кошти на розробку та встановлення протезів.

Як відомо, кількість кісток людини досягає 200, а ступенів свободи – 240, тому одним зі шляхів наближення до реальності є облік якомога більшого числа ланок із пружними, пружно-в'язкими властивостями, а також пластичних властивостей, що пов'язано з накопиченням ушкоджень, повзучістю і руйнуванням.

Не дивлячись на велику кількість досліджень, присвячених крокуванню та ритмічним рухам людини, моделювання кінематики та динаміки руху залежно від часу та деформування мало описані.

Так питання зі створення математичної моделі розглянуто Н.А. Бернштейном при вивченні двоногого руху. Він фіксував рухи людини методом циклознімання. Цей метод після обробки дозволяє визначити координати, кути різних конфігурацій людини, а також швидкості і прискорення. Моделювання

руху ніг людини проводилося з допомогою шести ланок [1], тобто модель була приведена у вигляді двох однакових триланкових ніг, кожна з яких містить в собі стопу, гомілку та стегно. Автор встановив, що рух в кожній точці моделі непрямолінійний та нерівномірний, тобто швидкість та прискорення під час руху точок тіла весь час змінюються за напрямленням і величиною. З розвитком цифрових засобів відеофіксації рухів, анімаційних можливостей комп'ютерної техніки стало можливим проводити чисельно-аналітичні дослідження механізмів із великою кількістю ланок, у тому числі з урахуванням їх реформованості в часі [2, 3].

Тому задачею дослідження є моделювання процесу у вигляді сукупності аналітичних залежностей ходи людини з визначенням керуючих моментів для візуалізації її рухів у часі з урахуванням деформацій.

Метою роботи є визначення керуючих моментів для моделювання усталеного процесу ходи нижніх кінцівок людини та анімаційної візуалізації її рухів.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Хода людини є найбільш природним видом руху, що становить циклічний процес, одним з основних елементів якого є крок. Характерною особливістю всіх видів крокування є постійне опорне положення однієї з ніг, тобто одна нога завжди є як опорною, так і переносною.

Рух кожної ноги протягом одного циклу (подвійного кроку) має чотири фази: фазу передньої опори, фазу відштовхування, задній крок і передній

крок [1, 2, 4–7]. Фаза передньої опори починається з моменту торкання ногою ґрунту (при приземленні) і триває до моменту вертикалі, коли загальний центр маси (ОЦМ) тіла знаходиться точно над опорою.

Фаза відштовхування починається з моменту вертикалі і закінчується в момент зняття ноги з ґрунту. Це найбільш важлива фаза, оскільки саме тут відбувається відштовхування опорною ногою від ґрунту і повідомлення ОЦМ тіла горизонтального прискорення в напрямку загального руху [1, 2, 4–9]. Фаза заднього і переднього кроку пов'язана з перенесенням ноги після закінчення відштовхування: до моменту вертикалі – задній крок, від вертикалі і до постановки на опору – передній.

Для спрощення дослідження руху стрижневої біомеханічної системи з деформуючими елементами структури, її можна розділити на три частини по тазостегновому суглобу.

З біомеханіки відомо, що рух ніг не залежить від рухів корпусу при звичайній ході. Рух корпусу залежить від руху опорної ноги, які балансують ходу. У моделі будемо вважати, що рух опорної ноги не залежить від руху переносної ноги. Переносна нога спочатку відштовхується від опори, а потім спирається на таз. У цьому особливість ходи. Переносна нога в момент вертикалі поводить як маятник. Потім перед приземленням гальмують м'язи-антагоністи – береться стопа на себе і натикається на п'яту. При ході, чим повільніше йдемо, тим більше втрачаємо в швидкості. Нога при перенесенні згинається, а значить коротшає. Мас-інерційні характеристики змінюються. При ході великий палець дає до 1/3 сили відштовхування [9].

