

УДК 624.15

### ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ В ГРУНТОВОЙ ОСНОВЕ ПРИ РАБОТЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ИЛИ ПЛОСКОГО КОЛЛЕКТОРА ТЕПЛООВОГО НАСОСА

**Б. В. Моркляник**

Национальный университет «Львовская политехника»

ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, 79013, Украина. E-mail: morklyanyk@mail.ru

При проектировании оснований и фундаментов, в которых расположены коллекторы тепловых насосов, необходимо учитывать распределение температурных полей. Общим недостатком методов конечных разностей и конечных элементов является невозможность расчета полей в неограниченных областях (грунтовые массивы являются именно такими областями). Для прогноза температурных полей использован подход, суть которого заключается в построении фундаментальных решений задач теплопроводности и далее, с использованием принципа суперпозиции, нахождении температурных полей для конкретных нестандартных случаев. Представлено полученное фундаментальное решение, необходимое для определения температурного поля в основе плоского коллектора теплового насоса, то есть, решена задача об определении температурного поля от двумерного (плоского) точечного источника температуры, расположенного внутри полупространства. Получено фундаментальное решение для определения температурного поля в основе U-образного коллектора теплового насоса. Иными словами, решена задача об определении температурного поля от трехмерного (объемного) точечного источника температуры, расположенного внутри полупространства.

**Ключевые слова:** грунтовые основания, температурные поля, тепловые насосы, коллекторы, теплообмен.

### ЗАКОНОМІРНОСТІ ЗМІНИ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ В ГРУНТОВІЙ ОСНОВІ ВНАСЛІДОК РОБОТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО АБО ПЛАСКОГО КОЛЕКТОРА ТЕПЛООВОГО НАСОСУ

**Б. В. Моркляник**

Національний університет «Львівська політехніка»

вул. С. Бандери 12, м. Львів, 79013, Україна. E-mail: morklyanyk@mail.ru

При проектуванні основ і фундаментів, в яких розташовані колектори теплових насосів, необхідно враховувати розподіл температурних полів. Загальним недоліком методів кінцевих різниць і кінцевих елементів є неможливість розрахунку полів у необмежених областях (грунтові масиви є саме такими областями). Для прогнозу температурних полів використано підхід, суть якого полягає в побудові фундаментальних рішень задач теплопроводності і далі, з використанням принципу суперпозиції, знаходженні температурних полів для конкретних нестандартних випадків. Приведено отримане фундаментальне рішення, необхідне для визначення температурного поля в основі плоского колектора теплового насоса, тобто вирішено задачу про визначення температурного поля від двовимірного (плаского) точкового джерела температури, розташованого усередині півпростору. Отримано фундаментальне рішення для визначення температурного поля в основі U-подібного колектора теплового насоса. Іншими словами, вирішено задачу про визначення температурного поля від тривимірного (об'ємного) точкового джерела температури, розташованого усередині півпростору.

**Ключові слова:** ґрунтові основи, температурні поля, теплові насоси, колектори, теплообмін.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Принцип действия грунтового теплового насоса заключается в том, что для обогрева некоторого объема здания из гораздо большего объема основания забирается низкопотенциальное тепло. При этом температура основания может принимать отрицательное значение.

В этом также заключается основная проблема использования тепловых насосов в качестве отопительного прибора и (или) кондиционера, а именно – каким образом циклическое замораживание-оттаивание-нагрев грунтового основания будет влиять на прочность, несущую способность и деформации оснований, в которых расположены коллекторы грунтовых тепловых насосов и фундаменты зданий и сооружений.

Для понимания процесса охлаждения и нагрева грунтовых оснований необходимо уметь прогнозировать распределение в них температурных полей, обусловленных работой грунтовых тепловых насосов. При этом также следует учитывать температурные поля, обусловленные сезонными колебаниями температуры окружающей среды.

Целью исследований, результаты которых представлены в статье, являлось получение

фундаментального решения для определения параметров температурного поля в грунтовом основании при работе коллектора теплового насоса с учетом теплофизических свойств грунта.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Принятая в настоящей статье модель грунта, с точки зрения физики процесса, наиболее близка неводонасыщенному грунтовому основанию.

