

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В КОМПОЗИТАХ С ПОЛИРАЗМЕРНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ****И. В. Загинайло, А. Н. Писаренко, Д. А. Спиридонов, Д. В. Левицкий**

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

ул. Дидрихсона, 4, г. Одесса, 65029, Украина. E-mail: pysarenkoan@gmail.com

Методом численного эксперимента исследована зависимость эффективной теплопроводности в двумерных моделях двухкомпонентных композиционных материалов от статистико-геометрических параметров моно- и полиразмерных теплоизолирующих включений. Обнаружено, что концентрационные и дистанционные зависимости эффективной теплопроводности материалов с полиразмерными включениями при отсутствии непосредственного теплового контакта между ними совпадают с аналогичными зависимостями для материалов с моноразмерными включениями при условии равенства среднего значения нормально-распределенного размера полиразмерных включений с размерами моноразмерных включений в исследованном диапазоне их статистико-геометрических параметров. Показано, что в предложенных аппроксимациях для зависимостей эффективной теплопроводности от концентрации включений и минимальной дистанции между ними подгоночные коэффициенты являются функциями только какого-либо одного статистико-геометрического параметра включений, что делает данные аппроксимации удобными для практического анализа теплопроводящих свойств материала. Сделан вывод о допустимости использования приближения моноразмерных включений при моделировании процессов переноса в двухкомпонентном композите с дисперсным наполнителем в исследованном диапазоне коэффициентов вариации размеров включений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, композиционный материал, эффективная теплопроводность.

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛОПЕРЕНОСУ В КОМПОЗИТАХ З ПОЛІРОЗМІРНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ****І. В. Загинайло, О. М Писаренко, Д. О. Спиридонов, Д. В. Левицький**

Одеська державна академія будівництва і архітектури

вул. Дідріхсона, 4, м. Одеса, 65029, Україна. E-mail: pysarenkoan@gmail.com

Методом чисельного експерименту досліджено залежність ефективної теплопровідності в двовимірних моделях двокомпонентних композиційних матеріалів від статистико-геометричних параметрів моно- і полірозмірних включень, які є теплоізоляторами. Алгоритм моделювання дозволяв виконувати випадкове рівномірне розміщення включень в матриці матеріалу, задавати нормальний розподіл розмірів включень і мінімально допустиму дистанцію між ними. Для середнього значення ефективної теплопровідності та її коефіцієнта варіації отримані слабкі лінійні залежності від коефіцієнта варіації розміру включень. Дано пояснення спостережуваному зменшенню коефіцієнта варіації ефективної теплопровідності при збільшенні коефіцієнта варіації розміру включень. Проведено порівняння залежностей ефективної теплопровідності матеріалів з монорозмірними і полірозмірними включеннями від їх концентрації за умови рівності середнього значення розміру полірозмірних включень розміру монорозмірних включень. При відсутності безпосереднього теплового контакту між включеннями ці залежності для матеріалів обох типів практично збігаються в дослідженому діапазоні їх статистико-геометричних параметрів. У разі, коли алгоритм розміщення включень допускав їх безпосередній тепловий контакт, теплопровідність матеріалів з монорозмірними включеннями виявлялася трохи нижче (до 3%), ніж матеріалів з полірозмірними включеннями. Проведено додатковий аналіз запропонованих нами в попередніх роботах апроксимаційних формул для залежностей ефективної теплопровідності від концентрації включень і мінімальної дистанції між ними. Показано, що в запропонованих апроксимаціях підгінні коефіцієнти є функціями тільки якого-небудь одного статистико-геометричного параметра включень (виняток становить один коефіцієнт, який залежить від двох параметрів), що робить дані апроксимації зручними для практичного аналізу теплових властивостей матеріалу. За результатами чисельного експерименту зроблено висновок про допустимість використання наближення монорозмірних включень при моделюванні процесів переносу тепла в двокомпонентному композиті з дисперсним наповнювачем в дослідженому діапазоні коефіцієнтів варіації розмірів включень.

**Ключові слова:** математичне моделювання, композиційний матеріал, ефективна теплопровідність.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Дисперсно-наполненные композиты находят широкое применение в качестве конструкционных и функциональных материалов [1, 2]. Значительное внимание уделяется в последнее время тепловым свойствам таких композитов, в частности коэффициенту теплового расширения, термоупругости и эффективной теплопроводности [3, 4]. Получение композитных материалов (КМ) с требуемыми эксплуатационными характеристиками может быть достигнуто целенаправленным

регулированием структуры и связанных с ней свойств на различных уровнях структурной организации. Для дисперсно-наполненных КМ такими свойствами могут являться теплофизические и геометрические параметры включений, а также способы их размещения в матрице.

Для изучения влияния параметров наполнителя на свойства КМ широко используется численное моделирование. В частности, численные исследования эффективной теплопроводности двумерных и

двухкомпонентных композитов для случая теплопроводящих и теплоизоляционных включений выполнены в работе [5]. Влияние формы, размеров и объемной доли включений на эффективную теплопроводность модели трехмерных двухфазных КМ было рассмотрено в [6] с использованием метода конечных элементов. Влияние размеров, концентрации включений и расстояний между ними на теплопроводность КМ и ее эффективную анизотропию изучено в работе [7] с использованием метода конечных разностей.

