УДК 534

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ ВІБРОМАШИН БУДІНДУСТРІЇ

С. А. Теренчук
Київський національний університети будівництва і архітектури, м. Київ
пр-т. Повітрофлотський 31, 03680, м. Київ, Україна. E-mail: Bodyagga@rambler.ru

Розглядається задача визначення аналітичної залежності для переміщення вібраційних систем зі змінною частотою коливань. Метод зведення складних дискретно-континуальних систем до дискретних дає можливість розглянути рух системи і в несталому режимі руху. Отримані аналітичні залежності для визначення переміщення вібросистеми в будь-якій зоні руху враховують і пружньо-інерційні, і дисипативні складові сил.

Ключові слова: нестаціонарні коливання, вібромашина, дискретно-континуальна система, функція Беселя, інтеграли Френеля.

DESIGN THE UNSET VIBRATIONS OF VIBROMACHINES OF STROYINDUSTRII

S. A. Terenchuk
Kiev National University of Constraction and Architecture, Kiev
vul. Vozdukhoflotskiy, 31, 03680, Kiev, Ukraine. E-mail: Bodyagga@rambler.ru

The problem of the definition of analytical dependence for the displacement of vibrating systems with variable frequency and definition of analytical dependence. The method of reduction of complex discrete-but-continuous systems to discrete makes it possible to consider the motion of the system and in the unsteady flow regime. Analytical dependence for determining the displacement vibrosistemy in any battle-zone of movement into account and the elastic-inertial and disipativnye force components.

Key words: unset vibrations, vibromachine, functions of Besselya, integrals of Frenel, diskretno-kontinual'naya system.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОМАШИН СТРОЙИНДУСТРИИ

С. А. Теренчук
Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев
пр-т. Воздухофлотский, 31, 03680, г. Киев, Украина. E-mail: Bodyagga@rambler.ru

Рассмотрена задача определения аналитической зависимости для перемещения вибрационных систем с переменной частотой колебаний и определением аналитической зависимости. Метод сведения сложных дискретно-континуальных систем к дискретным дает возможность рассмотреть движение системы и в непостоянном режиме движения. Получены аналитические зависимости для определения перемещения вибросистемы в любой зоне движения учитывают и упруго-инерционные, и дисипативные составляющие сил.

Ключевые слова: неустановившиеся колебания, вибромашина, функции Бесселя, интегралы Френеля, дискретно-континуальная система.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Процес руху будь-якої вібраційної машини, що використовується в будівельній індустрії (наприклад, віброгрохоти або віброущільнюючі машини), певний час працюють у так званому несталому або перехідному режимі. Це обумовлено пуском або зупинкою вібромашин, зміною режиму роботи, переходом через резонанс, дією оброблювального середовища, що змінює свої властивості і впливає на загальний рух вібросистеми. Такий режим роботи є нестабільним і непередбачуваним. При цьому можливі значні збільшення амплітуди коливань. Моделювання руху системи в нестаціонарних режимах роботи є актуальним, оскільки відкриває можливості для визначення параметрів в такому режимі.

Задача про коливання пружної системи зі сталими характеристиками розглядається в роботах [1–3]. Вимушені коливання змінної частоти без урахування дисипативних сил розглядаються в [4, 5]. Взаємодія робочих органів вібромашини для ущільнення будівельних сумішей на основі моделювання дискретно-континуальними системами досліджувалась в роботах [6, 7]. Використання методу [7] зведення дискретно-континуальних систем до дискретних за допомогою контактної сили, названої реакцією середовища, та методики [8] розв’язання цієї задачі для системи з одним ступенем вільності, де пропонується звести розра-хунки до табульованих функцій, виключає необхід-ність застосування чисельних методів.

Метою роботи є моделювання руху вібраційної системи з урахуванням хвильових явищ в оброблювальному середовищі.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. В даній роботі розглядається випадок вібраційної дії, змушуючої сили, яка характеризується постійною амплітудою і частотою коливань, що зростає за лінійним законом.

Рівняння руху вібросистеми «машина – середовище» як дискретно-континуальної системи за методикою [8] зводиться до дискретної і має вигляд:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \cos\left(\frac{\alpha t^2}{2} + \varphi_0\right), \qquad (1)$$

де m – приведена маса вібросистеми; x – переміщення; b – коефіцієнт опору; c – коефіцієнт пружності; F_0 – амплітуда змушуючої сили; αt – миттєва частота; φ_0 – початкова фаза.

