

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ГАЗОДИНАМІЧНОГО ПОТОКУ У КОМПРЕСОРІ АВІАЦІЙНОГО ДВИГУНА ТВ3-117

Ю. М. Шмельов, С. І. Владов, О. Ф. Кришан, С. Д. Гвоздік

Кременчуцький льотний коледж Національного авіаційного університету
вул. Перемоги, 17/6, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: nml.nv.klknau@gmail.com

За результатами моделювання перехідних процесів газодинамічного потоку в компресорі авіаційного двигуна ТВ3-117 розроблено метод діагностування технічного стану його компресора, в основу якого покладено математичну модель щодо розподілу у часі тиску повітря у компресорі, яка побудована на основі класичної теорії руху рідин і газів з урахуванням особливостей газодинамічного потоку в компресорі авіаційного двигуна. За допомогою створеної математичної моделі перевірена версія з газодинамічним ударом при різкому закритті клапану перепуску повітря в компресорі авіаційного двигуна ТВ3-117. Отримані результати дозволили визначити стрибок тиску повітря при різкому закритті клапану. Розроблений метод дає змогу діагностувати стан компресора авіаційного двигуна ТВ3-117 з наступним встановленням ймовірності виникнення несправності клапану перепуску повітря та усунути явище помпажу. Запропонований метод може слугувати однією зі складових інтелектуальної експертної системи, здатної автоматично приймати рішення щодо технічного стану авіаційного двигуна у польотних режимах і надавати інформацію екіпажу стосовно можливості подальшого безпечного руху повітряного судна.

Ключові слова: повітряне судно, авіаційний двигун, компресор, перехідний процес, довга лінія.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ПОТОКА В КОМПРЕССОРЕ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ТВ3-117

Ю. Н. Шмелев, С. И. Владов, А. Ф. Крышан, С. Д. Гвоздик

Кременчугский летный колледж Национального авиационного университета
ул. Победы, 17/6, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: nml.nv.klknau@gmail.com

По результатам моделирования переходных процессов газодинамического потока в компрессоре авиационного двигателя ТВ3-117 разработан метод диагностирования технического состояния его компрессора, в основу которого положена математическая модель по распределению во времени давления воздуха в компрессоре, которая построена на основе классической теории движения жидкостей и газов с учетом особенностей газодинамического потока в компрессоре авиационного двигателя. С помощью созданной математической модели проверена версия с газодинамическим ударом при резком закрытии клапана перепуска воздуха в компрессоре авиационного двигателя ТВ3-117. Полученные результаты позволили определить скачок давления воздуха при резком закрытии клапана. Разработанный метод позволяет диагностировать состояние компрессора авиационного двигателя ТВ3-117 с последующим установлением вероятности возникновения неисправности клапана перепуска воздуха и устранить явление помпажа. Предложенный метод может служить одной из составляющих интеллектуальной экспертной системы, способной автоматически принимать решения относительно технического состояния авиационного двигателя в полетных режимах и предоставлять информацию экипажа о возможности дальнейшего безопасного движения воздушного судна.

Ключевые слова: воздушное судно, авиационный двигатель, компрессор, переходной процесс, длинная линия.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Безпека польотів повітряного судна – одна з проблем авіації – багато в чому залежить від надійності роботи їх двигунів. Контроль динаміки зміни значень газодинамічних показників є однією зі складових контролю технічного стану авіаційних двигунів [1–4]. Одним з джерел одержання значень газодинамічних показників у динаміці є результати моделювання фізичних процесів, що відбуваються усередині авіаційного двигуна. За результатами моделювання відбувається статистична обробка даних, визначаються статистичні показники, які є підґрунтям для висновку щодо поточного стану авіаційного двигуна.

Одним з важливих функціональних елементів авіаційного двигуна ТВ3-117 є компресор, який слугує для стиснення повітря і подальшої подачі стисненого повітря до камери згоряння. У свою чергу, у компресорі є клапан перепуску повітря для запобігання помпажу. У разі виникнення вихрових потоків у компресорах і зриву потоку повітря з їх лопаток, клапан перепуску повітря відчиняється та випускає надлишкове повітря задля вирівнювання основного

потоку. Момент відчинення клапану перепуску повітря і випуску надлишкового повітря є перехідним процесом. У разі несправності клапану перепуску повітря він не зможе усунути явище помпажу, яке можна визначити з аналізу перехідних процесів газодинамічного потоку в компресорі авіаційного двигуна ТВ3-117.