Данные исследования проводились на моделях с фиксированными размерами наполнителя. В то же время, даже при изготовлении моноразмерного наполнителя возникает технологически неизбежный разброс его размеров. В случае же дисперсного наполнителя разброс в его размерах может достигать нескольких порядков.

Исследования Al-SiC КМ с бимодальным распределением включений [8] указывают на разницу в значениях эффективной теплопроводности для случаев больших и малых размеров включений. В работе [9] исследовалась модель КМ с полидисперсными наполнителями. Однако исследования влияния дисперсности наполнителя на эффективную теплопроводность не выполнены, зафиксированы лишь такие намерения, например, в работе [6].

Целью данной работы являлось исследование влияния статистико-геометрических параметров полиразмерных включений в матрице на теплофизические свойства композита методом численного эксперимента. В частности, ставилась задача определения характера зависимости эффективной теплопроводности КМ с разбросом размеров наполнителя от таких параметров размещения включений, как концентрация, средний размер, минимальная допустимая дистанция между включениями, а также от величины разброса размеров включений, выраженной коэффициентом вариации размера.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Моделью для исследования теплофизических свойств композиционных материалов в данной работе служила двумерная реализация распределения включений в матрице. Рассматривался случай теплоизолирующих включений в теплопроводящей матрице, а именно отношение коэффициентов теплопроводности: включений  $\lambda_i$  и матрицы  $\lambda_m$  имело порядок  $\lambda_i / \lambda_m \sim 4.8 \times 10^{-2}$ . Распределение  $N_f$  включений в матрице носило случайный и равновероятный характер. Алгоритм случайного размещения включений позволял задавать как режим тепловой изоляции  $P_{d=0} = 0$ , так и режим теплового контакта  $P_{d=0} \neq 0$ . Здесь  $P$  – вероятность того, что расстояние между включениями не будет меньше минимального значения  $d$ .

Геометрия модели предполагала квадратную форму, как для включений, так и для матрицы со стороной квадрата, соответственно  $b$  и  $a$ . Указанные величины являлись безразмерными и определялись относительно шага  $h$  расчетной сетки. При проведении численных экспериментов задавалось нормальное распределение размеров включений со средним значением  $\bar{b}$  и различными значениями

дисперсии. Для удобства сравнения результатов, полученных с включениями различных средних размеров, дисперсность включений описывалась коэффициентом вариации  $v_b$ . Концентрация случайно распределенных включений определялась как отношение суммарной площади, занятой включениями к площади матрицы  $c = N_f (b/a)^2$ .

Мы решали двумерное дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье  $\nabla[\lambda(x, y) \cdot \nabla T(x, y)] = 0$  для случая отсутствия стоков или источников тепла. Уравнение теплопроводности решалось нами методом верхней последовательной релаксации на ортогональной сетке с шагом  $h$  и с граничными условиями первого рода, а именно фиксированными температурами на внешних границах расчетной области. Методика расчета подробно описана нами в [10]. В результате решения уравнения теплопроводности рассчитывались температурное поле и тепловые потоки между узлами данной области.

На рис. 1, а – 1, б представлены распределения плотности вероятности реализации значений относительной эффективной теплопроводности в сериях из 4000 испытаний при размещении моноразмерных теплоизолирующих включений (коэффициент вариации размера  $v_b = 0$ ) и теплоизолирующих включений с нормальным законом распределения относительного размера ( $v_b > 0$ ).

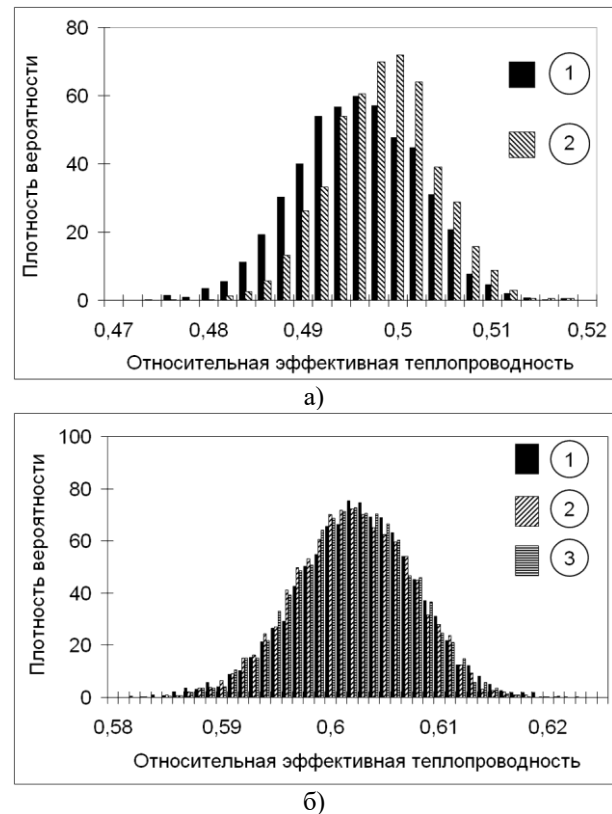


Рисунок 1 – Распределение плотности вероятности реализации значений  $\lambda_{ef}$  в случае размещения включений с нормально распределенными размерами: а)  $c = 0,34$ ;  $d = 0,2$ ;  $\bar{b} = 0,094$  и  $1 - v_b = 0$ ;  $2 - v_b = 0,23$ ; б)  $c = 0,26$ ;  $d = 0,5$ ;  $\bar{b} = 0,078$  и  $1 - v_b = 0$ ;  $2 - v_b = 0,05$ ;  $3 - v_b = 0,175$

