УДК 543.318.3+519.832.3

ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРА — В'ЯЗКІСТЬ РОЗПЛАВУ ПОЛІМЕРНОГО РЕЦИКЛАТУ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МАТРИЧНОЇ ГРИ

В. В. Романюк
Хмельницький національний університет
вул. Інститутська, 11, м. Хмельницький, 29000, Україна. E-mail: romanukevadimv@mail.ru

У формі оптимальної стратегії другого гравця спеціальної матричної гри наведений багатоетапний процес оптимального відображення „температура – в'язкість" розплаву полімерного рециклату. Для кожного фіксованого значення температури або в'язкості будується своя матрична гра. Повноцінне оптимальне відображення „температура – в'язкість" на скінченній кількості температурних залежностей в'язкості здійснюється через континуум оптимальних стратегій другого гравця у відповідних матричних іграх.

Ключові слова: полімерний рециклат, в'язкість, температурна залежність, матрична гра, практична реалізація оптимальної стратегії.

SETTING OPTIMAL TEMPERATURE — VISCOSITY MAPPING OF POLYMER RECYCLE MELT WITH USING MATRIX GAME

V. V. Romanuke
Khmelnytskyy National University
vul. Instytutska, 11, Khmelnytskyi, 29000, Ukraine. E-mail: romanukevadimv@mail.ru

In the form of the second player optimal strategy of the specialized matrix game there has been represented the multistage process of optimal mapping temperature – viscosity of polymer recycle melt. For each fixed temperature or viscosity value there is constructed its matrix game. The full optimal temperature – viscosity mapping over finite number of viscosity temperature dependences is carried out through continuum of the second player optimal strategies in corresponding matrix games.

Key words: polymer recycle, viscosity, temperature dependence, matrix game, optimal strategy practical realization.

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРА — ВЯЗКОСТЬ РАСПЛАВА ПОЛИМЕРНОГО РЕЦИКЛАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТРИЧНОЙ ИГРЫ

В. В. Романюк
Хмельницкий национальный университет
ул. Институтская, 11, г. Хмельницкий, 29000, Украина. E-mail: romanukevadimv@mail.ru

В форме оптимальной стратегии второго игрока специальной матричной игры представлен многоэтапный процесс оптимального отображения температура – вязкость расплава полимерного рециклата. Для каждого фиксированного значения температуры или вязкости строится своя матричная игра. Полноценное оптимальное отображение температура – вязкость на конечном количестве температурных зависимостей вязкости осуществляется через континуум оптимальных стратегий второго игрока в соответствующих матричных играх.

Ключевые слова: полимерный рециклат, вязкость, температурная зависимость, матричная игра, практическая реализация оптимальной стратегии.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Однією із найважливіших проблем сьогодення є проблема утилізації неорганічних та органічних продуктів людської життєдіяльності. Вироби із полімерних матеріалів є надзвичайно поширеними серед усіх неорганічних продуктів, якими користується людство [1, 2]. Їх поширення відбувається завдяки чудовим властивостям повільного старіння полімерів і дуже незначної взаємодії полімерних речовин із іншими субстанціями. Саме тому повторне використання або рециклінг полімерних матеріалів, а не їх хімічне знищення, виступає першочерговим завданням хімічної промисловості України [3, 4].

Після спеціального очищення та відсортовування полімерних відходів їх подрібнюють і розплавляють [3, 5, 6]. Оцінка температурної залежності в'язкості розплаву полімерного рециклату (ТЗВРПР) є принципово необхідною для того, щоб отримувати задану в'язкість η майбутнього полімерного виробу та його відповідні реологічні властивості [7, 8]. Побудова ТЗВРПР здійснюється через певну кількість вимірювань в'язкості при різних температурах розплаву, завдяки яким знаходяться оцінки невідомих параметрів теоретичної температурної залежності в'язкості. Зокрема, для побудови ТЗВРПР за моделлю [9, 10] у формі рівняння Вільямса—Лендела—Феррі (ВЛФ) достатньо чотирьох вимірювань, а для отримання моделі температурної залежності у формі рівняння Арреніуса вистачає навіть двох [7, 11, 12]. Але для володіння більш надійними даними зазвичай виконують більше чотирьох вимірювань в'язкості, а вони дають декілька різних температурних залежностей одного виду. Звідси випливає проблема об'єктивного вибору однієї ТЗВРПР зі скінченної множини таких залежностей, оскільки, без додаткових умов чи припущень, усі вони є рівноцінними перед їх практичним застосуванням.