Метою роботи є математичне моделювання перехідних процесів газодинамічного потоку в компресорі авіаційного двигуна ТВ3-117 як актуальної науково-практичної задачі, розв'язок якої дозволить отримати розподіл значень фізичних величин у динаміці – діагностично важливих показників для контролю його технічного стану, зокрема, дослідженню розповсюдженого явища газодинамічного удару.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Задля досягнення поставленої мети у дослідженнях використано основні положення класичної теорії руху рідин і газів [5]. Її рівняння нелінійні, тому пряме їх дослідження і аналітичне рішення можливі лише в порівняно рідкісних випадках. При виведенні диференціальних рівнянь, що описують динаміку

рідини або газу, використовуються основні класичні закони: збереження маси, збереження імпульсу (третьй закон Ньютона) і збереження енергії [5].

Нехай $\rho(x, t)$ – густина рідини, тоді із застосуванням закону збереження маси отримуємо, що швидкість зміни маси в об'ємі V повинна дорівнювати потоку маси, що перетинає поверхню S об'єму V (рис. 1). Потік маси через елемент поверхні dS дорівнює $-\rho v dS$. Отже,

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho d\tau = \iint_S \rho v dS. \quad (1)$$

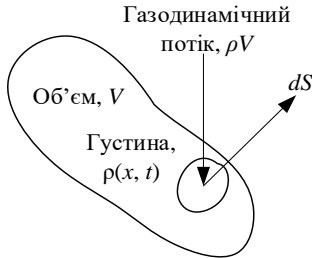


Рисунок 1 – Схема збереження маси у середовищі

Застосувавши теорему Гауса-Остроградського, приходимо до диференціальних рівнянь для збереження маси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho v = 0. \quad (2)$$

Подібно, з умови збереження імпульсу можна отримати рівняння руху для середовища. Розглянемо збереження проекції імпульсу на X -напрямок (рис. 2). X -компонента повного імпульсу в об'ємі V складає $\iiint_V \rho v_x d\tau$.

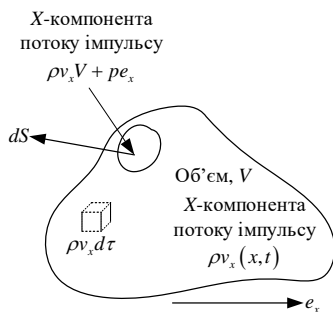


Рисунок 2 – Схема збереження імпульсу у середовищі

Завдяки конвекції імпульсу і впливу тиску p в X -напрямку X -компонента імпульсу середовища в об'ємі V збільшується з часом (e_x – одиничний вектор у X -напрямку), тобто $-\iint_S (\rho v_x V + p e_x) dS$.

Тоді, із закону збереження імпульсу (X -компоненти), отримуємо рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho v_x d\tau = -\iint_S (\rho v_x V + p e_x) dS. \quad (3)$$

Використовуючи теорему Гауса-Остроградського, отримуємо:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho v_x d\tau = \iiint_V \nabla (\rho v_x V + p e_x) d\tau, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \nabla (\rho v_x V + p e_x) = 0. \quad (5)$$

Подібно виводять рівняння руху для Y - і Z -напряmkів. Об'єднаємо ці рівняння і отримаємо:

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \nabla (\rho V + p I) = 0, \quad (6)$$

де I – одиничний тензор.

Диференціальні рівняння руху крапельної стисливої рідини по трубах уперше були складені Н. С. Жуковським в його роботі «Про гідравлічний удар у водопровідних трубах». Рівняння, отримані в його методи, можна застосувати для загального випадку руху рідини або газу в трубі [6].

Згідно з [5] для отримання кінцевої системи диференціальних рівнянь руху газодинамічного потоку по довгих трубопроводах проведемо два поперечних перерізи в будь-якому місці потоку в газопроводі, нехай відстань між ними dx .

