

УДК 531.383:531.65

**ПОЯСНЕНИЯ О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПОВОРОТА ТЕЛА ВОКРУГ ОДНОЙ ИЗ НЕЗАВИСИМЫХ ОСЕЙ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ ЗНАЧЕНИЯ ЕГО КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ЭТОЙ ОСИ****Б. И. Невзлин, В. Е. Загирняк**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: secr@kdu.edu.ua

Показана возможность поворота тела вокруг одной из независимых осей без изменения значения его кинетической энергии относительно этой оси. Рассмотрен как случай, когда система координатных осей неподвижна (инерциальна), так и случай, когда система координатных осей жестко связана с телом (неинерциальна). Доказано, что поворот тела относительно любой независимой оси может быть выполнен без затрат энергии и изменения запаса его кинетической энергии относительно этой оси, если тело имеет три вращательные степени свободы.

**Ключевые слова:** поворот тела, постоянство кинетической энергии, оси симметрии, инерциальная, неинерциальная система.

**ПОЯСНЕННЯ ПРО МОЖЛИВІСТЬ ПОВОРОТУ ТІЛА НАВКОЛО ОДНІЄЇ З НЕЗАЛЕЖНИХ ОСЕЙ БЕЗ ЗМІНИ ЗНАЧЕННЯ ЙОГО КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ВІДНОСНО ЦІЄЇ ОСІ****Б. І. Невзлін, В. Є. Загірняк**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: secr@kdu.edu.ua

Показана можливість повороту тіла навколо однієї з незалежних осей без зміни значення його кінетичної енергії відносно цієї осі. Розглянуті як випадок, коли система координатних осей нерухома (інерціальна), так і випадок, коли система координатних осей жорстко пов'язана з тілом (неінерціальною). Доведено, що поворот тіла щодо будь-якої незалежної осі може бути виконаний без витрат енергії та зміни запасу його кінетичної енергії щодо цієї осі, якщо тіло має три обертові ступені свободи.

**Ключові слова:** поворот тіла, сталість кінетичної енергії, осі симетрії, інерціальна, неінерціальна.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Представим тело  $M$ , одна точка  $A$  которого неподвижна (рис. 1).

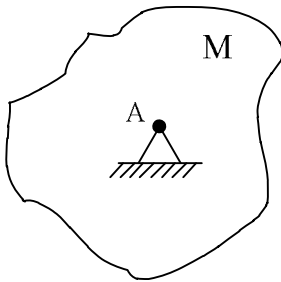


Рисунок 1 – Исходная схема

Как известно [1], такое тело лишено поступательного движения и имеет три степени свободы – возможность вращательного движения вокруг любой из трех независимых осей –  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а также одновременно вокруг любых двух и даже всех трех осей.

Представляется очевидным, что для поворота тела  $M$  вокруг любой оси необходимо в процессе поворота изменять значение кинетической энергии  $W_k$  на величину

$$W_k = 0,5J\omega^2,$$

где  $J$  – момент инерции тела относительно этой оси,  $\omega$  – угловая скорость, с которой тело осуществляет поворот, т. е. в процессе поворота вокруг оси, например,  $Ox$  необходимо вначале увеличить кинетическую энергию тела  $M$  относительно этой оси на некоторую величину, а затем уменьшить на эту же величину.

Цель работы – описать способ поворота тела  $M$  вокруг любой оси, например  $Ox$ , на произвольный угол  $\varphi$ , в процессе которого значение кинетической энергии  $W_x$  тела  $M$  относительно этой оси не изменяется.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Рассмотрены два случая: первый – система координатных осей  $Oxyz$  неподвижна (инерциальна), второй – система осей  $Oxyz$  вращается вместе с телом  $M$  вокруг точки  $A$ , помещенной в начале координат  $O$ .

Для наглядности примем тело в форме параллелепипеда с различными главными осями (рис. 2). Точки пересечения граней параллелепипеда с осями  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  обозначим  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ .

Рассмотрим два возможных варианта.