Как видно из рисунков, среднее значение эффективной теплопроводности  $\lambda_{ef}$  слабо зависит от коэффициента вариации размера включений. На рис. 1а величина  $\lambda_{ef}$  образцов с моноразмерными включениями оказалось всего на 1% ниже по сравнению с образцами, в которых моделировались полиразмерные включения с  $v_b$  вплоть до 0,23, а на рис. 1б такой зависимости и вовсе не заметно. При этом нужно отметить, что относительная минимальная дистанция во втором случае в 2,5 раза больше, чем в первом.

При уменьшении величины  $d$  зависимость  $\lambda_{ef}$  от  $v_b$  проявляется более заметно. Так, на рис. 2 показаны зависимости  $\lambda_{ef}$  от  $v_b$  в сериях из 2000 испытаний для материалов с такими же параметрами размещения, как на рис. 1, а:  $\bar{b} \approx 0,078$ ,  $d = 0,2$ ,  $c \approx 0,34$  (зависимость 1) и с параметрами  $\bar{b} \approx 0,094$ ,  $d = 0,17$ ,  $c \approx 0,28$  (зависимость 2).

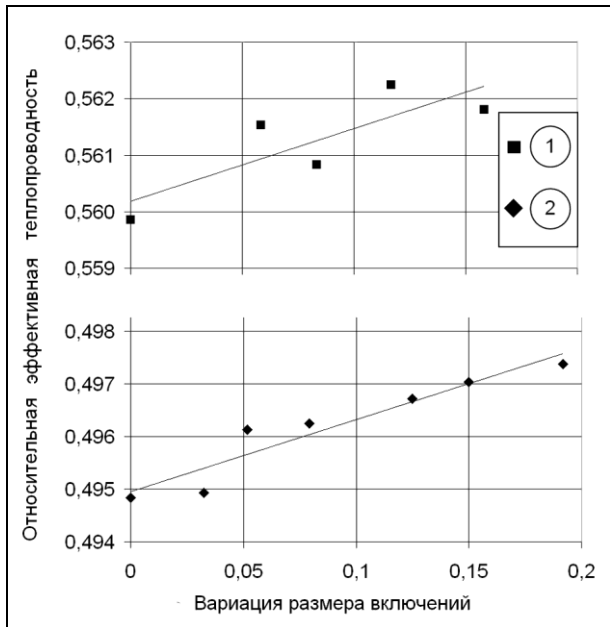


Рисунок 2 – Зависимости среднего значения  $\lambda_{ef}$  от коэффициента вариации размера включений для двух материалов: 1 –  $\bar{b} \approx 0,094$ ;  $d = 0,17$ ;  $c \approx 0,28$ ; 2 –  $\bar{b} \approx 0,078$ ;  $d = 0,2$ ;  $c \approx 0,34$

Уменьшение во втором случае величины  $d$  примерно до того же значения, что и в первом случае, проявило зависимость  $\lambda_{ef}(v_b)$ . Обе зависимости на рис. 2 можно рассматривать как линейные с приблизительно одинаковым угловым коэффициентом  $\beta(\lambda, v_b) \in [0,023-0,028]$ .

На рис. 3 показаны зависимости коэффициента вариации относительной эффективной теплопроводности  $v_\lambda$  от коэффициента вариации размера включений  $v_b$  в сериях из 2000 испытаний для тех же материалов.

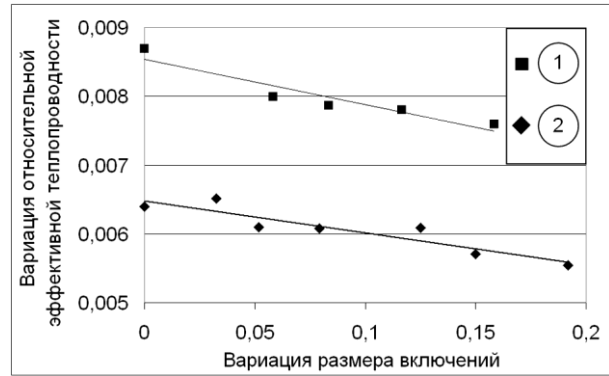


Рисунок 3 – Зависимости коэффициента вариации эффективной теплопроводности  $v_\lambda$  от коэффициента вариации размера  $v_b$  для двух материалов:

- 1 –  $\bar{b} \approx 0,078$ ;  $d = 0,2$ ;  $c \approx 0,34$ ;
- 2 –  $\bar{b} \approx 0,094$ ;  $d = 0,17$ ;  $c \approx 0,28$

Обе зависимости на рис. 3 также можно считать линейными, угловые коэффициенты обеих зависимостей отрицательны ( $\beta(v_\lambda, v_b)_1 = -4,47 \cdot 10^{-3}$ ,  $\beta(v_\lambda, v_b)_2 = -6,90 \cdot 10^{-3}$ ), т.е. с увеличением разброса размеров включений уменьшается разброс величины  $\lambda_{ef}$  в серии испытаний. Данный результат на первый взгляд кажется неожиданным.