Існує багато праць у напрямку дослідження методів побудови ТЗВРПР [7, 8, 10, 11], але їх основним результатом є формування одного рівняння (або однієї моделі) температурної залежності, яке обґрунтовується фізико-хімічними та механічними параметрами полімерного розплаву, а також низкою апріорних припущень. Основна задача такого дослідження полягає у формуванні такої моделі температурної залежності, яку б можна було побудувати за декількома експериментальними вимірюваннями в'язкості за якомога меншої різниці між побудованою температурною залежністю $\tilde{\eta}(T)$ і невідомою реально існуючою температурною залежністю $\eta(T)$. Рівняння ВЛФ і рівняння Арреніуса є найбільш обґрунтованими моделями ТЗВРПР, де фігурує температура склування T_g [7, 9, 13, 14]. Рівняння Арреніуса використовують за умови $T < T_g$ або $T > T_g + 100$, де T є температурою, а рівняння ВЛФ коректно використовувати при $T \in \left[T_g; T_g + 100\right]$. Проте для одного і того самого розплаву полімерного рециклату температура склування T_g може різнитися [7, 8], тому однозначно змоделювати температурну залежність в'язкості однією парою рівнянь Арреніуса та ВЛФ неможливо [15, 16]. Можна, однак, спробувати змоделювати ТЗВРПР одним рівнянням Арреніуса або ВЛФ для

$$T \in \left[T_{\min}; T_{\max}\right],$$

де

$$\left[T_g; T_g + 100\right] \subset \left[T_{\min}; T_{\max}\right],$$

$$T_{\min} < T_g,\ T_g + 100 < T_{\max},$$

але і тут випливає проблема вибору одного з декількох рівноцінних рівнянь, знайдених (відтворених) за результатами вимірювань в'язкості розплаву рециклату.

Мета роботи передбачає побудову відображення в системі „температура-в'язкість" розплаву полімерного рециклату із використанням матричної гри.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ. Нехай для певного розплаву полімерного рециклату проведено N вимірювань в'язкості за різних температур, причому $N \geqslant 4$ і температура склування T_g не є відомою (як зазвичай це і трапляється). І нехай $\eta_k(T)$ є k-ю моделлю ТЗВРПР, побудованою за кожними двома із N вимірювань у формі рівняння Арреніуса, де $k = \overline{1, \frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}}$. Далі, нехай $\eta_j(T)$ є j-ю моделлю ТЗВРПР, побудованою за кожними чотирма із N вимірювань у формі рівняння ВЛФ, де

$$j = \overline{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + 1, \frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + \frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}.$$

Якщо нічого невідомо про температуру склування T_g, то завдання полягає у раціональному виборі однієї з

$$\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + \frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$$

залежностей

$$\left\{\eta_i(T)\right\}_{i=1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + \frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}},$$

які, як було вже сказано, є абсолютно рівноцінними після N вимірювань за відсутності інших додаткових умов і припущень. З іншого боку, за N вимірюваннями можна побудувати

$$\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$$

оцінок $\left\{T_g^{\langle j\rangle}\right\}_{j=1}^{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$ як одного з розв'язків системи чотирьох нелінійних алгебраїчних рівнянь [7, 9]. Тому з оцінками $\left\{T_g^{\langle j\rangle}\right\}_{j=1}^{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$ необхідно знайти раціональний вибір однієї і тільки однієї моделі ТЗВРПР $\eta_{j^*}(T)$ із множини

$$\left\{\eta_j(T)\right\}_{j=\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + \frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$$

рівнянь ВЛФ, дозволивши її використання у діапазоні $\left[T_g^{\langle j^*\rangle}; T_g^{\langle j^*\rangle} + 100\right]$, причому у діапазоні

$$\left[T_{\min}; T_g^{\langle j^*\rangle}\right) \cup \left(T_g^{\langle j^*\rangle} + 100; T_{\max}\right]$$

слід використовувати одну з $\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}$ залежностей

$$\left\{\eta_k(T)\right\}_{k=1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}},$$

обравши її за певним критерієм.