Тому, моделюючи крок людини, можна провести декомпозицію стрижневої механічної системи з деформуючими елементами структури на три складові частини по тазостегновому суглобу, без втрати адекватності моделі оригіналу. Перша частина – опорна нога. Вона складається з трьох ланок: п'яти, гомілки, стегна. Друга частина – переносна нога. Вона також складається з тих же ланок, що й опорна нога. Третя частина – верхня частина тіла від тазостегнового суглобу. Вона складається з однієї ланки – корпусу. Використовуваний вище метод декомпозиції дозволяє розглядати кожен ланку біомеханічної системи окремо.

Розглянемо модель ходи людини по нерухомій горизонтальній площині повздовж прямої інерційної системи відліку з урахуванням деформацій опорно-рухового апарату у вигляді семи шарнірно з'єднаних ланок. Усі ланки моделі є інерційними з масами m_i та моментами інерції I_i ($i=1..7$). У кожному рухомому з'єднанні утворюється обертальний момент $M_i(t)$ [10].

За рахунок деформування окремих елементів центр мас кожної ланки змінює своє положення і визначається через зміну довжини ланки. Координати центрів мас ланок системи щодо обраної системи відліку визначаються геометричними співвідношеннями [10].

При створенні моделі стрижневої біомеханічної системи передбачалося, що є тільки деформації стиснення, а такі деформації як вигин і кручення

відсутні. У загальному випадку, стосовно людини це справедливо, тому що з анатомії відомо, що кістки людини при русі в основній їх частині практично не деформуються. Деформації зсуву мають місце лише в суглобах. Можна враховувати сумарну середню деформацію, обумовлену деформаціями кісток. Досліджуємо правомірність такої моделі, на прикладі семиланкового стрижневого механізму, з урахуванням навантажень.

Для цього розглянемо механізм руху біомеханічної системи в одноопорній фазі, яка відтворює ходу людини. В цьому випадку використовується нерухома декартова система координат x, y з початком у точці O і площиною xy , в якій відбувається рух центру мас [10]. Система має дві триланкові вагомні ноги та вагомий корпус. Усі елементи структури є пружними, і довжини стрижнів є функціями часу: $l_i = l_i(t)$ ($i=1,..,7$). На рис. 1 схематично зображено механізм і введені відповідні позначення.

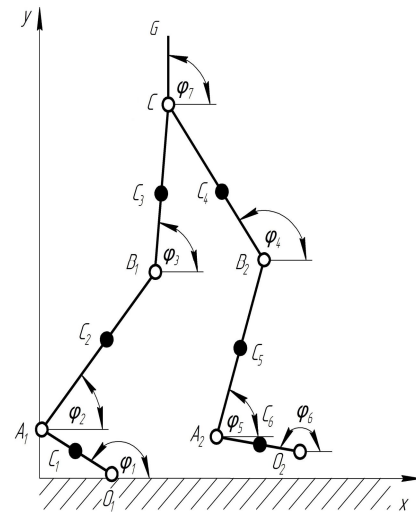


Рисунок 1 – Модель ходи людини зі змінною геометрією ланок в одноопорній фазі

Також необхідно враховувати наступні особливості: сили та моменти, які виникають тільки при контакті ланки з поверхнею та сили, що впливають з боку поверхні на ланки.

Нехай $O_1A_1 = l_1$, $A_1B = l_2$, $B_1C = l_3$, $B_2C = l_4$, $A_2B = l_5$, $O_2A_2 = l_6$, $CG = l_7$, – довжини ланок біомеханічної системи. Положення в одноопорній фазі однозначно визначається кутами φ_i і довжинами стрижнів l_i ($i=1,..,7$). Центри мас знаходяться в точках: C_1 – стопи опорної ноги, C_2 – гомілки опорної ноги, C_3 – стегна опорної ноги, C_4 – стегна переносної ноги, C_5 – гомілки переносної ноги, C_6 – стопи переносної ноги, C_7 – корпусу. Їх положення будемо задавати у вигляді відношення довжини від початку відповідної ланки до центру мас до всієї довжини ланки через множники n_i ($i=1,..,7$), ($0 < n_i < 1$) (якщо всі ланки перенумерувати за номерами індексів у відповідних кутів) [4].