Применительно к водонасыщенным основаниям эта модель не позволяет учитывать теплоту кристаллизации и плавления, обусловленную фазовыми переходами поровой жидкости при ее замерзании и оттаивании.

При этом, однако, данная модель может быть использована для определения закономерностей распределения температуры в водонасыщенных грунтовых основаниях в первом приближении. Кроме того, при корректировке полученных в рамках рассматриваемой модели результатов с использованием эмпирических уточняющих коэффициентов вполне возможно использование приемлемых для практических расчетов формул.

Если основание используется в качестве среды для коллектора теплового насоса, из него либо будет

осуществляются отвод тепла (в тот период года, когда тепловая машина используется для отопления) либо приток тепла (в тот период года, когда тепловая машина используется для кондиционирования помещения).

В этом случае важно правильно учитывать тепловые процессы, протекающие в грунтовом основании, и знать материальные константы, соответствующие данным процессам.

Поскольку известные работы в указанном направлении до сих пор носили скорее либо описательный, либо оценочный характер [1–3], остановимся на этом вопросе подробнее.

Если коллектор-теплообменник расположен внутри грунтового основания, в первом приближении задача исследований может быть сформулирована так.

Известны законы природного изменения температуры на верхней границе и внутри грунтового основания (т.е. по его глубине) в зависимости от времени года.

Внутри основания устроен либо плоский коллектор, либо U-образный коллектор - зонд, с использованием которого осуществляется теплообмен циркулирующей в нем с некоторой скоростью жидкости с основанием.

Эта жидкость, в свою очередь, используется для частичного подогрева (если тепловой насос используется для отопления) или частичного охлаждения (если тепловой насос используется для нужд кондиционирования помещения) тепловой машины.

Известны теплофизические свойства и скорость движения циркулирующей в тепловом коллекторе жидкости.

Известны наружный и внутренний диаметры труб, по которым циркулирует теплоноситель, а также его прочностные и теплофизические свойства.

Известны теплофизические свойства основания, внутри которого помещен коллектор, а также условия теплообмена на контакте между коллектором и основанием.

Требуется определить количество тепла, поглощенное (если имеет место процесс кондиционирования) или отданное (если имеет место процесс отопления) основанием (или системой «фундамент – основание») за некоторый расчетный период времени.

Кроме того, необходимо оценить экономическую эффективность данной системы отопления или кондиционирования или системы, с использованием которой кондиционирование и обогрев помещений осуществляется одновременно.

Если коллектор-теплообменник расположен в фундаментах здания или сооружения, в первом приближении задача исследований может быть сформулирована так.

Известны законы природного изменения температуры на верхней границе и внутри грунтового основания (т.е. по его глубине) в зависимости от времени года.

Известны конструкция, геометрия и отметки заложения подошвы и верхнего обреза фундаментов внутри грунтового основания.

Известны теплофизические и прочностные свойства материала фундамента.

Известен закон теплообмена на контакте «основание – фундамент».

В теле фундамента (или фундаментов) устроен либо плоский коллектор, либо U-образный коллектор-зонд, с использованием которого осуществляется теплообмен циркулирующей в нем с некоторой скоростью жидкости с материалом фундамента и далее – с основанием.

При написании настоящей статьи преследовалась цель выполнить теоретические исследования процесса изменения тепловой энергии в грунтовом основании плоского коллектора теплового насоса и U-образного коллектора теплового насоса [1, 4, 5]. Две задачи исследований были сформулированы таким образом.

*Задача 1.*

1. Известна температура  $T_v(t)$  на верхней границе грунтового основания (рис.1).

2. Известно распределение температуры в основании по глубине  $T_0(z)$  в момент времени  $t=0$ .

3. Известны плотность  $\rho$  и теплофизические характеристики основания (т.е. его удельная теплоемкость  $c_p$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$ ).

4. На глубине  $h$  расположен коллектор теплового насоса в котором постоянно поддерживается температура  $T_w(t)$ .

5. Требуется определить, на сколько за некоторый расчетный период времени  $t_0$  изменится тепловая энергия основания (рис. 1).