Зафіксуємо точку (температуру) $\tau \in \left[T_1; T_N\right]$, де $\left[T_1; T_N\right]$ є сегментом, у який увійшли всі точки в'язкісних вимірювань, причому

$$T_j < T_{j+1}\ \ \forall\ j = \overline{1, N-1}.$$

Тут маємо S чисел $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$, де

$$S = \frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!} + \frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!},$$

одне з яких необхідно віднести до значення оптимальної температурної залежності $\eta^*(T)$ у точці $T = \tau$. Зважаючи на рівноцінність кожного з цих чисел, надалі значення $\eta^*(T)$ можна розглядати як таке, що відповідає мінімально можливій похибці, яка виникає внаслідок вибору нами одного зі значень $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$ і його співвідношення з реально існуючим і невідомим значенням в'язкості при температурі $T = \tau$.

Таким чином, намагання обрати одне зі значень з множини $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$ з якомога меншою результуючою похибкою породжує антагоністичну $S \times S$ -гру з матрицею виграшів $\mathbf{K}(\tau) = \left[k_{ij}(\tau)\right]_{S \times S}$, де

$$k_{ij}(\tau) = \rho_{\mathbb{R}}\left(\eta_i(\tau), \eta_j(\tau)\right) = \left|\eta_i(\tau) - \eta_j(\tau)\right|,$$

$$i = \overline{1, S}, \; j = \overline{1, S}. \qquad (1)$$

Зауважимо, що ця матриця є симетричною, $\mathbf{K}(\tau) = \left[\mathbf{K}(\tau)\right]^{\mathrm{T}}$, звідки випливає, що породжена матрична гра не є симетричною. У ній першим гравцем є різні випадкові обставини і фізико-хімічні властивості розплаву полімерного рециклату, які зумовлюють те чи інше значення в'язкості з множини $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$, а другого гравця персоніфікуємо ми, обираючи ту чи іншу в'язкість з множини $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$ при температурі $T = \tau$. Тому із розв'язку $\mathbf{K}(\tau)$ -гри нас цікавить тільки оптимальна стратегія другого гравця

$$\mathbf{Q}^*(\tau) = \left[q_1^*(\tau) \;\; q_2^*(\tau) \;\; \ldots \;\; q_{S-1}^*(\tau) \;\; q_S^*(\tau)\right] \in$$

$$\in \left\{\mathbf{Q}(\tau) = \left[q_1(\tau) \;\; q_2(\tau) \;\; \ldots \;\; q_{S-1}(\tau) \;\; q_S(\tau)\right] \in \mathbb{R}^S : \right.$$

$$\left. q_s(\tau) \in [0; 1] \; \forall \; s = \overline{1, S}, \; \sum_{s=1}^{S} q_s(\tau) = 1 \right\} = \mathscr{Q}(\tau), \qquad (2)$$

де $q_s^*(\tau)$ є оптимальною ймовірністю прийняття при температурі $T = \tau$ в'язкості зі значенням $\eta_s(\tau)$ $\forall \; s = \overline{1, S}$.

Отриманий континуум матричних $\left\{\mathbf{K}(\tau)\right\}_{\tau \in [T_1; T_N]}$ -ігор породжений проблемою якнайкращого вибору ТЗВРПР у кожній точці $\tau \in [T_1; T_N]$ із S таких залежностей $\left\{\eta_s(\tau)\right\}_{s=1}^{S}$. Континуум відповідних оптимальних стратегій другого гравця $\left\{\mathbf{Q}^*(\tau)\right\}_{\tau \in [T_1; T_N]}$ є моделлю ТЗВРПР на сегменті $[T_1; T_N]$. Однак окремо постає питання реалізації цієї моделі у тій частині $\mathbf{T} \subset [T_1; T_N]$ сегмента $[T_1; T_N]$, де $\left\{\mathbf{Q}^*(\tau)\right\}_{\tau \in \mathbf{T}}$ не є чистою стратегією. Тоді вектор (2) міститиме принаймні дві ненульові ймовірності, які необхідно реалізувати [17] для того, щоб при даній температурі T в'язкість $\eta^*(T)$ розплаву полімерного рециклату була узята з мінімально можливими втратами через неточності.