Приведена маса складається із маси робочого органу $m_{р.о.}$ та еквівалентної маси середовища m_e, в якій хвильові явища в оброблюваному середовищі враховуються відповідними хвильовими коефіцієнтами [7]:

$$a=\frac{a_н sh2a_н l+b_н \sin 2b_н l}{l\left(a_н^2+b_н^2\right)\left[ch2a_н l+\cos 2b_н l\right]};$$

$$b=\frac{a_н \sin 2b_н l-b_н sh2a_н l}{l\left(a_н^2+b_н^2\right)\left[ch2a_н l+\cos 2b_н l\right]},$$

де $н$ – номер гармоніки; l – характерний розмір середовища, в якому розповсюджується хвиля; $a_н, b_н$ – коефіцієнти, які оцінюють вплив розсіяної енергії на довжину хвилі:

$$a_н=\frac{w_н}{c}\sqrt{\frac{\sqrt{1+g^2}-1}{1\left(1+g^2\right)}};\quad b_н=\frac{w_н}{c}\sqrt{\frac{\sqrt{1+g^2}+1}{1\left(1+g^2\right)}}.$$

Тут c – швидкість розповсюдження хвиль; g – коефіцієнт опору.

Розділивши в рівнянні (1) кожну складову на *m*, отримаємо:

$$\ddot{x}+m\dot{x}+w_0^2x=\frac{F_0}{m}\cos\left(\frac{at^2}{2}+j_0\right), \tag{2}$$

де $w_0^2=c/m$ – власна частота коливань; $m=b/m$ – коефіцієнт згасання коливань.

При початкових умовах $x(0)=\dot{x}(0)=0$ із рівняння (2) отримаємо:

$$x(t)=\frac{F_0}{km}\int_0^t e^{-\frac{m}{2}(t-t)}\cos\left(\frac{at^2}{2}+j_0\right)\sin(k(t-t))dt, \tag{3}$$

де $k^2=w_0^2-\frac{m^2}{4}$.

Після заміни змінних *u* і *v*:

$$u=\frac{1}{\sqrt{2a}}\left(at+k-\frac{m}{2}i\right),\ v=\frac{1}{\sqrt{2a}}\left(at-k-\frac{m}{2}i\right)$$

рівняння (3) буде мати вигляд:

$$x(t)=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{a}}\frac{F_0 i}{km}\left\{\exp[-i(kt-y)-u]\int_{w_0}^{w}e^{iu^2}du-\right.$$
$$-\exp[i(kt-y)-u]\int_{\bar{u}_0}^{\bar{u}}e^{-i\bar{w}^2}d\bar{u}-\exp[i(kt-y)+u]\times$$
$$\left.\times\int_{n_0}^{n}e^{in^2}dn+\exp[-i(kt+y)+u]\int_{\bar{v}_0}^{\bar{v}}e^{-iv^2}d\bar{v}\right\}e^{-\frac{m}{2}t}. \tag{4}$$

В (4) $u_0, v_0, \bar{u}_0, \bar{v}_0$ – початкові значення *u* і *v*, які визначаються при $t=0$ за формулами:

$$u_0=-\bar{v}_0=\frac{1}{\sqrt{2a}}\left(k-\frac{m}{2}i\right),$$
$$\bar{v}_0=-u_0=\frac{1}{\sqrt{2a}}\left(k+\frac{m}{2}i\right),$$
$$y_0=j_0-\frac{k^2}{2a}\left(1-\frac{1}{4l^2}\right),$$
$$u=\frac{mk}{2a}=ah^2,$$
$$l=\frac{k}{m},\quad h=\frac{m}{\sqrt{2a}}.$$