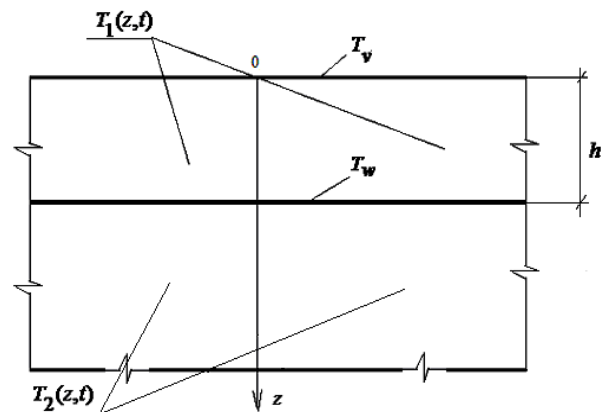


Рисунок 1 – К определению тепловой энергии основания

*Задача 2.*

1. Известны радиус скважины U-образного коллектора  $r$  и радиус зоны влияния  $R$  (теоретически радиус зоны влияния для одиночной скважины равен бесконечности).

2. Известна глубина  $h$ , на которой требуется определить температуру и далее – тепловую энергию.

3. Известны температуры  $T_v(t)$  и  $T_r(t)$ , соответственно на верхней границе грунтового основания и на стенке скважины U-образного коллектора (рис. 2).

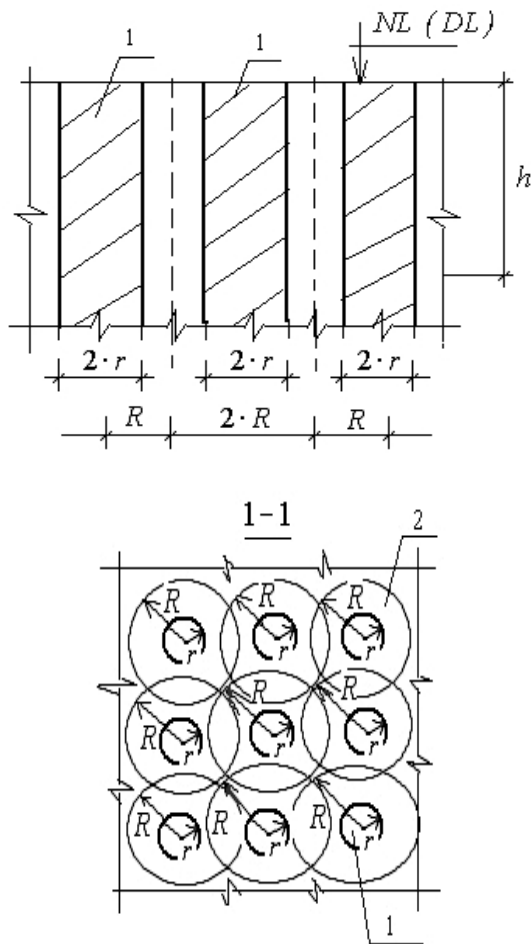


Рисунок 2 – Схема расположения скважин коллекторов тепловых насосов: 1 – скважина коллектора; 2 – зона влияния коллектора;  $r$  – радиус скважины коллектора;  $R$  – радиус зоны влияния коллектора;  $h$  – глубина, на которой определяется температурное поле и изменение тепловой энергии

4. На границе зоны влияния (рис. 2) температурный градиент  $\left. \frac{\partial T(\rho, t)}{\partial \rho} \right|_{\rho = R} = 0$  равен нулю.

5. Известно распределение температуры в основании по глубине  $T_0(z)$  в момент времени  $t = 0$  (в том числе, температура при  $z = h$ ).

6. Известны плотность  $\rho$  и теплофизические характеристики основания (т.е. его удельная теплоемкость  $c_p$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$ ).

7. Требуется определить, на сколько за некоторый расчетный период времени  $t_0$  изменится тепловая энергия основания.

*Решение задачи 1.*

Такая картина имеет место на вертикали, проходящей через центр неограниченного в плане плоского параллельного земной поверхности коллектора [5].