У роботах [17, 18] наведено основи методу реалізації оптимальної змішаної стратегії у матричній грі з невідомою наперед кількістю партій у ній, а у роботах [19, 20] – надано основи методу реалізації оптимальної змішаної стратегії у матричній грі, де кількість партій гри є заздалегідь відомою. За невідомої наперед кількості партій $\mathbf{K}(\tau)$ -гри $\forall \; \tau \in [T_1; T_N]$ проблема реалізації континууму

$$\left\{\mathbf{Q}^*(\tau)\right\}_{\tau \in [T_1; T_N]}$$

за допомогою розробленого методу вирішується досить нескладно. Щоправда, таке явище відповідає тому, що із наявного розплаву полімерного рециклату виробляють нескінченно багато виробів (чи просто здійснюють нескінченно багато операцій із цим розплавом), яка б не була задана температура зі сегмента $[T_1; T_N]$, чи яка б не була задана в'язкість зі сегмента $[\eta_{\min}; \eta_{\max}]$, де

$$\eta_{\min} = \min_{\substack{T \in [T_1; T_N] \\ s = \overline{1, S}}} \eta_s(T)$$

й

$$\eta_{\max} = \max_{\substack{T \in [T_1; T_N] \\ s = \overline{1, S}}} \eta_s(T).$$

Але цілком зрозуміло, що це є надто ідеалізованим явищем. Зовсім іншою постає ситуація, коли існує задача скінченного вибору в'язкостей за температур, що задаються, або вибору температур при фіксованих в'язкостях. Тоді проблема реалізації моделі ТЗВРПР у певній точці $\tau \in [T_1; T_N]$ зовсім не є тривіальною. Звичайно, метод реалізації оптимальної змішаної стратегії із відомим горизонтом гри дає більш точний результат зі зростанням кількості партій гри. Тому, якщо чим більше необхідно виготовити певних виробів зі значенням в'язкості $\eta \in [\eta_{\min}; \eta_{\max}]$ або зі значенням в'язкості при температурі $T \in [T_1; T_N]$, то тим більше буде партій $\mathbf{K}(T)$ -гри, а це зумовить кращу практичну реалізацію ТЗВРПР при температурі $T \in [T_1; T_N]$. У найпростішому випадку вектор (2) буде таким, що

$$q_{s_1}^*(\tau) = \frac{1}{2} = q_{s_2}^*(\tau) \text{ при } s_1 \in \left\{\overline{1, S}\right\} \text{ й } s_2 \in \left\{\overline{1, S}\right\},$$

коли для реалізації в'язкості при температурі $\tau \in [T_1; T_N]$ вистачатиме рівноймовірного вибору $\eta_{s_1}(T)$ й $\eta_{s_2}(T)$, котрий може бути здійснений навіть за дві партії гри (хоча, звичайно, це не гарантовано). В принципі, явище, за якого $q_{s_j}^*(\tau) = \dfrac{1}{m}$ при $s_j \in \left\{\overline{1, S}\right\}$ $\forall \; j = \overline{1, m}$, є також досить прийнятним при невеликих $m \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$, адже рівноймовірний вибір ТЗВРПР легше реалізувати за скінченний горизонт ігор і, тим більш, за нескінченний (тобто коли кількість партій гри є наперед невідомою).