За допомогою $m_1, m_6; m_2, m_5; m_3, m_4; m_7$ позначені маси стопи, гомілки, стегна і корпусу відповідно. Моменти інерції відповідно позначені як I_1-I_7 .

Дані характеристики, що використовуються при

моделюванні ходи людини приймаються відповідними до характеристик людини. Оскільки відсутні зовнішні сили, які активно впливають на рух, то він відбувається тільки під дією внутрішніх сил і зовнішніх реакцій. Зв'язок в точці O_1 можна реалізувати у вигляді ідеального шарніра або двостороннім чи утримуючим. Тобто початкові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} x_c(0) &= x_c^0, \dot{x}_c(0) = \dot{x}_c^0, \\ y_c(0) &= y_c^0, \dot{y}_c(0) = \dot{y}_c^0, \end{aligned}$$

де x_c, y_c – координати центру мас динамічної системи, які визначаються її структурою, вони змінюють своє положення внаслідок деформацій і руху ланок.

Припустимо, що нога, яка переноситься, є вільною, та до неї не прикладено зовнішні сили. Моменти, які діють в системі зображені на рис. 2, де згідно з методом декомпозиції механізм ходи людини приведено у розділеному на складові вигляді.

Оскільки рівняння ходи людини істотно нелінійні і дуже громіздкі, контроль правильності отриманих рівнянь проводиться за допомогою загальних теорем динаміки [9]. Достовірність даних рівнянь була перевірена за допомогою рівнянь роботи [9]. За допомогою граничного переходу рівняння, отримані для даної моделі, також збіглися з рівняннями [9]. Наведемо рівняння опису руху першої ланки механізму. Структура інших рівнянь аналогічна [10].

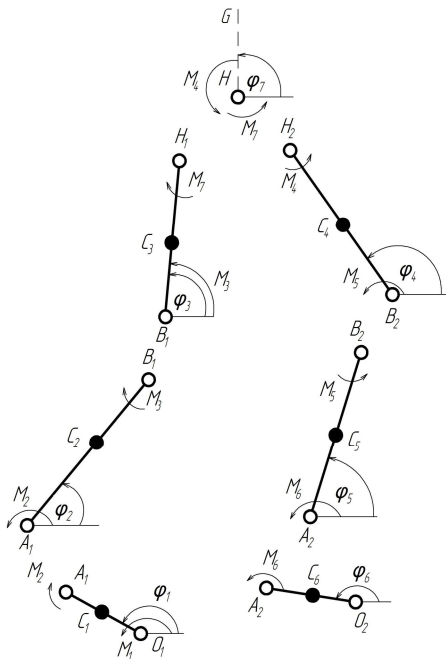


Рисунок 2 – Декомпозиція плоскої механічної системи

Рівняння руху механізму в одноопорній фазі являють собою систему 14 нелінійних диференціальних рівнянь.

Загальне рішення системи рівнянь руху залежить від 28 довільних постійних, тому для однозначного визначення руху потрібно задати початкові умови

руху [4]:

$$\begin{aligned} \varphi_i(0) &= \varphi_i^0, \dot{\varphi}_i(0) = \dot{\varphi}_i^0, \\ l_i(0) &= l_i^0, \dot{l}_i(0) = \dot{l}_i^0, \end{aligned}$$

де φ_i – кутові координати, l_i – довжини ланок.

Оскільки опорна нога в процесі ходи людини змінюється, тобто зникає вплив початкових умов на рух, то виконуються умови періодичності та повторюваності подібні [10].

$$\begin{aligned} \varphi_i(t) &= \varphi_i(t+T), (i=1, \dots, 7). \\ \varphi_1(t) &= \varphi_6(t+\tau^*), \varphi_2(t) = \\ \varphi_5(t+\tau^*) &= \varphi_4(t+\tau^*) \end{aligned} \quad (2)$$

При цьому друга нога в точності повторює рух першої з запізненням на час τ^* . Коли нога ставиться на опору, швидкість і прискорення стрибком змінюються. У процесі ходьби переносима нога стає опорною і навпаки.