Согласно [5], с математической точки зрения задача исследований сводится к решению уравнения теплопроводности вида:

$$a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

при выполнении начального и граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} T_1(0, z) &= T_0(z), \text{const}, \in (0, h); \\ T_2(0, z) &= T_0 = \text{const}, \quad z \in (h, \infty); \\ T_1(t, 0) &= T_v(t); \\ T_1(t, h) - T_2(t, h) - T_w(t) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial z} T_1(t, h) - \frac{\partial}{\partial z} T_2(t, h) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Затем следует вычислить интеграл вида:

$$Q = \lim_{z \rightarrow h} \left\{ \int_0^t \lambda(z) \cdot \frac{\partial T(z, \xi)}{\partial z} \cdot d\xi \right\} \quad (3)$$

Здесь  $Q$  – либо «закачанная» в основание за некоторое время  $t$  тепловая энергия при работе теплового насоса в режиме кондиционирования, либо «извлеченная» из него за время  $t$  тепловая энергия при работе теплового насоса в режиме отопительного прибора, отнесенная к одному квадратному метру коллектора [5, 6]:

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

При решении (1) нами была использована аппроксимация граничного условия при  $z = 0$ , полученная авторами работы [1]:

$$\left. \begin{aligned} T_v(t) &= \sum_{i=0}^4 a_i \cdot T_i^*(\xi); \\ \xi &= \frac{t}{12}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $T_v(t)$  – температура на дневной поверхности основания в момент времени  $t$ ;  $t$  – время в месяцах;  $a_i$  – коэффициенты аппроксимации сезонного изменения температуры на дневной поверхности основания с использованием первых пяти смещенных полиномов Чебышева первого рода, которые представлены в табл. 1. Коэффициенты получены авторами работы [1]).

Таблица 1 – Коэффициенты аппроксимации сезонной температуры на дневной поверхности основания с использованием смещенных полиномов Чебышева первого рода

Город	Коэффициенты				
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
Днепропетровск	5,377	1,915	-10,393	-6,246	5,319
Львов	7,135	0,359	-9,513	-5,309	4,649

Решение уравнения (1) с начальными и граничным условиями (2) при учете интеграла и (3) имеет вид:

$$Q = \lambda \cdot T_0 \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{h^2}{4 \cdot a \cdot t} \right] - \frac{h}{a} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{h}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \right] \right\} + \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_w(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau - \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_v(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau \quad (5)$$

Здесь  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$  – дополнительный интеграл вероятности [7].

Если, начиная с некоторого момента времени  $t_0 \neq 0$ , тепловой насос работает в режиме отопления здания (сооружения), а температура грунта вблизи грунтового коллектора изменяется по закону  $T_w^o(t)$ , то тепловую энергию основания следует определять по формуле:

$$Q = \lambda \cdot T_0 \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{h^2}{4 \cdot a \cdot t} \right] - \frac{h}{a} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{h}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \right] \right\} + U_+(t-t_0) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{T_w^o(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau - \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_v(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau \quad (6)$$

Здесь  $U_+(t-t_0)$  – асимметричная функция Хевисайда [7].

Если, начиная с некоторого момента времени  $t_k \neq 0$ , тепловой насос работает в режиме кондиционирования здания (сооружения), а температура грунта вблизи грунтового коллектора изменяется по закону  $T_w^k(t)$ , то тепловую энергию основания следует определять по формуле:

$$Q = \lambda \cdot T_0 \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{h^2}{4 \cdot a \cdot t} \right] - \frac{h}{a} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{h}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \right] \right\} + U_+(t-t_k) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{T_w^k(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau - \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_v(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau \quad (7)$$

Наконец если, тепловой насос работает в реверсном режиме то тепловую энергию основания следует определять по формуле:

$$Q = \lambda \cdot T_0 \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{h^2}{4 \cdot a \cdot t} \right] - \frac{h}{a} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{h}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \right] \right\} + U_+(t-t_k) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{T_w^k(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau + U_+(t-t_0) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{T_w^o(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau - \frac{\lambda}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_v(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{h^2}{a \cdot (t-\tau)} \right] \right\} \cdot d\tau \quad (8)$$

Изложенные выше материалы исследований позволили сделать следующие выводы.

1. Получено теоретическое замкнутое решение задачи об изменении тепловой энергии в грунтовом основании теплового насоса.

2. Это решение позволяет охватить такие важные практические случаи:

- функционирование теплового насоса в режиме отопительного прибора;
- функционирование теплового насоса в режиме кондиционера;
- функционирование теплового насоса в реверсном режиме;

Решение задачи 2.