Викладене вище є застосовним тільки для випадку, коли необхідно визначити в'язкість при зафіксованій температурі. Якщо ж необхідно дістати певну в'язкість η_0 розплаву полімерного рециклату, то ця в'язкість може досягатись при декількох температурах із $\left[T_1;\, T_N\right]$. Нехай

$$\left\{\tilde{T}_v\right\}_{v=1}^{M} = \underset{T\in[T_1;\,T_N]}{\arg}\left\{\eta_s(T)-\eta_0=0,\ s=\overline{1,\,S}\right\}. \quad (3)$$

Тоді для кожного $\eta_0 \in [\eta_{\min};\, \eta_{\max}]$ отримаємо $M(\eta_0)$ температур $\left\{\tilde{T}_v(\eta_0)\right\}_{v=1}^{M(\eta_0)}$ у (3), кожну з яких можна реалізувати у формі матричної $M(\eta_0)\times M(\eta_0)$-гри з ядром

$$\mathbf{H}(\eta_0)=\left[h_{ij}(\eta_0)\right]_{M(\eta_0)\times M(\eta_0)},$$

у якій

$$h_{ij}(\eta_0)=\rho_{\mathbb{R}}\left(\tilde{T}_i(\eta_0),\,\tilde{T}_j(\eta_0)\right)=\left|\tilde{T}_i(\eta_0)-\tilde{T}_j(\eta_0)\right|,$$
$$i=\overline{1,\,M(\eta_0)},\ j=\overline{1,\,M(\eta_0)}. \quad (4)$$

Зауважимо очевидне: $M(\eta_0)\leqslant S$.

Таким чином, намагання обрати одне зі значень з множини $\left\{\tilde{T}_v(\eta_0)\right\}_{v=1}^{M(\eta_0)}$ породжуватиме $\mathbf{H}(\eta_0)$-гру, у розв'язку якої нас зацікавить тільки оптимальна стратегія другого гравця

$$\mathbf{U}^*(\eta_0)=\Big[u_1^*(\eta_0)\quad u_2^*(\eta_0)\quad \ldots\quad u_{M(\eta_0)-1}^*(\eta_0)$$
$$u_{M(\eta_0)}^*(\eta_0)\Big]\in\Big\{\mathbf{U}(\eta_0)=\Big[u_1(\eta_0)\quad u_2(\eta_0)\quad\ldots$$
$$u_{M(\eta_0)-1}(\eta_0)\quad u_{M(\eta_0)}(\eta_0)\Big]\in\mathbb{R}^{M(\eta_0)}:u_v(\eta_0)\in[0;\,1]$$
$$\forall\ v=\overline{1,\,M(\eta_0)},\ \sum_{v=1}^{M(\eta_0)}u_v(\eta_0)=1\Big\}=\mathscr{U}(\eta_0), \quad (5)$$

де $u_v^*(\eta_0)$ є оптимальною ймовірністю прийняття рішення при в'язкості $\eta=\eta_0$ нагрівати розплав полімерного рециклату до температури $\tilde{T}_v(\eta_0)$ $\forall\ v=\overline{1,\,M(\eta_0)}$.

Отриманий континуум матричних $\left\{\mathbf{H}(\eta_0)\right\}_{\eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]}$-ігор породжений проблемою якнайкращого вибору в'язкості η_0 розплаву полімерного рециклату шляхом нагрівання цього розплаву до температури

$$\tilde{T}(\eta_0)\in\left\{\tilde{T}_v(\eta_0)\right\}_{v=1}^{M(\eta_0)}.$$

Континуум відповідних оптимальних стратегій другого гравця $\left\{\mathbf{U}^*(\eta_0)\right\}_{\eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]}$ є моделлю зворотної ТЗВРПР на сегменті $[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$. Однак і тут, очевидно, відразу виникає питання реалізації цієї моделі у тій частині $\mathbf{H}\subset[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$ сегмента $[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$, де $\left\{\mathbf{U}^*(\eta_0)\right\}_{\eta_0\in\mathbf{H}}$ не є чистою стратегією. Тоді вектор (5) міститиме принаймні дві ненульові ймовірності, які необхідно реалізувати [17, 19, 20] для того, щоб при даній в'язкості η_0 температура $\tilde{T}(\eta_0)$ розплаву полімерного рециклату була узята з мінімально можливими втратами через неточності.