Проаналізуємо один із можливих варіантів обліку деформування ланок. Будемо вважати, що ланки ноги є двокомпонентними композитами. Одна компонента має пружні модулі кістки, інша – пружні модулі хрящової тканини. Ефективні модулі ланок розраховуємо за формулами схеми Фойхта:

$$\begin{aligned} E_i^F &= E_{i(1)}c_{(1)} + E_{i(2)}c_{(2)}, \\ c_{(1)} + c_{(2)} &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

де $E_{i(\alpha)}$ – модуль Юнга для $\alpha=1$ – кістки, для $\alpha=2$ – хрящової тканини i -ої ланки, $c_{(\alpha)}$ – об'ємні концентрації кістки ($\alpha=1$) $\left(c_{(1)} = \frac{V_{кістки}}{V_{ланки}} \right)$, хрящової тканини ($\alpha=2$) $\left(c_{(2)} = \frac{V_{тканини}}{V_{ланки}} \right)$.

Для схеми Рейсса маємо:

$$E_i^R \leq E_i \leq E_i^F. \quad (5)$$

Оцінка модулів пружності по Хіллу визначається згідно з формулою:

$$E_i^H = \frac{1}{2} (E_i^R + E_i^F). \quad (6)$$

Отримані значення E_i^H підставимо в рівняння динаміки (1). Кістки людини при русі не відчувають граничних навантажень і значних деформацій (не більше 1% [7]).

Однак у даній роботі враховуються не тільки деформації кісток, але й деформації, пов'язані з наявністю м'язової тканини, сухожиль, суглобів, і вони більші, ніж деформації кістки. У загальному випадку кожен з цих компонентів під час навантажень і пов'язаних з ними деформацій є нелінійним, але якщо розподілити деформації по всій ланці, то ці всереднені деформації в першому наближенні будемо вважати лінійними.

Виходячи з цього спрощення скористаємося в

першому наближенні для обліку деформацій законом Гука, згідно з яким подовження стрижня при пружній деформації пропорційно діючій на стрижень силі:

$$F_i = \frac{E_i S_i}{l_{0i}} \Delta l_i \quad (7)$$

де F_i – сила, що діє на кінці i -го стрижня, l_{0i} – довжина i -го недеформованого стрижня, S_i – площа поперечного перерізу i -го стрижня, Δl_i – зміна довжини i -го стрижня, $\Delta l_i = l_i - l_{0i}$; E_i – модуль Юнга для i -го стрижня. Виражаючи зміну довжини стрижня, отримуємо вираз для деформації ланки:

$$\Delta l_i = \frac{F_i l_{0i}}{E_i S_i} \quad (8)$$

Таким чином, створена модель ходи людини дозволяє розглядати її, як стрижневу біомеханічну систему, що моделює опорно-руховий апарат людини і що складається з семи деформівних елементів. Складено рівняння руху, сформульовані початкові умови, умови контакту та умови безперервності.

Щоб визначити моменти в суглобах, необхідно диференціювати кутові координати і довжини ланок механічної системи. Оскільки біг, хода, присідання, тощо є циклічними рухами, досить розглянути один період.

Сформуємо набір констант, що характеризують довжини, маси, моменти інерції, коефіцієнти, визначальні положення центрів мас ланок нижніх кінцівок людини і прискорення вільного падіння.

Робота зовнішньої сили F , що запасється в пружному стрижні в процесі деформування і яка повертається при розвантаженні (дисипація відсутня), дорівнює:

$$W_{i1 \rightarrow 2}^{(e)} = \frac{c_i S_i^2}{2} = \frac{F_i^2}{2c_i} \quad (9)$$

У процесі ходи при постановці ноги на опору відбувається перетворення кінетичної енергії в потенційну енергію деформації скелета, яка при зміні ніг пружно віддається при відштовхуванні.