Полученное авторами [1] решение имеет вид:

$$T(z,t) = T_0 \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{\sqrt{a \cdot t}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{a \cdot \pi}} \cdot \int_0^t \frac{T_v(\xi)}{\sqrt{(t-\xi)^3}} \cdot \exp \left[ -\frac{z^2}{4 \cdot a \cdot (t-\tau)} \right] \cdot d\xi \quad (9)$$

где  $T_v(t) = \sum_{i=0}^4 a_i \cdot T_i^*(\xi)$ ;  $\xi = \frac{t}{12}$ , – температура

грунтового основания на его дневной поверхности;  $T_i^*(x)$  – смещенные полиномы Чебышева первого рода [7];  $a_i$  – установленные с использованием метода наименьших квадратов коэффициенты аппроксимации фактических зависимостей «температура дневной поверхности–время» для городов Днепропетровска и Львова (табл. 1).

Согласно [5], с математической точки зрения задача исследований сводится к решению уравнения теплопроводности вида:

$$a \cdot \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial T}{\partial \rho} \right\} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

при выполнении начального и граничных условий (рис. 3):

$$\left. \begin{aligned} T(r,t) &= T_r(t); \\ \frac{\partial T(\rho,t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R} &= 0; \\ T(0,\rho) &= T_0 = const, \quad \rho \in (r,R). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

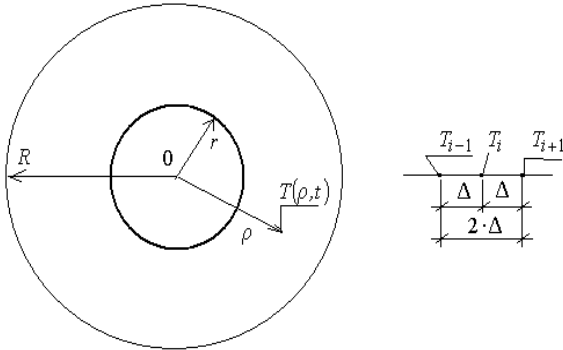


Рисунок 3 – К решению задачи об изменения температуры в грунтовом основании U-образного коллектора теплового насоса

Затем следует вычислить интеграл вида

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \lim_{\rho \rightarrow r_0} \int \lambda(\rho) \cdot \frac{\partial T(\rho, \xi)}{\partial \rho} \cdot d\xi \quad (12)$$

Здесь  $Q$  – либо «закачанная» в основание за некоторое время  $t$  тепловая энергия при работе теплового насоса в режиме кондиционирования, либо «извлеченная» из него за время  $t$  тепловая энергия при работе теплового насоса в режиме отопительного прибора, отнесенная к одному погонному метру скважины коллектора.

В ходе решения (2) при учете граничных условий (3) нами был использован численный метод коллокации [7]. При этом по формулам

$$\frac{\partial T(\rho,t)}{\partial \rho} \approx \frac{T(\rho_i,t) - T(\rho_{i+1},t)}{\rho_i - \rho_{i+1}} = \frac{T_{i+1}(t) - T_i(t)}{\Delta};$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial T(\rho,t)}{\partial \rho} \approx \frac{2}{\rho_i + \rho_{i+1}} \cdot \frac{T(\rho_i,t) - T(\rho_{i+1},t)}{\rho_i - \rho_{i+1}} = \frac{2}{\rho_i + \rho_{i+1}} \cdot \frac{T_{i+1}(t) - T_i(t)}{\Delta}$$

и

$$\frac{\partial^2 T(\rho,t)}{\partial \rho^2} \approx \frac{T(\rho_{i+1},t) - 2 \cdot T(\rho_i,t) + T(\rho_{i-1},t))}{(\rho_i - \rho_{i+1})^2} = \frac{T_{i+1}(t) - 2 \cdot T_i(t) + T_{i-1}(t)}{\Delta^2} \quad (13)$$

выполнялась дискретизация левой части дифференциального уравнения в частных производных (2), а само уравнение приводилось к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в обыкновенных производных вида:

$$\frac{dT_i}{dt} = a \cdot \left[ \frac{T_{i+1}(t) - 2 \cdot T_i(t) + T_{i-1}(t)}{\Delta^2} + \frac{2}{\rho_i + \rho_{i+1}} \cdot \frac{T_{i+1}(t) - T_i(t)}{\Delta} \right] \quad (14)$$

для решения которой был использован процесс итерации Пикара [7].