Ранее нами было показано [10], что  $\lambda_{ef}$  КМ с моноразмерными включениями при относительной минимальной дистанции  $d > 1$  достаточно хорошо описывается теорией обобщенной проводимости (ТОП) Максвелла [11], при этом  $\lambda_{ef}$  не зависит от размера включений  $b$ . При  $d < 1$  включения оказывают влияние на прохождение тепловых потоков в окрестностях своих ближайших соседей, условия, при которых применима ТОП, нарушаются, и возникает зависимость  $\lambda_{ef}$  от  $b$ . Как следствие этого для полиразмерных включений должна возникнуть зависимость  $\lambda_{ef}(v_b)$ . При наличии разброса в размерах включений для определенного значения  $d$  некоторая часть включений оказывается настолько мала, что не может влиять на тепловые потоки в своем ближайшем окружении, т.е. для этой части включений справедливо приближение ТОП. Чем больше степень разброса размеров, тем для большей части включений будет выполняться приближение ТОП, и размер этих включений не будет влиять на значение  $\lambda_{ef}$ . Именно поэтому с ростом  $v_b$  наблюдается уменьшение величины  $v_\lambda$ .

Рисунки 4, а и б демонстрируют сравнение зависимостей  $\lambda_{ef}$  КМ от концентрации включений  $c$  при различных  $v_b$ . На рис. 4а показаны зависимости  $\lambda_{ef}(c)$  для различных параметров размещения включений: 1 –  $\bar{b} \approx 0,125$ ;  $d = 0,25$ ; для кривой «а»  $v_b = 0$  (моноразмерные включения), для кривой «б» –  $v_b \approx 0,12$ ; 2 –  $\bar{b} \approx 0,031$ ;  $d = 0$ ; для кривой «а»  $v_b = 0$ , для кривой «б» –  $v_b \approx 0,125$ .

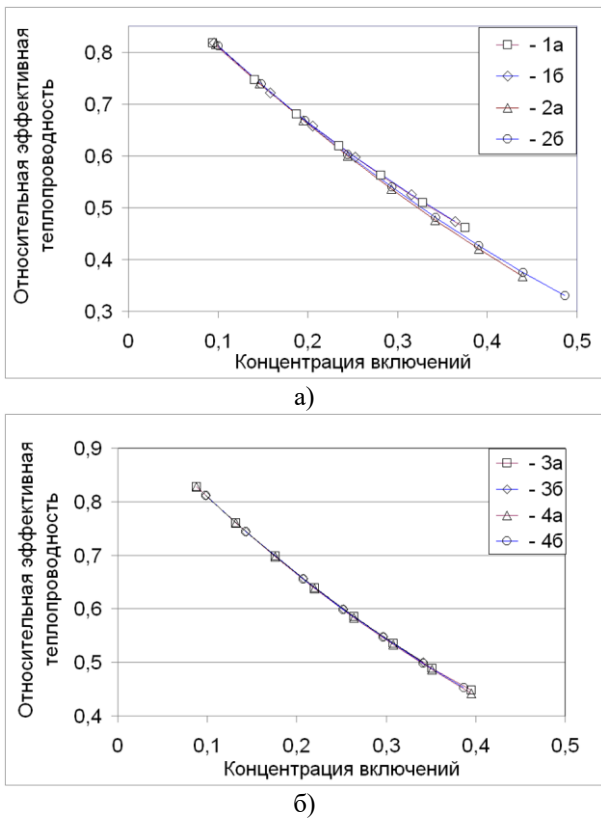


Рисунок 4 – Сравнение зависимостей  $\lambda_{ef}(c)$  для КМ с включениями: а) в режимах теплового контакта и тепловой изоляции при различных  $v_b$ ; б) средним размером  $\bar{b} \approx 0,094$  с разными  $v_b$  и на разных минимальных дистанциях

Численное моделирование показывает, что при  $d = 0$ , когда включения могут контактировать между собой (режим теплового контакта), наблюдается незначительное отличие поведения  $\lambda_{ef}$  для КМ с моно- и полидисперсными включениями, причем, в первом случае рост концентрации включений приводит к немного более резкому уменьшению  $\lambda_{ef}$ . При  $d = 0,25$  (режим тепловой изоляции включений) результаты для  $\lambda_{ef}$  КМ с моно- и полиразмерными включениями совпадают. В целом, для рассматриваемого интервала концентраций  $c \in [0,1-0,5]$  зависимости 1, а, б и 4, а, б носят слабо нелинейный и подобный характер.