Зміна кінетичної енергії:

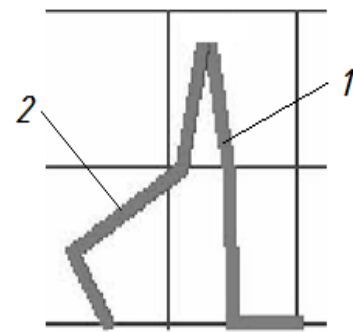
$$T_{i2} - T_{i1} = F_i dl_i \quad (10)$$

У результаті розрахунків отримуємо такі значення: $W1=2,25$ Дж, $W2=2,25$ Дж, $W3=1,47$ Дж – для опорної ноги. Всі інші значення мають максимальні значення не більше 0,1 Дж і менше, тому тут вони не наводяться.

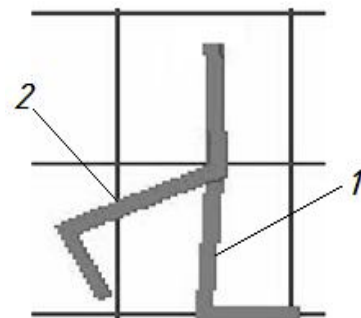
У результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь руху із заданими керуючими моментами отримано залежності кутових переміщень від часу. За допомогою розробленої моделі проведена візуалізація ходи людини, що приведена на рис. 3.

Аналіз рис. 3. показав, що за допомогою моделювання руху людини з урахуванням деформацій, часу центру мас, моментів інерції з подальшою візуалізацією піктографічним методом можна повністю

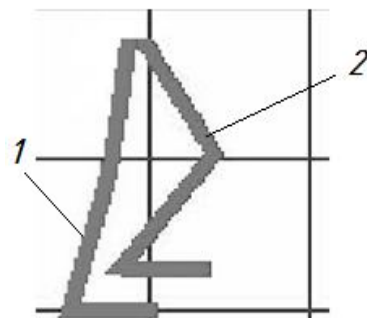
відтворити рух людини.



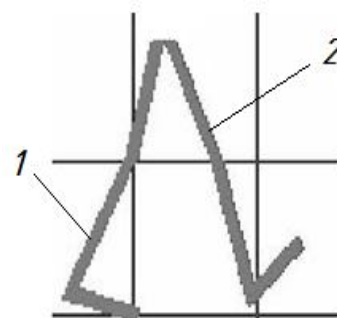
а) початок руху



б) підняття ноги, що переноситься



в) зміна опорної ноги



г) кінець руху

Рисунок 3 – Візуалізація ходи людини:

1 – опорна нога, 2 – нога, що переноситься

ВИСНОВКИ. Побудована математична модель руху нижніх кінцівок людини, яка дозволяє визначити моменти, що виникають в суглобах. Наведене розв'язання прямої задачі, що дозволяє підтвердити ефективність використання інтерполяційних методів

опису руху нижніх кінцівок людини. Застосування піктографічного методу візуалізації руху дозволяє спростити систему, що описує ходу людини, шляхом її представлення як системи із зосередженими параметрами.

У подальшому буде проводитись розробка управління рухом нижньої кінцівки людини, виходячи не з експерименту, а з певних критеріїв, наприклад мінімуму енерговитрат, комфортності ходи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бернштейн Н.А. Избранные труды по биомеханике и кибернетике. – М.: СпортАкадемПресс, 2001. – 296 с.
2. Математическое моделирование сгибательно-разгибательных движений нижних конечностей при изменении вертикальной позы человека / И.В. Новожилов, П.А. Кручинин, И.А. Копылов. – М.: Изд-во механико-математического факультета, 2001. – 52 с.
3. Биомеханика / А.В. Чигарев, Г.И. Михасев, А.В. Борисов. – Минск: Изд-во Гревцова, 2010. – 284 с.
4. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные

задачи динамики и управления. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

5. Биомеханика ходьбы / В.М. Зацюрский, М.А. Каймин. – М., 1978. – 65 с.
6. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зацюрский, А.С. Аруин, В.Н. Селуянов. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
7. Биомеханика / В.И. Дубровский, В.Н. Федорова. – М.: Владос-Пресс, 2003. – 672 с.
8. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. – М.: Мир, 1976. – 541 с.
9. Формальский А.М. Перемещение антропоморфных механизмов. – М.: Наука, 1982. – 368 с.
10. Моделирование управляемого движения двуногого антропоморфного механизма / А.В. Борисов, А.В. Чигарев // Науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. ученых МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ. – 2004. – Т. 4. – С. 77–90.
11. Борисов А.В. Составление уравнений движения одиннадцатизвенного антропоморфного механизма при помощи общих теорем с абсолютно твердыми и деформируемыми звеньями // Науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. ученых МАДИ(ГТУ), МСХА, ЛНАУ. – 2004. – Т. 4. – С. 104–110.