При невідомій наперед кількості партій $\mathbf{H}(\eta_0)$-гри $\forall\ \eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$, що відповідатиме достатньо великому числу виборів в'язкостей розплаву полімерного рециклату і визначень відповідних температур на всьому діапазоні $[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$, проблема реалізації континууму $\left\{\mathbf{U}^*(\eta_0)\right\}_{\eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]}$ вирішується за допомогою розробленого методу реалізації оптимальної змішаної стратегії. Якщо ж працювати з менш ідеалізованим явищем, то необхідно враховувати скінченну горизонтність кожної $\mathbf{H}(\eta_0)$-гри $\forall\ \eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]$ і використовувати адаптований до таких умов метод реалізації оптимальної змішаної стратегії, який враховуватиме скінченний і відомий горизонт гри. Залишається зазначити, що як для ТЗВРПР, так і для зворотної ТЗВРПР, при практичній реалізації відповідної оптимальної змішаної стратегії другого гравця можна використовувати програмне MATLAB-забезпечення, розроблене і представлене у роботах [17, 20]. При невідомому горизонті матричної гри слід використовувати програмний MATLAB-модуль opr1p1 [17], результатом роботи якого є вказівка щодо обирання чистої стратегії у поточному розігруванні. Якщо ж кількість розіграшів є відомою, то другому гравцю слід використовувати програмний MATLAB-модуль opr2_realtime_player2 [17, 20] в інтерактивному режимі, де другий гравець кожен раз буде уводити реальний виграш першого гравця у попередній партії гри й отримувати вказівку щодо обирання чистої стратегії у поточному розігруванні.

Якщо за N вимірюваннями знайдено $\dfrac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$ оцінок $\left\{T_g^{\langle j\rangle}\right\}_{j=1}^{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$ як одного з розв'язків системи чотирьох нелінійних алгебраїчних рівнянь [7, 9], то раціональний вибір однієї і тільки однієї моделі ТЗВРПР $\eta_{j^*}(T)$ із множини

$$\left\{\eta_j(T)\right\}_{j=\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$$

рівнянь ВЛФ може здійснюватись також тільки як багатоетапний процес реалізації оптимальної змішаної стратегії другого гравця у матричній

$$\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}\times\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$$-грі

з матрицею виграшів

$$\mathbf{G}=\left(g_{ij}\right)_{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}\times\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}},$$

де

$$g_{ij}=\rho_{\mathbb{L}_\alpha\left[T_g^{\langle 0\rangle};\,T_g^{\langle 0\rangle}+100\right]}\left(\eta_i(T),\,\eta_j(T)\right)=$$

$$=\left\|\eta_i(T)-\eta_j(T)\right\|=$$

$$=\left(\int\limits_{T_g^{\langle 0\rangle}}^{T_g^{\langle 0\rangle}+100}\left|\eta_i(T)-\eta_j(T)\right|^\alpha dT\right)^{\frac{1}{\alpha}},$$

$$i=\overline{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1,\,S},\quad j=\overline{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1,\,S},\qquad (6)$$

причому

$$\left[T_g^{\langle 0\rangle};\,T_g^{\langle 0\rangle}+100\right]=$$

$$=\left[T_g^{\langle i\rangle};\,T_g^{\langle i\rangle}+100\right]\cap\left[T_g^{\langle j\rangle};\,T_g^{\langle j\rangle}+100\right]$$

і параметр $\alpha\geqslant 1$.

Насамкінець зауважимо, що не тільки найбільш обґрунтовані моделі ТЗВРПР (рівняння ВЛФ та рівняння Арреніуса), але й, власне кажучи, узагальнені моделі ТЗВРПР зазвичай передбачаються монотонними [7, 9, 12, 15]. Тому відображення

$$\left[T_1;\,T_N\right]\to\left[\eta_{\min};\,\eta_{\max}\right]$$

є взаємнооднозначним.