На рис. 4, б показаны зависимости относительной эффективной теплопроводности от концентрации  $c$  включений размером  $\bar{b} \approx 0,094$  для таких параметров размещения: 3 –  $d = 0,25$ ; для кривой «а»  $v_b = 0$ , для «б» –  $v_b \approx 0,16$ ; 4 –  $d = 0,19$ ; для кривой «а»  $v_b = 0$ , для «б» –  $v_b \approx 0,16$ . Результаты моделирования показывают совпадение зависимостей  $\lambda_{ef}(c)$  для представленных параметров размещения включений в КМ.

Ближние значения  $\beta(\lambda, v_b)$ ,  $\beta(v_\lambda, v_b)$  для линейных зависимостей  $\lambda_{ef}(v_b)$  и  $v_\lambda(v_b)$ , а также подобный характер нелинейных зависимостей  $\lambda_{ef}(c)$  (см. рис. 2 – 4) позволяют сделать вывод о достаточной точности приближения моноразмерных включений в

режиме тепловой изоляции при моделировании процессов теплопереноса в двухкомпонентном композите в случае полидисперсного наполнителя. Поэтому ниже мы будем обсуждать результаты, полученные при моделировании КМ с моноразмерными включениями.

На рис. 5 показаны концентрационные зависимости относительной эффективной теплопроводности материала с моноразмерными включениями  $b \approx 0,156$  для различных относительных минимальных дистанций.

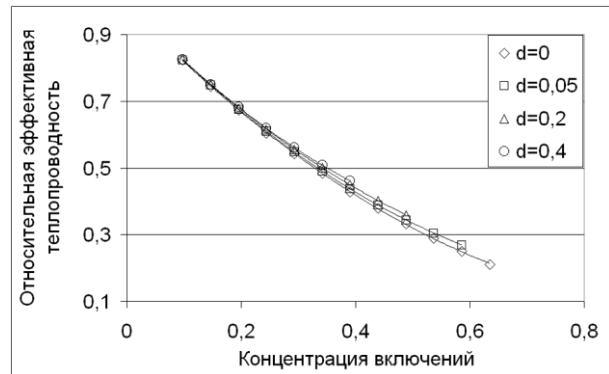


Рисунок 5 – Сравнение зависимостей  $\lambda_{ef}(c)$  для КМ с моноразмерными включениями  $b \approx 0,156$  при различных минимальных дистанциях  $d$

При невысоких концентрациях включений ( $c < 0,2$ ) зависимости  $\lambda_{ef}(c)$  для различных  $d$  совпадают. Как показано нами в [10], в этом диапазоне концентраций при равномерном размещении включений по объему образца даже при малых  $d$  для большинства включений выполняется критерий применимости ТОП, которая не предполагает зависимости  $\lambda_{ef}(d)|_c$ . При  $c > 0,2$  взаимное влияние включений тем сильнее, чем меньше  $d$ , и, наоборот, с ростом  $d$  имеет место улучшение условий прохождения тепловых потоков в КМ, что приводит к некоторому возрастанию  $\lambda_{ef}$ .

Зависимости, показанные на рис. 4 – 5 являются нелинейными. В работе [12] мы показали, что концентрационные зависимости эффективной теплопроводности КМ с моноразмерными включениями удовлетворительно описываются функцией

$$\lambda_{ef} = 1 - \frac{\alpha_\kappa c}{\sqrt{(1 + \beta_\kappa c)^3}}, \quad (1)$$

где  $\alpha_\kappa$  и  $\beta_\kappa$  являются подгоночными коэффициентами, зависящими от параметров размещения, исключая  $c$ . Как показали наши исследования, эта аппроксимация хорошо работает и в случае полиразмерных включений.

Кроме того, данная аппроксимация обладает удобным свойством: коэффициенты  $\alpha_\kappa$  и  $\beta_\kappa$  оказываются зависящими от разных параметров размещения включений.

На рис. 6 показано, как изменяется подгоночный коэффициент  $\alpha_\kappa$  при изменении относительного размера включений  $b$  при различных значениях  $d$ . В

данном случае  $d$  выражено не в долях размера включения  $b$ , а числом шагов сетки  $h$ . Видно, что величины  $\alpha_k$  для различных  $d$  укладываются на одну кривую, т.е. зависимость  $\alpha_k(b)$  для различных  $d > 0$  оказывается универсальной.

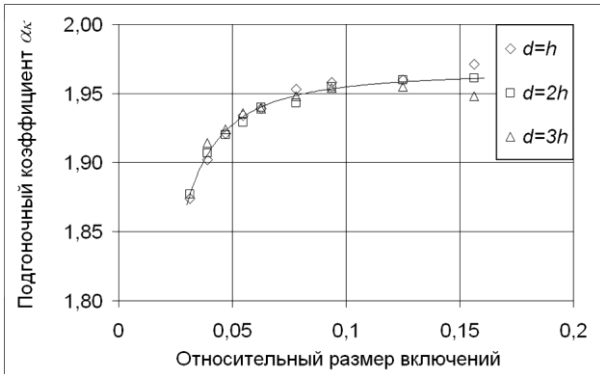


Рисунок 6 – Зависимости подгоночного коэффициента  $\alpha_k$  от относительного размера включений на различных минимальных дистанциях

Интересно отметить, что при  $b > 0,1$  величина  $\alpha_k$  выходит на насыщение. Дело в том, что при увеличении  $b$  необходимая концентрация  $c$  достигается меньшим числом включений в образце, значит, падает вероятность того, что включения окажутся на минимальной дистанции  $d$ . Реальные дистанции между включениями увеличиваются настолько, что исчезает их взаимное влияние, т.е. становится применима ТОП, и  $\alpha_k$  не зависит  $b$ .