Використовуючи теорему імпульсів, отримуємо (рис. 1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_f \rho v d f dx \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_f \rho v^2 d f \right) = -\frac{\partial}{\partial x} f p dx - \tau \chi dx - \gamma f dx \sin \alpha + p \frac{\partial f}{\partial x} = -f \frac{\partial p}{\partial x} dx - \tau \chi dx - \gamma f dx \sin \alpha, \quad (7)$$

де ρ – густина; p – середній тиск у перерізі; f – площа поперечного перерізу; v – поздовжня швидкість в елементі поперечного перерізу; t – час; τ – проекція дотичного напруження на стінці труби на вісь X – напрямку потоку – середня по змоченому периметру; χ – змочений периметр; γ – вага одиниці об'єму газу; α – кут піднесення осі елемента dx над горизонтом.

У кінцевому варіанті отримуємо:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = -f \frac{\partial p}{\partial x} - \tau \chi - \gamma f dx, \quad (8)$$

де M – масова витрата; I – проекція на вісь x кількості руху маси M :

$$M = \int_f \rho v d f, \quad (9)$$

$$I = \int_f \rho v^2 d f. \quad (10)$$

Рівняння (8) – загальне рівняння, яке є дійсним для будь-якого газодинамічного потоку в трубі.

Розглянемо баланс маси, що припадає на елемент dx . Далі, з використанням теореми про нерозривність отримуємо рівняння:

$$\frac{\partial (f p)}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

У загальному випадку величину I можна навести у вигляді:

$$I = \int_f \rho v^2 d f = (1 + \beta) f \rho \omega^2 = (1 + \beta) M \omega, \quad (12)$$

де ω – середня швидкість у перерізі, β – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей у виразі кількості руху потоку через середню швидкість і середню у перерізі густину. Як відомо, при сталому русі для нормального розподілу швидкостей в турбулентному потоці $\beta \approx 0$ за параболічного

розподілу $\beta = \frac{1}{3}$. При несталому русі β буде змінною величиною, яка залежить від характеру розподілу швидкостей у перерізах труби.

Далі скористаємося такою формулою з газодинаміки для дотичного напруження τ :

$$\tau = \frac{\lambda}{8} \rho \omega^2, \quad (13)$$

де λ – коефіцієнт опору у формулі Дарсі-Вейсбаха для втрати напору на тертя в трубі. Величину λ завжди можна встановити, знаючи шорсткість труби і режим руху.

Відомо, що λ залежить від шорсткості труби і режиму руху (числа Рейнольдса). Прийmemo таке припущення: характеристики опорів, встановлені для стаціонарних рухів, зберігаються і для нестаціонарних.

Тоді, остаточно рівняння (8) переписеться у такому вигляді:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -S \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\lambda}{8} \rho \omega^2 \chi S \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega). \quad (14)$$

Оскільки $M = \rho S \omega$, то рівняння можна спростити:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} &= -S \frac{\partial p}{\partial x} - M \frac{\lambda \omega}{8S} \chi - \gamma S \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega) = \\ &= -S \frac{\partial p}{\partial x} - M \frac{\lambda \omega}{8\delta} - \gamma S \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega), \end{aligned} \quad (15)$$

де δ – гідравлічний радіус перетину і дорівнює:

$$\delta = \frac{f}{X} = \frac{\pi \frac{d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4}, \quad (16)$$

де d – діаметр газопроводу.

Далі повернемося до рівняння нерозривності (11). Для стиснення газу, прийmemo $S = \text{const}$ і скористаємося такою залежністю:

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}, \quad (17)$$

де c – швидкість звуку в газі, звідки отримуємо, розкриваючи повні диференціали dp і $d\rho$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right). \quad (18)$$

Оскільки збільшення dt і dx – довільні, необхідно, щоб:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (19)$$

Звідси отримуємо наступне рівняння:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} = S \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{S}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (20)$$

У результаті рівняння руху (8) і нерозривності (11) можна записати у вигляді наступної системи:

$$\begin{cases} -S \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial t} + M \frac{\lambda \omega}{8\delta} + \gamma S \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega); \\ -S \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial M}{\partial x}. \end{cases} \quad (21)$$

Система рівнянь (21) становить два диференціальних рівняння першого порядку у частинних похідних гіперболічного типу, у загальному випадку нелінійних.