ВИСНОВКИ. Використовуючи критерій мінімізації результуючої похибки вибору в'язкості при фіксованій температурі, котрий породжує антагоністичну $S\times S$-гру у кожній точці $\tau\in\left[T_1;\,T_N\right]$, раціональний вибір однієї із S наявних в'язкостей здійснюється через реалізацію оптимальної змішаної стратегії другого гравця у цій грі. Аналогічно, критерій мінімізації результуючої похибки вибору температури при фіксованій в'язкості η_0 породжує $M(\eta_0)\times M(\eta_0)$-гру, де необхідно реалізовувати оптимальну змішану стратегію другого гравця для раціонального вибору однієї з $M(\eta_0)$ наявних температур. Це і буде оптимальне відображення температура — в'язкість розплаву полімерного рециклату, згідно з яким після N в'язкістних вимірювань раціональний вибір однієї з

$$\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$$

залежностей

$$\left\{\eta_i(T)\right\}_{i=1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$$

або обернених ТЗВРПР здійснюватиметься як багатоетапний процес з використанням методів реалізації розв'язку матричних $\left\{\mathbf{K}(\tau)\right\}_{\tau\in[T_1;\,T_N]}$-ігор чи матричних $\left\{\mathbf{H}(\eta_0)\right\}_{\eta_0\in[\eta_{\min};\,\eta_{\max}]}$-ігор. Таке відображення температура — в'язкість має місце тоді, коли відомості про температуру склування є непевними. Якщо ж певні припущення про T_g є, то раціональний вибір однієї моделі ТЗВРПР $\eta_{j^*}(T)$ із множини

$$\left\{\eta_j(T)\right\}_{j=\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$$

рівнянь ВЛФ може здійснюватись тільки як аналогічний багатоетапний процес реалізації оптимальної змішаної стратегії другого гравця у матричній $\mathbf{G}$-грі з елементами (6), але цю модель можна застосовувати тільки у діапазоні $\left[T_g^{\langle j^*\rangle};\,T_g^{\langle j^*\rangle}+100\right]$ зі знайденими

$$j^*\in\left\{\overline{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+1,\,\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}+\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}\right\}$$

і

$$T_g^{\langle j^*\rangle}\in\left\{T_g^{\langle j\rangle}\right\}_{j=1}^{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}},$$

де оцінки

$$\left\{T_g^{\langle j\rangle}\right\}_{j=1}^{\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}}$$

як розв'язки

$$\frac{N!}{(N-4)!\cdot 4!}$$

систем чотирьох нелінійних алгебраїчних рівнянь [7, 9] можуть бути коректно знайдені лише при певних припущеннях щодо значення температури склування. У діапазоні

$$\left[T_{\min};\,T_g^{\langle j^*\rangle}\right)\cup\left(T_g^{\langle j^*\rangle}+100;\,T_{\max}\right]$$

слід використовувати одну з $\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}$ залежностей $\left\{\eta_k(T)\right\}_{k=1}^{\frac{N!}{(N-2)!\cdot 2!}}$, обираючи її аналогічним ігровим методом.

Перспектива подальшого дослідження полягає в опрацюванні інших аспектів процесу рециклінгу полімерних відходів і надання їх у формі відповідних математичних моделей для прийняття оптимальних рішень й обґрунтованих дій в організації цього процесу.

ЛІТЕРАТУРА

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Polymer
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Biopolymers
3. http://www.polymers-money.com/articles/recycling/vtorichnoe_ispol_zov_5077.html
4. http://en.wikipedia.org/wiki/Polymer_physics
5. http://www.ekoresurs.ru/pet__polietilentereftal
6. http://www.europrint-ua.com/pet-features.html
7. Реология полимеров / Г.В. Виноградов, А.Я. Малкин. — М.: Химия, 1977. — 440 с.
8. Диффузия и вязкость полимеров. Методы из-

мерения / А.Я. Малкин, А.Е. Чалых. — М.: Химия, 1979. — 304 с.

9. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids / M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry // J. Am. Chem. Soc. — 1955. — V. 77, N. 14. — P. 3701—3707.

10. http://en.wikipedia.org/wiki/Temperature_dependence_of_liquid_viscosity

11. Температурная зависимость вязкости / Р.Л. Фогельсон, Е.Р. Лихачев // Журнал технической физики. — 2001. — Т. 71, вып. 8. — С. 128 — 131.