**ВЫВОДЫ.** В ходе решения задачи было установлено следующее.

1. Поток тепловой энергии через стенку скважины U-образного коллектора теплового насоса существенно зависит от ее радиуса  $R$ .
2. Поток тепловой энергии через стенку скважины U-образного коллектора теплового насоса существенно зависит от радиуса зоны влияния  $R$ .
3. Поток тепловой энергии через стенку скважины U-образного коллектора теплового насоса существенно зависит от плотности и теплофизических свойств грунта.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Температурные поля в основаниях грунтовых тепловых насосов / В.Г. Шаповал, Б.В. Моркляник. – Днепропетровск: Пороги, 2011. – 123 с.
2. Brandl, H. Energy foundation and other thermoactive ground structures // Geotechnique. – 2006. – № 2. – PP. 81–122.
3. Беляев Н.М. Термодинамика. – Киев: Вища школа, 1987. – 344 с.
4. Черная К.В. Использование конструкций фундаментов глубокого заложения при извлечении геотермальной энергии // Світ геотехніки. – 2006. – № 1. – С. 27–31.
5. Шаповал В.Г., Моркляник Б.В. Основания и фундаменты тепловых насосов. – Львов: Сполум, 2009. – 64 с.
6. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 480 с.
7. Корн Г., и Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 840 с.

**REGULARITIES OF CHANGES OF THERMAL ENERGY IN SOIL FOUNDATIONS AS A RESULT OF WORK OF VERTICAL OR FLAT COLLECTOR OF HEAT PUMP**

**B. Morklyanyk**

Lviv Polytechnic National University  
 vul. Bandera, 12, Lviv 79013, Ukraine. E-mail: morklyanyk@mail.ru

During the designing of the bases and foundations, in which the collectors of heat pumps are located, it must be taken into account the distribution of temperature fields. A common disadvantage of the methods of finite differences and finite elements is the inability to calculate fields in unbounded domains (a ground arrays are precisely this areas). For the forecasting of the temperature fields in the paper it is used the approach, the essence of which is to construct a

fundamental solution of tasks of the thermal conductivity and further, using the principle of superposition, finding the temperature fields for the specific cases of interest. It is presented the obtained fundamental solution that is necessary to determine the temperature field in the base of the planar collector of a heat pump. It means that it was solved the problem of determining the temperature field of two-dimensional (flat) point source of temperature, which is located inside the halfspace. It is obtained the fundamental solution for determination the temperature field at the base of U-shaped collector of the heat pump. In other words, it was solved the problem of determining the temperature field of the three-dimensional point source of temperature, which is located inside the halfspace.

**Key words:** bases, temperature fields, heat pumps, collectors, heat transfer.

#### REFERENCES

1. Shapoval, V.H., Morklianyk, B.V. (2011), *Temperaturnye polya v osnovaniyah teplovykh nasosov* [Temperature fields in the grounds of heat pumps], Porogi, Dnepropetrovsk, Ukraine.
2. Brandl, H. (2006), "Energy foundation and other thermo-active ground structures", *Geotechnique*, no. 2, pp. 81–122.
3. Beliaev, H.M. (1987), *Termodynamika* [Thermodynamics], Vysshaya shkola, Kiev, Ukraine.
4. Chernaia, K.V. (2006), "Using the designs of deep foundations when extracting geothermal energy", *Svit geotekhniki*, no. 1, pp. 27–31.
5. Shapoval, V.H., Morklianyk, B.V. (2009), *Osnovaniya i fundamenty teplovykh nasosov* [Foundations of heat pumps], Spolom, Lviv, Ukraine.
6. Kartashov, E.M. (1985), *Analytycheskiye metody v teoriiy teploprovodnosti tverdukh tel* [Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids], Vysshaya shkola, Moscow, Russia.
7. Korn, H., Korn, T. (1974), *Spravochnyk po matematyke* [Mathematical Handbook], Nauka, Moscow, Russia.

Стаття надійшла 30.06.2015.