Для простоти, розглянемо газопровід постійного перерізу S . Тоді, розділивши обидві частини системи на S , отримаємо:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\lambda}{8\delta} \rho \omega + \gamma \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega); \\ \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t}. \end{cases} \quad (22)$$

Спростимо систему рівнянь (21). Покажемо, що в рівняннях (8) і (22) при русі реального газу з дозвуквою швидкістю можна знехтувати членом $\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega)$.

Позначимо $\sin \alpha = \frac{dz}{dx}$, де z – перевищення

центра ваги перерізу труби над довільною горизонтальною площиною.

Можна проінтегрувати перше з рівнянь (22) по x від x_1 до x_2 при фіксованому t і навести результат у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} (p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} dx + \rho \int_{x_1}^{x_2} \frac{\lambda \omega^2}{8\delta} dx + \\ &+ ((1 + \beta) \rho \omega^2)_2 - ((1 + \beta) \rho \omega^2)_1. \end{aligned} \quad (23)$$

При русі газу з дозвуквою швидкістю завжди можна знехтувати динамічним тиском, відповідним до швидкісного напору, а також знехтувати гідростатичним тиском газу через його малу густину. Звідси, у (23) остання різниця $((1 + \beta) \rho \omega^2)_2 - ((1 + \beta) \rho \omega^2)_1$ може бути опущена, а,

отже, і в першому рівнянні системи (22) можна не враховувати член $\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} ((1 + \beta) M \omega)$.

Надалі, під тиском p будемо мати на увазі суму $p + \gamma z$ і зневажати членом $\gamma \sin \alpha$. У результаті отримана система

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\lambda \rho \omega^2}{8\delta}; \\ -\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x}. \end{cases} \quad (24)$$

Її можна перетворити у вигляді

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\lambda \omega}{8\delta} (\rho \omega); \\ -\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{cases} \quad (25)$$

Подібний вигляд мають рівняння, відомі в електротехніці, які описують зміну електричного потенціалу вздовж електричного кола ($d\phi/dx$) і за часом ($d\phi/dt$), якщо це електричне коло складене з елементів, які мають з розрахунку на одиницю довжини, омичний опір R_0 , ємність C_0 та індуктивність L_0 . Ці рівняння відомі як телеграфні рівняння довгої лінії [7]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases} \quad (26)$$

де $p \rightarrow u$, $\rho\omega \rightarrow i$, $R = \frac{\lambda\omega}{8\delta}$, $L = 1$, $C = \frac{1}{c^2}$.

Для реалізації поставленої мети дослідження перехідні процеси у компресорі двигуна ТВ3-117 пропонується розглядати на елементарній ділянці його моделі, яка згідно (26) являє собою довгу лінію (поєднованим RCL -коливальним контуром, рис. 3) з діючою на неї джерелом напруги U_0 [8].

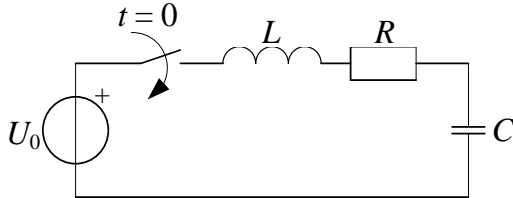


Рисунок 3 – Еквівалентна схема заміщення елементарної ділянки газопровідного тракту у компресорі

Аналіз вільних коливань у послідовному коливальному контурі призводить до розв'язку системи з двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з постійними коефіцієнтами відносного змінного стану – струму в індуктивності (швидкості потоку) і напруги (тиску) на ємності контуру. Одне з рівнянь складається за рахунок застосування до контуру другого закону Кірхгофа:

$$U_L + U_R + U_C - U_0 = 0. \quad (27)$$

Друге рівняння пов'язує струм у контурі з напругою на одному з елементів:

$$i_L = C \frac{dU_C}{dt}. \quad (28)$$

Також варто додати ще два допоміжних рівняння, що описують напруги на індуктивності та опорі:

$$U_R = i_L R, \quad (29)$$

$$U_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (30)$$

З урахуванням вищевикладеного, система диференціальних рівнянь за законами Кірхгофа має вигляд:

$$\begin{cases} i_L = C \frac{dU_C}{dt}; \\ L \frac{di_L}{dt} + i_L R + U_C = U_0. \end{cases} \quad (31)$$