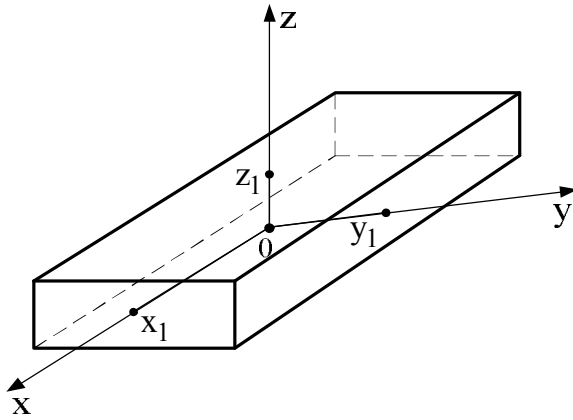


Рисунок 2 – Начальное положение тела

А. Оси  $0x$ ,  $0y$ ,  $0z$  неподвижны (система координат инерциальна). Поворот производим в следующем порядке.

Последовательность действий.

1. Поворачиваем тело вокруг оси  $0z$  на  $90^\circ$  (рис. 3) в любом направлении. Точка  $z_1$ , осталась на месте.

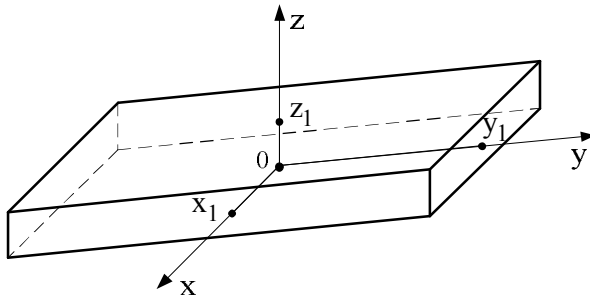


Рисунок 3 – Первый поворот тела

2. Поворачиваем тело вокруг оси  $0y$  на угол  $\varphi$  (рис. 4) в том же направлении, в котором нужно повернуть тело вокруг оси  $0x$ . На месте осталась точка  $y_1$ , остальные точки переместились.

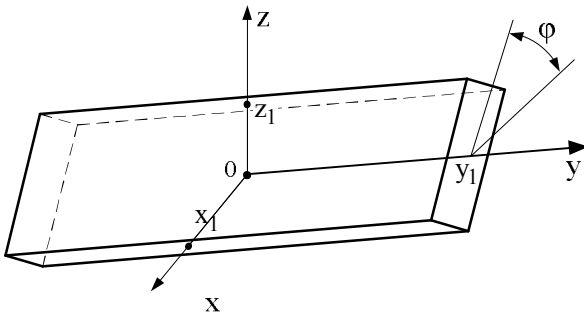


Рисунок 4 – Второй поворот тела

3. Поворачиваем тело вокруг оси  $0z$  на  $90^\circ$  в обратном направлении (рис. 5). При этом точка  $y_1$ , стала точкой  $x_1$  точка  $z_1$  осталась на месте.

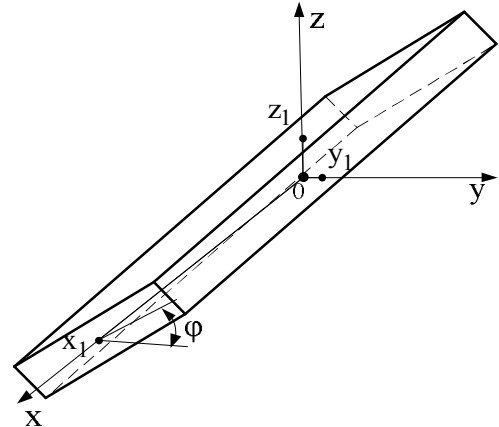


Рисунок 5 – Искомое положение тела

Таким образом поворот вокруг неподвижной оси  $0x$  на угол  $\varphi$  осуществлен путем поворотов только по двум другим осям. В этом легко убедиться, повернув тело вокруг оси  $0x$  на угол  $\varphi$ . Тело возвратится в исходное положение.

Б. Оси  $0x$ ,  $0y$ ,  $0z$  жестко связаны с телом (система координат неинерциальна).

Последовательность действий.

1. Поворачиваем тело вокруг оси  $0z$  на  $90^\circ$  (рис. 6). В этом случае все точки  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$  остаются неизменными относительно тела, т.к. поворачиваются вместе с ним.

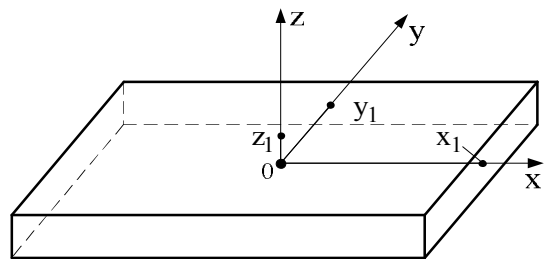


Рисунок 6 – Первый поворот тела

2. Поворачиваем тело вокруг оси  $0y$  на угол  $\varphi$  в направлении противоположном направлению поворота по старой оси  $0x$  (рис. 7).