На рис. 7 показана зависимость величины подгоночного коэффициента  $\beta_k$  от относительной минимальной дистанции  $d$  для различных размеров включений.

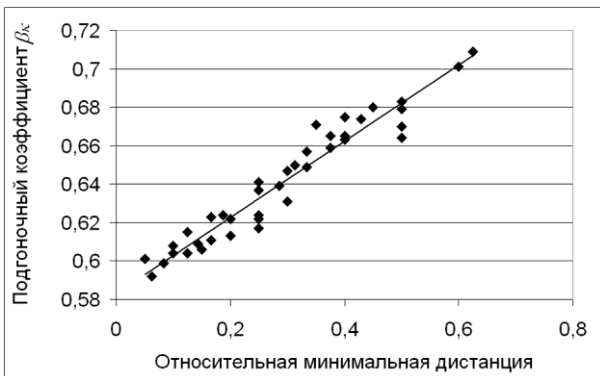


Рисунок 7 – Зависимость подгоночного коэффициента  $\beta_k$  от минимальной дистанции  $d$  для всех размеров включений, задававшихся при моделировании ( $b \in [0,03-0,16]$ )

Следует подчеркнуть, что на данном графике проставлены точки, полученные в результате моделирования КМ как с монодисперсными, так и с полидисперсными включениями. В этом случае также величины  $\beta_k$  для различных  $b$  и  $\bar{b}$  укладываются на одну линию, т.е. зависимость  $\beta_k(d)$  для различных  $b$  тоже оказывается универсальной.

Как мы уже отмечали выше, при  $d < 1$  нарушается условие применимости ТОП, поэтому могут наблюдаться зависимости  $\lambda_{ef}(d)$ . На рис. 8 показаны зависимости  $\lambda_{ef}(d)$  для различных  $b$ .

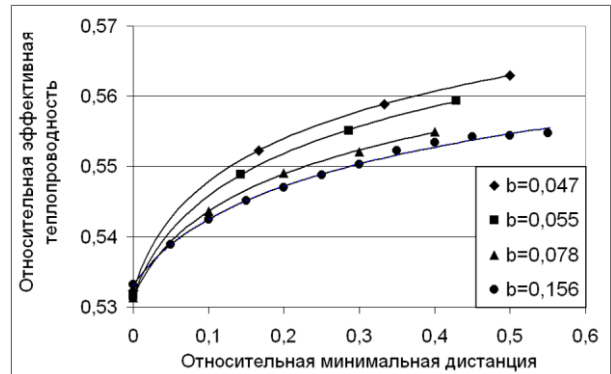


Рисунок 8 – Зависимости относительной эффективной теплопроводности от относительной минимальной дистанции для различных размеров включений

При условии  $d < 1$ , зависимости  $\lambda_{ef}(d)|_b$  могут быть с удовлетворительной точностью аппроксимированы выражением

$$\lambda_{ef} = \delta_k + \gamma_k \ln(d + \chi_k), \quad (2)$$

где  $\delta_k$ ,  $\gamma_k$  и  $\chi_k$  являются подгоночными коэффициентами и, в свою очередь, зависят от концентрации включений в композите.

На рис. 9 показана зависимость величины подгоночного коэффициента  $\delta_k$  от концентрации  $c$  включений. Эта зависимость одинакова для всех промоделированных размеров включений: каждая точка графика образована наложением всех точек, полученных для  $b \in [0,03-0,16]$  как в случае монодисперсных, так и в случае полидисперсных включений.

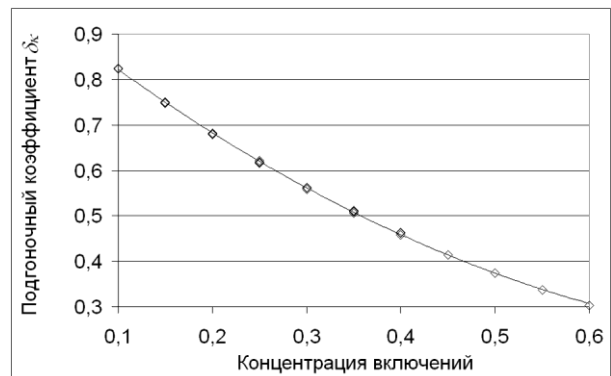


Рисунок 9 – Зависимость подгоночного коэффициента  $\delta_k$  от концентрации включений

На рис. 10 показана аналогичная зависимость для подгоночного коэффициента  $\gamma_k$ . Эта зависимость также практически совпадает для всех промоделированных размеров включений.