DYNAMIC SIMULATION OF HUMAN LOWER EXTREMITY MOVEMENT

A. Ivanytska, M. Tereshchenko, S. Vyslouh, M. Filippova

National Technical University of Ukraine "KPI"

prosp. Peremogy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine. E-mail: alla.ok@mail.ru

The subject matter concerns the creation of the dynamic model of human lower extremity movement. To obtain this model, a system of differential equations was built, using the Lagrange equations of the second kind, which model the bipedal gait of the seven-bar linkage mechanism with deforming structural elements. The approximate solution of the inverse dynamics problem allows to seek a solution for the motion control problem (direct problem), using determined values. In order to obtain a model similar to the real-world system, link deformation, time and the mass moments of inertia are considered. The method of graphical visualization of human walking motions was developed with the help of modern techniques. As an example, a solution to this problem was given using the package "Mathematica 9.0". Based on the conducted analysis, a conclusion was made on the possibility of the implementation of the suggested method for the dynamic simulation of human lower limb movement.

Key words: simulation (modeling), lower extremities (limbs), motion equations, elastic deformations, graphical visualization.

REFERENCES

1. Bernshtein, N.A. (2001), *Izbrannye trudy po biomekhanike i kibernetike* [Selected papers on biomechanics and cybernetics], SportAkademPress, Moscow, Russia.
2. Novozhilov, I.V., Kruchinin, P.A., Kopylov, I.A. (2001), *Matematicheskoe modelirovanie sgibatel'no-razgibatel'nykh dvizhenii nizhnikh konechnostei pri izmenenii vertikal'noi pozy cheloveka* [Mathematical modeling of flexion-extension movements of the lower limbs when the human vertical posture], Publishing of Faculty of Mechanics and Mathematics, Moscow, Russia.
3. Chigarev, A.V., Myhasev, G.Y., Borisov, A.V. (2010), *Byomehanyka* [Biomechanics], Grevtsov Publishing, Minsk, Belarus.
4. Beletskii, V.V. (1984), *Dvunogaya khod'ba: model'nye zadachi dinamiki i upravleniya* [Bipedal walking: modeling problems of dynamics and control], Nauka, Moscow, Russia.
5. Zatsiorskii, V.M., Kaimin M.A. (1978), *Biomekhanika khod'by* [Biomechanics walk], Moscow, Russia.
6. Zatsiorskii, V.M., Aruin A.S, Seluyanov V.N.

(1981), *Biomekhanika dvigatel'nogo apparata cheloveka* [Biomechanics of human musculoskeletal system], Fizkul'tura i sport, Moscow, Russia.

7. Dubrovskii, V.I., Fedorova, V.N. (2003), *Biomekhanika* [Biomechanics], Vlados-Press, Moscow, Russia.

8. Vukobratovich, M. (1976), *Shagayushchie roboty i antropomorfnye mekhanizmy* [Walking robots and anthropomorphic mechanisms], Mir, Moscow, Russia

9. Formal'skii, A.M. (1982), *Peremeshchenie antropomorfnykh mekhanizmov* [Moving anthropomorphic mechanisms], Nauka, Moscow, Russia.

10. Borisov, A.V., Chigarev, A.V. (2004) "Simulation of controlled motion of an anthropomorphic biped mechanism", no. 4, pp. 77–90, Moscow.

11. Borisov, A.V. (2004) "Writing equations of motion of eleven ulcerative anthropomorphic mechanism using general theorems with absolutely rigid and deformable links", no. 4, pp. 104–110, Moscow.

Стаття надійшла 20.05.2014.