Виразивши із системи (31) похідні напруги на ємності та струму в індуктивності, одержимо рівняння стану:

$$\begin{cases} \frac{dU_C}{dt} = i_L \frac{1}{C}; \\ \frac{di_L}{dt} = -U_C \frac{1}{L} - i_L \frac{R}{L} + U_0 \frac{1}{L} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Невідомими змінними стану в отриманій системі рівнянь (32) є напруга на ємності та струм в індук-

тивності. Матриця коефіцієнтів системи (32) у цьому випадку набуває вигляду $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, де $a_{11} =$

0 ; $a_{12} = \frac{1}{C}$, $a_{21} = -\frac{1}{L}$, $a_{22} = -\frac{R}{L}$. Отже,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Матриця вільних членів визначається параметрами діючих джерел у колі:

$$BF = \begin{bmatrix} 0 \\ U_0 \cdot \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad (34)$$

а матриця початкових умов має вигляд:

$$X(0) = \begin{bmatrix} U_C(0) \\ i_L(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Визначаємо власні значення λ матриці A , прирівнявши її визначник до нуля:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (36)$$

звідки

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \frac{1}{LC}}}{2} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \frac{1}{LC}},$$

тобто $\lambda_{1,2} = a \pm jb$, оскільки $\left(\frac{R}{L}\right)^2 < 4 \cdot \frac{1}{LC}$, де

$$a = -\frac{R}{2L}, \quad b = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{LC}}.$$

Тоді,

$$\lambda_1 - \lambda_2 = (a + jb) - (a - jb) = 2jb.$$

Для обчислення e^{At} застосовується формула Сильвестра [9]:

$$e^{At} = \sum_{k=1}^n \frac{\prod_{i=1, i \neq k}^n (A - \lambda_i \cdot 1)}{\prod_{i=1, i \neq k}^n (\lambda_k - \lambda_i)} e^{\lambda_k t}, \quad (37)$$

де $1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ – діагональна одинична матриця порядку n для двох станів i_L і U_C . Тоді, після відповідних перетворень формула Сильвестра набуде вигляду:

$$e^{At} = \frac{A - \lambda_2 \cdot 1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{A - \lambda_1 \cdot 1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_2 \cdot 1 &= (a - jb) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a - jb & 0 \\ 0 & a - jb \end{vmatrix}, \\
 A - \lambda_2 \cdot 1 &= \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a - jb & 0 \\ 0 & a - jb \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} -a + jb & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - a + jb \end{vmatrix}, \\
 \lambda_1 \cdot 1 &= (a + jb) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a + jb & 0 \\ 0 & a + jb \end{vmatrix}, \\
 A - \lambda_1 \cdot 1 &= \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a + jb & 0 \\ 0 & a + jb \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} -a - jb & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - a - jb \end{vmatrix}, \\
 \frac{A - \lambda_2 \cdot 1}{\lambda_1 - \lambda_2} &= \frac{1}{2jb} \cdot \begin{vmatrix} -a + jb & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - a + jb \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \end{vmatrix}, \\
 \frac{A - \lambda_1 \cdot 1}{\lambda_1 - \lambda_2} &= \frac{1}{2jb} \cdot \begin{vmatrix} -a - jb & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - a - jb \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \end{vmatrix}, \\
 e^{At} &= e^{(a+jb)t} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \end{vmatrix} - \\
 &- e^{(a-jb)t} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \end{vmatrix}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Для обчислення напруги на ємності та струму в індуктивності здійснюється розв'язок рівнянь станів у матричній формі:

$$X(t) = e^{At} \cdot X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \cdot BF d\tau = e^{(a+jb)t} \times$$