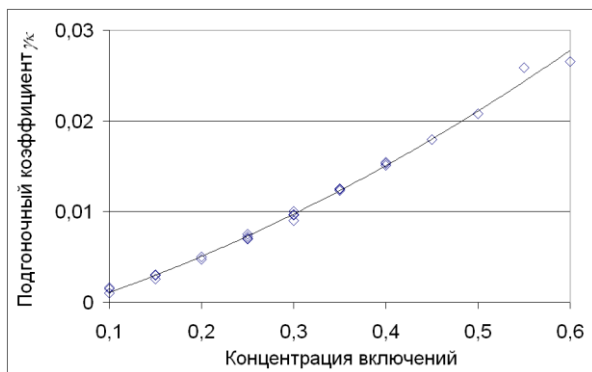


Рисунок 10 – Залежність підгоночного коефіцієнта  $\chi_k$  від концентрації включень

Таким образом, подгоночные коэффициенты  $\delta_k$  и  $\chi_k$  не зависят от  $b$ . Подгоночный коэффициент  $\chi_k$  напротив, демонстрирует зависимость и от концентрации включений, и от их размера. Последнее обстоятельство свидетельствует, что под знаком логарифма в формуле (2) должна находится не просто сумма  $d + \chi_k$ , а некоторая функция  $d$ ,  $b$  и  $c$ . Определение вида этой функции требует большого объема данных численного эксперимента, и планируется нами в будущих работах.

**ВЫВОДЫ.** 1. Результаты численных экспериментов по изучению теплофизических свойств в двумерной реализации двухкомпонентных композиционных материалов указывают на применимость моноразмерного приближения при моделировании процессов теплопереноса в композите с полиразмерными включениями.

2. За пределами применимости ТОП корректное описание эффективной теплопроводности требует учета взаимного влияния включений. Эффективная теплопроводность композита при этом зависит от размера включений и минимального расстояния между ними.

3. Предложены аппроксимирующие функции для описания зависимостей эффективной теплопроводности композита от концентрации включений и относительной минимальной дистанции между ними. Каждый из подгоночных коэффициентов этих функций (за исключением  $\chi_k$ ) зависит только от одного параметра размещения включений. Такая форма аппроксимации удобна для дальнейшего анализа теплофизических свойств КМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kim T. K., Noh S., Kang S. H., Park J. J., Jin H. J., Lee M. K., Jang J., Rhee C. K. Current Status and Future Prospective of Advanced Radiation Resistant Oxide Dispersion Strengthened Steel (ARROS) Development for Nuclear Reactor System Applications.

*Nuclear Engineering and Technology*. 2016. Vol. 48, No. 2. P. 572–594.

2. López M., Jiménez J. A., Corredor D. Precipitation strengthened high strength-conductivity copper alloys containing ZrC ceramics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2007. Vol. 38, No. 2. P. 272–279.

3. Зайцев Е. П. Суперпозиция основных уравнений квазистатической термоупругости анизотропных термочувствительных тел. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук: КрНУ, 2017. Вип. 1(102). С. 22–31.

4. Kume S., Yamada I., Watari K. High-Thermal-Conductivity AlN Filler for Polymer. *Ceramics Composites. Journal of the American Ceramic Society*. 2009. Vol. 92. P. S153–S156.

5. Jiang M., Jasiuk I., Ostoja-Starzewski M. Apparent thermal conductivity of periodic two-dimensional composites. *Computational Materials Science*. 2002. Vol. 25. P. 329–338.

6. Aadmi M., Karkri M., Ibos L., Hammouti M. E. Effective thermal conductivity of random two-phase composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2014. Vol. 33, No. 1. P. 69–80.

7. Загинайло І. В., Писаренко А. Н., Спиридонов Д. А. Статистический анализ эффективной анизотропии теплопроводности композиционных материалов. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук: КрНУ, 2017. Вип. 3(104). С. 39–45.

8. Molina J. M., Narciso J., Weber L., Mortensen A., Louis E. (2008), "Thermal conductivity of Al-SiC composites with monomodal and bimodal particle size distribution", *Material Science and Engineering: A*, vol. 480, iss. 1–2, pp. 483–488.

9. Phan-Thien N., Pham D. C. Differential multiphase models for polydispersed spheroidal inclusions: thermal conductivity and effective viscosity. *International Journal of Engineering Science*. 2000. Vol. 38. P. 73–88.

10. Pysarenko A., Zaginaylo I. Numerical Simulation of the Heat Conductivity of Randomly Inhomogeneous Two-Dimensional Composite Materials. New York: Nova Science Publishers, 2019. 197 P.

11. Pietrac K., Wiśniewski T. S. A review of models for effective thermal conductivity of composite materials. *Journal of Power Technologies*. 2015. Vol. 95 (1). P. 14–24.

12. Zaginaylo I., Maksimeniuk Ya., Pysarenko A. Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials. *International Journal of Heat and Technology*. 2017. Vol. 35, No. 2. P. 364–370.

## NUMERICAL SIMULATION OF HEAT TRANSFER PROCESSES IN COMPOSITES WITH MULTI-SIZE INCLUSIONS

I. Zaginaylo, A. Pysarenko, D. Spiridonov, D. Levitskiy

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

vul. Didrikhson, 4, Odesa, 65029, Ukraine; E-mail: pysarenkoan@gmail.com

**Purpose.** The aim of this work is to study the effect of geometric and statistical parameters of multi-size inclusions in the matrix on the thermophysical properties of the composite by the method of numerical simulation.