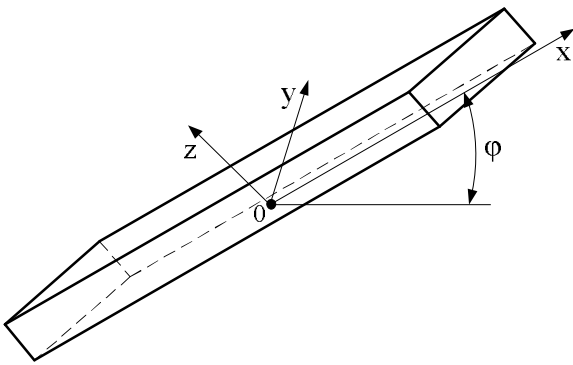


Рисунок 7 – Второй поворот тела

3. Поворачиваем тело вокруг оси  $Oz$  на угол  $90^\circ$  в обратном направлении (рис. 8).

В этом случае также очевидно, что поворот вокруг собственной оси тела  $Ox$  осуществлен путем поворота по двум другим осям.

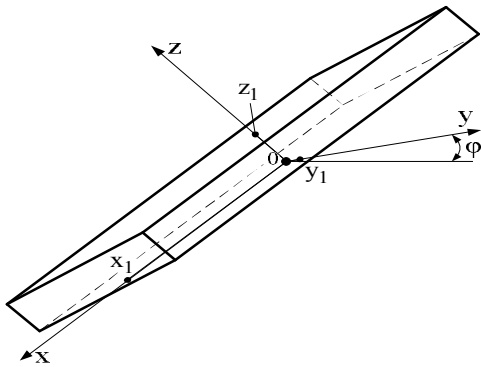


Рисунок 8 – Искомое положение тела

**ВЫВОДЫ.** Следовательно, для поворота тела вокруг одной из осей на угол  $\varphi$ , если система координат инерциальна, достаточно повернуть тело вокруг второй оси на угол  $\pm 90^\circ$  и вокруг третьей оси на угол  $\pm \varphi$ . Если же система координат связана с телом, достаточно повернуть его вокруг второй оси на угол  $\pm \varphi$  и затем повернуть его на угол  $\pm 90^\circ$  вокруг третьей оси.

Такие же перемещения могут быть необходимы при нелинейности среды: повышенная вязкость или препятствие в одном направлении, отказ одного из двигателей и т.д.

Представляется, что оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , оставаясь независимыми, нельзя назвать взаимозаменяемыми, поскольку для поворота (но не вращения) любая ось может быть заменена двумя другими, т.е. поворот тела относительно любой независимой оси может быть выполнен без затрат энергии и изменения запаса его кинетической энергии относительно этой оси, если тело имеет три вращательные степени свободы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Краткий курс теоретической физики / Л.Д. Ландау, Е. Лившиц. Кн. 1. Механика. Электродинамика. – М.: Наука, 1969. – 271 с.

### EXPLANATION OF THE POSSIBILITIES OF BODY PIVOT TURN ABOUT ONE OF INDEPENDENT AXES WITHOUT CHANGING THE VALUE OF ITS KINETIC ENERGY IN REGARD TO THIS AXIS

**B. Nevzlin, V. Zagirnyak**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University  
vul.Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine.E-mail: secr@kdu.edu.ua

A possibility of body pivot turn about one of independent axes without changing the value of its kinetic energy in regard to this axis is demonstrated. Both the case when the system of coordinate axes is stationary (inertial) and the case when the system of coordinate axes is rigidly bound with the body (noninertial) are considered. It is proved that body turn about any independent axis can be performed without expenditure of energy and change of kinetic energy store in regard to this axis if the body has three rotational degrees of freedom.

**Key words:** body turn, constancy of kinetic energy, symmetry axes, inertial, noninertial.

#### REFERENCES

1. Landau, L.D., (1969), *Kratkii kurs teoreticheskoi fiziki* [Short Course of Theoretical Physics], Кн. 1, Механика. Электродинамика, Nauka, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 27.02.2015.