$$\begin{aligned}
 &\times \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_0 \\ 0 \end{vmatrix} - \\
 &- e^{(a-jb)t} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_0 \\ 0 \end{vmatrix} + \\
 &+ \int_0^t e^{(a+jb)(t-\tau)} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ U_0 \frac{1}{L} \end{vmatrix} - \\
 &- e^{(a-jb)(t-\tau)} \cdot \begin{vmatrix} -\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2jbC} \\ -\frac{1}{2jbL} & -\frac{R}{2jbL} - \frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ U_0 \frac{1}{L} \end{vmatrix} d\tau = \\
 &= e^{(a+jb)t} \cdot \begin{vmatrix} -U_0 \left(\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \right) \\ -\frac{U_0}{2jbL} \end{vmatrix} - e^{(a-jb)t} \cdot \begin{vmatrix} -U_0 \left(\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \right) \\ -\frac{U_0}{2jbL} \end{vmatrix} + \\
 &+ \int_0^t e^{(a+jb)(t-\tau)} \cdot \begin{vmatrix} \frac{U_0}{2jbLC} \\ U_0 \left(\frac{a}{2jb} + \frac{R}{2jbL} - \frac{1}{2} \right) \end{vmatrix} - \\
 &- e^{(a-jb)(t-\tau)} \cdot \begin{vmatrix} \frac{U_0}{2jbLC} \\ U_0 \left(\frac{a}{2jb} + \frac{R}{2jbL} + \frac{1}{2} \right) \end{vmatrix} d\tau.
 \end{aligned}$$

З урахуванням, що $L = 1$, напруга на ємності обчислюється таким чином:

$$\begin{aligned}
 U_c(t) &= -e^{(a+jb)t} U_0 \left(\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \right) + e^{(a-jb)t} U_0 \left(\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \right) + \\
 &+ \int_0^t \left(\frac{U_0}{2jbC} \cdot e^{(a+jb)(t-\tau)} - \frac{U_0}{2jbC} e^{(a-jb)(t-\tau)} \right) d\tau = -e^{(a+jb)t} U_0 \times \\
 &\times \left(\frac{a}{2jb} - \frac{1}{2} \right) + e^{(a-jb)t} U_0 \left(\frac{a}{2jb} + \frac{1}{2} \right) + \frac{U_0}{2jbC} \times \\
 &\times \left(\frac{e^{at+jbt} - 1}{a + jb} - \frac{e^{at-jbt} - 1}{a - jb} \right) = -e^{\left(\frac{R}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - 4C} \right)t} \times \\
 &\times U_0 \left(\frac{-\frac{R}{2}}{j\sqrt{R^2 - 4C}} - \frac{1}{2} \right) + e^{\left(\frac{-R}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - 4C} \right)t} \times
 \end{aligned}$$

$$\times U_0 \left(\frac{-\frac{R}{2}}{j\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}} + \frac{1}{2} \right) + \frac{U_0}{jC\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}} \times$$

$$\times \left(\frac{e^{\left(-\frac{R}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}\right)t} - 1}{-\frac{R}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}} - \frac{e^{\left(-\frac{R}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}\right)t} - 1}{-\frac{R}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{R^2 - \frac{4}{C}}} \right). \quad (40)$$

Для дослідження явища газодинамічного удару на даний час Н. С. Жуковським і його послідовниками був розроблений досить сильний математичний апарат. Правда, навіть у класичній формулі Н. С. Жуковського для гідравлічного удару, обирається ідеальна нестислива рідина або реальна, але, все ж таки, мало стиснута рідина. У випадку з газом матимуть місце дещо інші процеси [10].

Перевіримо на створеній математичній моделі версію з газодинамічними ударом при різкому закритті клапану перепуску повітря в компресорі авіаційного двигуна ТВ3-117.

Отже, для даного випадку маємо такі вихідні дані: тиск на початку, $P(0, t) = 0,089$ МПа, вважаємо, що він підтримується на заданому рівні регулятором тиску. У початковий момент часу, тиск в кінці газопроводу (перед клапаном перепуску повітря) – $P(L, 0) = 1,2396$ МПа. Початковим розподілом тиску приймемо наступну залежність:

$$P_1 = P_0 \left(1 - \frac{C_a^2 (1 + \zeta)}{575 T_H} \right), \quad (41)$$

де T_H – температура навколишнього середовища; C_a – швидкість повітря на виході; $\zeta = 0,05$.

Після розв'язку поставленої задачі за допомогою розробленої математичної моделі (40) можна отримати розподіл зміни тиску при різкому закритті клапану перепуску повітря, але як електричного аналога напруги на ємності (рис. 4).