**Methodology.** A two-dimensional realization of the random distribution of multi-size inclusions in the matrix was used as a model for studying the thermophysical properties of composite materials in this work. The algorithm of arbitrary distribution of inclusions allowed us to generate inclusions with a Gaussian size distribution and set the minimum distance between them. **Results.** We have obtained weak linear dependences of the average value of the effective thermal conductivity and its coefficient of variation on the coefficient of variation of the size of inclusions. The observed decrease in the coefficient of variation of the effective thermal conductivity with an increase in the coefficient of variation of the size of the inclusions was explained in this paper. The dependences of the effective thermal conductivity of materials with single-size and multi-size inclusions on their concentration have been compared under the condition that the average size of multi-size inclusions is equal to the size of single-size inclusions. In the absence of direct thermal contact between inclusions, these dependences for materials of both types practically coincide in the investigated range of statistical and geometric parameters of inclusions. In the case when the algorithm for placement of inclusions allowed direct thermal contact between inclusions (at zero minimum distance), the thermal conductivity of materials with single-size inclusions was slightly lower (up to 3%) than materials with multi-size inclusions. An additional analysis of the approximation formulas proposed by us in previous works for the dependences of the effective thermal conductivity on the concentration of inclusions and the minimum distance between them was carried out. It is shown that in the proposed approximations, the fitting coefficients are functions only of any one statistical-geometric parameter of inclusions (except for one coefficient depending on two parameters), which makes the approximation data convenient for practical analysis of the heat-conducting properties of the material. **Originality.** A comparison was made of the thermal conductivities of composites with single-size and multi-size inclusions with minimal distances between them, at which the generalized theory of conductivity is not applicable. The proposed approximations for the concentration and distance dependence of the effective thermal conductivity can be used for both single-size and multi-size inclusions. **Practical value.** It was concluded that the use of the approximation of monosize inclusions is acceptable when modelling the transfer processes in a two-component composite with dispersed filler in the investigated range of inclusions size variation coefficients. References 12, figures 10.

**Key words:** numerical simulation, composite material, effective thermal conductivity.

#### REFERENCES

- Kim, T. K., Noh, S., Kang, S. H., Park, J. J., Jin, H. J., Lee, M. K., Jang, J., Rhee, C. K. (2016), "Current Status and Future Prospective of Advanced Radiation Resistant Oxide Dispersion Strengthened Steel (ARROS) Development for Nuclear Reactor System Applications", *Nuclear Engineering and Technology*, vol. 48, no. 2, pp. 572–594.
- López, M., Jiménez, J. A., Corredor, D. (2007), "Precipitation strengthened high strength-conductivity copper alloys containing ZrC ceramics", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, no. 2, pp. 272–279.
- Zajcev, Y. P. (2017), "Superposition of the basic equations of quasistatic thermoelasticity of anisotropic thermosensitive bodies", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 1, no. 102, pp. 22–31.
- Kume, S., Yamada, I., Watari, K. (2009), "High-Thermal-Conductivity AlN Filler for Polymer/Ceramics Composites", *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 92, pp. S153–S156.
- Jiang, M., Jasiuk, I., Ostojca-Starzewski, M. (2002), "Apparent thermal conductivity of periodic two-dimensional composites", *Computational Materials Science*, vol. 25, pp. 329–338.
- Aadmi, M., Karkri, M., Ibos, L., Hammouti, M. E. (2014), "Effective thermal conductivity of random two-phase composites", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 33, no. 1, pp. 69–80.
- Zaginaylo, I., Pysarenko, A., Spiridonov, D. (2017), "Statistical analysis of the effective anisotropy of thermal conductivity of composite materials", *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, vol. 3, no. 104, pp. 39–45.
- Molina, J. M., Narciso, J., Weber, L., Mortensen, A., Louis, E. (2008), "Thermal conductivity of Al-SiC composites with monomodal and bimodal particle size distribution", *Material Science and Engineering: A*, vol. 480, iss. 1-2, pp. 483–488.
- Phan-Thien, N., Pham, D. C. (2000), "Differential multiphase models for polydispersed spheroidal inclusions: thermal conductivity and effective viscosity", *International Journal of Engineering Science*, vol. 38, pp. 73–88.
- Pysarenko, A., Zaginaylo, I. (2019), "Numerical Simulation of the Heat Conductivity of Randomly Inhomogeneous Two-Dimensional Composite Materials", New York: Nova Science Publishers, 2019. 197 p.
- Pietrac, K., Wiśniewski, T. S. (2015), "A review of models for effective thermal conductivity of composite materials", *Journal of Power Technologies*, vol. 95, no. 1, pp. 14–24.
- Zaginaylo, I., Maksimeniuk, Ya., Pysarenko, A. (2017), "Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials", *International Journal of Heat and Technology*, vol. 35, no. 2, pp. 364–370.

Стаття надійшла 16.05.2019.