12. http://en.wikipedia.org/wiki/Arrhenius_equati on

13. http://en.wikipedia.org/wiki/Glass_transition_temperature

14. On the relative roles of free volume and activation energy in the viscosity of liquids / P.B. Macedo, T.A. Litovitz // J. Chem. Phys. — 1965. — V. 42, N. 1. — P. 245 — 256.

15. http://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity

16. http://en.wikipedia.org/wiki/Macromolecule

17. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з пустою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з невідомою кількістю партій гри // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2009. — № 2. — С. 224 — 229.

18. Romanuke V.V. Method of practicing the optimal mixed strategy with innumerable set in its spectrum by unknown number of plays // Measuring and Computing Devices in Technological Processes. — 2008. — № 2. — P. 196 — 203.

19. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри // Наукові вісті НТУУ "КПІ". — 2009. — № 2. — С. 45 — 52.

20. Романюк В. В. Адаптація методу реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною ситуацій рівноваги з відомою наперед кількістю раундів гри у програмному середовищі MATLAB // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2009. — № 4. — С. 57 — 67.

REFERENCE

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Polymer [internet resource].

2. http://en.wikipedia.org/wiki/Biopolymers [internet resource].

3. http://www.polymers-money.com/articles/recycling/vtorichnoe_ispol_zov_5077.html [internet resource].

4. http://en.wikipedia.org/wiki/Polymer_physics [internet resource].

5. http://www.ekoresurs.ru/pet__polietilentereftal [internet resource].

6. http://www.europrint-ua.com/pet-features.html [internet resource].

7. Rheology of Polymers, G.V. Vinogradov, A.Y. Malkin. – Moscow: Khimiya, 1977. – 440 p. [in Russian].

8. Diffusion and viscosity of the polymer. Methods of measurement / A.Y. Malkin, A.E. Roan. – Moscow: Khimiya, 1979. – 304 p. [in Russian].

9. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids / M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry // J. Am. Chem. Soc. – 1955. – V. 77, N. 14. – P. 3701–3707.

10. http://en.wikipedia.org/wiki/Temperature_dependence_of_liquid_viscosity [internet resource].

11. Temperature dependence of viscosity / R.L. Fogelson, E.R. Likhachev // Journal of technical physics of. – 2001. – T. 71, no. 8. – P. 128-131 [in Russian].

12. http://en.wikipedia.org/wiki/Arrhenius_equati on [internet resource].

13. http://en.wikipedia.org/wiki/Glass_transition_temperature [internet resource].

14. On the relative roles of free volume and activation energy in the viscosity of liquids / P.B. Macedo, T.A. Litovitz // J. Chem. Phys. – 1965. – V. 42, N. 1. – P. 245–256 [in Russian].

15. http://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity [internet resource].

16. http://en.wikipedia.org/wiki/Macromolecule [internet resource].

17. Romaniuk V.V. The method of implementing the optimal mixed strategies in a matrix game with an empty set of saddle points in pure strategies with an unknown number of parties games // Bulletin of the Khmelnitsky National University. Technical sciences. – 2009. – № 2. – P. 224–229 [in Ukrainian].

18. Romanuke V.V. Method of practicing the optimal mixed strategy with innumerable set in its spectrum by unknown number of plays // Measuring and Computing Devices in Technological Processes. – 2008. – № 2. – P. 196–203.

19. Romaniuk V.V. The method of implementing the optimal mixed strategies in a matrix game with an empty set of saddle points in pure strategies with a known number of parties games / Scientific to KPI. – 2009. – № 2. – P. 45–52 [in Ukrainian].

20. Romaniuk V. Adaptation of the method of implementation of the optimal mixed strategies in a matrix game with an empty set of equilibrium with a known in advance the number of rounds of play in a software environment MATLAB // Bulletin of the Khmelnitsky National University. Technical sciences. – 2009. – № 4. – P. 57–67 [in Ukrainian].

Стаття надійшла 13.10.10
Рекомендована до друку
к.т.н., доц. Гаврилюком Ю.М.