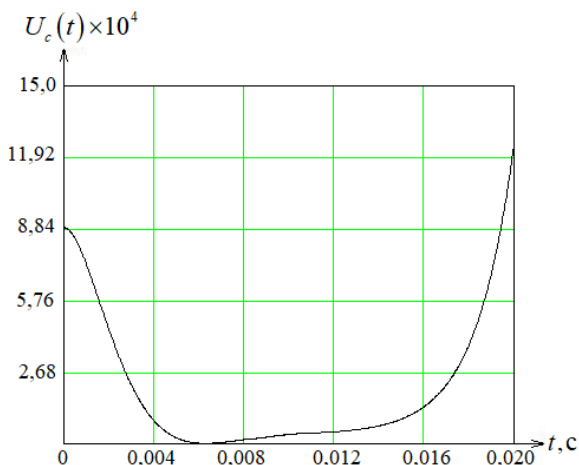


Рисунок 4 – Графік часового розподілу електричної напруги на ємності у компресорі у момент різкого закриття клапану

Дані показують, що стрибок тиску при різкому закритті клапану перепуску повітря не перевищує

1,192 МПа, тобто тиск підвищується більш ніж на 20 %.

ВИСНОВКИ. Розроблено метод визначення перехідних процесів руху газу у компресорі, який базується на аналогії між рівняннями руху і нерозривності й телеграфними рівняннями довгої лінії, що дозволило представити ділянку компресора у вигляді послідовного RCL-кола, а процес відкриття-закриття клапану перепуску повітря – як перехідного процесу у ньому й отримати аналітичний вираз, за допомогою якого визначається ступінь впливу газодинамічного удару на функціонування авіаційного двигуна ТВ3-117 у режимі реального часу.

Перспективами подальшого дослідження є внесення розробленого методу до експертної системи, яка буде автоматично приймати рішення щодо вищевикладених положень у польотних режимах і надавати інформацію екіпажу щодо можливості подальшого руху повітряного судна.

ЛІТЕРАТУРА

1. Pashayev A. M., Askerov D. D., Ardil C., Sadiqov R. A., Abdullayev P. S. Complex Condition Monitoring System of Aircraft Gas Turbine Engine. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. 2007. Vol. 1, no. 11. P. 689–695.
2. Ntantis E. L., Botsaris P. N. Diagnostic Methods for an Aircraft Engine Performance. *Journal of Engineering Science and Technology*. 2015. Review 8(4). P. 64–72.
3. Ntantis E. L., Li Y. G. The impact of measurement noise in GPA diagnostics analysis of a gas turbine engine. *International Journal of Turbo & Jet Engine*. 2013. Vol. 30 (4). P. 401–408.
4. Stamatis A. G. Evaluation of gas path analysis methods for gas turbine diagnostics. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2011. Vol. 25, issue 2. P. 469–477.
5. Choi H. Classical Mechanics. 2014. 82 p. URL: <http://www.ucl.ac.uk/~zcapd49/phas1247coursenotes.pdf> (дата звернення: 02.07.2018).
6. Rezaei H., Ryan B., Stoianov I. Pipe failure analysis and impact of dynamic hydraulic conditions in water supply networks. *13th Computer Control for Water Industry Conference, CCWI 2015*. 2015. P. 253–262.
7. Song J., Liu Y., Yu Y. Numerical Analysis of Transmission Line Telegraph Equation Based on FDTD Method. *Journal of Convergence Information Technology (JCIT)*. 2012. Vol. 7, no. 20. P. 258–265.
8. Владов С. І. Дослідження перехідного процесу руху крові в аорті. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук : КрНУ, 2012. Вип. 5/2012 (76). С. 24–27.
9. Roya M. F., Szpirglas A. Sylvester double sums and subresultants. *Journal of Symbolic Computation*. 2011. Vol. 46, issue 4. P. 385–395.
10. Leonov G. A. Strange attractors and classical stability theory. *IFAC Proceedings Volumes*. 2006. Vol. 39, issue 8. P. 251–262.

SIMULATION OF TRANSIENTS OF GAS-DYNAMIC FLOW IN COMPRESSOR
OF AVIATION ENGINE TV3-117

Yu. Shmelov, S. Vladov, A. Kryshan, S. Gvozdik

Kremenchuk Flight College of National Aviation University

vul. Peremogy, 17/6, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: nml.nv.klknau@gmail.com

Purpose. To perform simulation of the motion of the gas-dynamic flow in the compressor of the aircraft engine TV3-117 as an actual scientific-practical problem, the solution of which will allow to obtain the distribution of values of physical quantities in dynamics and to develop a method for diagnosing its technical state. **Methodology.** The work is based on the method of electrical analogy, which consists in the identity of the system of equations of motion of the gas-dynamic flow in the compressor of the aircraft engine TV3-117, obtained on the basis of the theory of motion of liquids and gases, and telegraph equations of a long line when introducing equivalent parameters. **Results.** As a result of the solution of the set task, with the help of the developed mathematical model, a graph of pressure distribution was obtained with a sharp closure of the air transfer valve, which is an information criterion for determining the technical condition of the compressor in the presence of a malfunction of the air transfer valve. A method for determining the transients of the gas motion in the compressor is developed, which is based on the analogy between the equations of motion and continuity and telegraph equations of the long line, which allowed to introduce the compressor site in the form of a sequential RCL-circle, and the process of opening-closing of the air transfer valve – as a transition process in and obtain an analytical expression, by which the degree of impact of the gas-dynamic impact on the functioning of the aviation engine TV3-117 in real-time is determined. **Originality.** The scientific novelty of the results obtained is as follows: the method for diagnosing the technical state of aviation gas turbine engines, including the TV3-117 aircraft engine, has been further developed, which differs from existing ones in that it will allow diagnosing the state on the basis of a mathematical model describing the movement of air in the compressor aircraft engine TV3-117, which will determine the probability of malfunction of the air passage valve, which will eliminate the phenomenon of surging. **Practical value.** The developed method can serve as one of the blocks of the intellectual expert system that will make a decision regarding the technical condition of the aircraft engine in flight modes automatically and provide the crew information on the possibility of further aircraft movement. The task of developing an intellectual expert system can be effectively solved using the mathematical apparatus of neural networks, since its application raises the reliability and accuracy of the classification of modes, identification, control, diagnostics, time series analysis (forecasting), debugging engine parameters, etc., the quality of its decisions.

Key words: aircraft, aviation engine, compressor, transient process, long line.

REFERENCES

1. Pashayev, A. M., Askerov, D. D., Ardil, C., Sadiqov, R. A., Abdullayev, P. S. (2007), "Complex Condition Monitoring System of Aircraft Gas Turbine Engine", *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*, vol. 1, no. 11, pp. 689–695.
2. Ntantis, E. L., Botsaris, P. N. (2015), "Diagnostic Methods for an Aircraft Engine Performance", *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 8 (4), pp. 64–72.
3. Ntantis, E. L., Li, Y. G. (2013), "The impact of measurement noise in GPA diagnostics analysis of a gas turbine engine", *International Journal of Turbo & Jet Engine*, vol. 30 (4), pp. 401–408.
4. Stamatis, A. G. (2011), "Evaluation of gas path analysis methods for gas turbine diagnostics", *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 25, iss. 2, pp. 469–477.
5. Choi, H. Classical Mechanics. 2014. URL: <http://www.ucl.ac.uk/~zcapd49/phas1247coursenotes.pdf>.
6. Rezaeia, H., Ryanb, B., Stoianov, I. (2015), "Pipe failure analysis and impact of dynamic hydraulic conditions in water supply networks", *13th Computer Control for Water Industry Conference, CCWI 2015*, pp. 253–262.
7. Song, J., Liu, Y., Yu, Y. (2012), "Numerical Analysis of Transmission Line Telegraph Equation Based on FDTD Method", *Journal of Convergence Information Technology (JCIT)*, vol. 7, no. 20, pp. 258–265.
8. Vladov, S. I. (2012), "Research of transitional process of motion of blood an aorta", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 5, no. 76, pp. 24–27.
9. Roya, M. F., Szpirglas, A. (2011), "Sylvester double sums and subresultants", *Journal of Symbolic Computation*, iss. 4, pp. 385–395.
10. Leonov, G. A. (2006), "Strange attractors and classical stability theory", *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, iss. 8, pp. 251–262.

Стаття надійшла 28.05.2018.