Інтеграли, що входять у рівняння (4), визначаються через інтеграли Френеля ($z=x+iy,$), які зв'язані з функціями Беселя:

$$\left.\begin{aligned}C(z)&=\sqrt{\frac{2}{p}}\int_0^e \cos x^2dx=\frac{1}{2}\int_0^z I_{-\frac{1}{2}}(z)dz\\ S(z)&=\sqrt{\frac{2}{p}}\int_0^e \sin x^2dx=\frac{1}{2}\int_0^z I_{\frac{1}{2}}(z)dz\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Аргумент *z* змінюється в межах $-p;+p$. Тут $I_{\pm\frac{1}{2}}(z)$ – функція Беселя порядку $\pm\frac{1}{2}$. Інтегрування здійснюється в комплексній області по контуру, що проходить через початок координат. Якщо $Re\bar{v}<0$, що відбувається при $at-k<0$, замість v приймаємо $v'=-v$. У випадку, коли $Re\bar{v}>0$ $(at>k)$:

$$\int_{\bar{v}_0}^{\bar{v}}e^{i\bar{v}^2}d\bar{v}=\int_{\bar{v}_0}^{0}e^{i\bar{v}^2}dv+\int_0^{\bar{v}}e^{i\bar{v}^2}d\bar{v}=$$
$$=\int_0^{-\bar{v}_0}e^{i\bar{v}^2}d(-v)+\int_0^{v}e^{i\bar{v}^2}d\bar{v}.$$

У такому випадку при роботі в нестаціонарному режимі зі зростанням частоти вираз для переміщення вібросистеми має вигляд:

$$x(t)=x_{st}l_{\max}\sqrt{\frac{p}{2}}h\{e^{d_1}[\Phi(g_1,d_1)-\Phi(g_0,d_0)]\sin(kt-y)-$$
$$-e^{d_1}[\Psi(g_1,d_1)-\Psi(g_0,d_0)]\cos(kt-y)+$$
$$+e^{d_2}[\Phi(g_2,d_2)sign(e-1)+\Phi(g_0,d_0)]\sin(kt+y)+$$
$$+e^{d_2}[\Psi(g_2,d_2)sign(e-1)+\Psi(g_0,d_0)]\cos(kt+y).$$

Тут

$$e = at/k, sign(e-1) = \begin{cases} +1, e > 1 \\ -1, e < 1 \end{cases},$$

$$x_{st} = \frac{F_0}{w_0^2 m}, \quad l_{max} = \frac{w_0^2}{km} = \frac{w^2}{k^2} g,$$

$$h = \frac{m}{\sqrt{2a}} = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{k^2}{2a}},$$

$$g_1 = h^2\left[l^2(e+1)^2 - \frac{1}{4}\right], \quad d_1 = -h^2 l(e+1),$$

$$g_2 = h^2\left[l^2(e-1)^2 - \frac{1}{4}\right], \quad d_1 = -h^2 l(e-1),$$

$$g_0 = h^2\left(l^2 - \frac{1}{4}\right), \quad d_0 = d_{10} = -d_{20} = -l h^2 = -v,$$

$$\left.\begin{aligned} \Phi(g, d) &= ReC - ImS \\ \Psi(g, d) &= ReS - ImC \end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

де Re – дійсна; Im – уявна частина $C(z)$ і $S(z)$, визначених в (5).

Процедура визначення переміщення зводиться до визначення функцій (6) шляхом відомих перетворень інтегралів Френеля $C(z)$ і $S(z)$ до табульованих функцій. Надалі для конкретних числових значень вібросистеми $m, b, c, F_0, \omega, t, \varphi_0$ розраховується значення переміщення в заданій області коливань системи.

Розглянутий підхід визначення переміщення можливо здійснити і для змушуючої сили, амплітуда якої залежить від частоти (наприклад, для інерційних вібраторів $F_0 = f(w^2)$) або для умови вимикання вібратора, коли частота змушуючої сили зменшується.

ВИСНОВКИ.

1. Метод зведення складних дискретно-континуальних систем до дискретних дає можливість розглянути рух системи і в несталому режимі руху.

2. Отримані аналітичні залежності для визначення переміщення вібросистеми в будь-якій зоні руху враховують і пружньо-інерційні, і дисипативні складові сил.

3. Зведення розрахунків до табульованих функцій дає можливість аналізувати вплив усіх сил опору та оцінити ступінь цього впливу на картину вібраційного поля.

ЛІТЕРАТУРА

1. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. — М.: Машиностроение, 1967. — 316 с.

2. Тимошенко С.П., Янг Д.Х. Унвер У. Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.

3. Кононенко М.З. Колебания систем с ограниченным возбуждением. — М.: Наука, 1976. — 320 с.

4. Койцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. — М.: Гостехиздат. 1954. — Т. 2. — 596 с.

5. Кац А.М. Вынужденные колебания при прохождении через резонанс. Инж. сб. Т. 3. вып. 2. — М.: Изд. АНССР. 1947. — С. 100–125 с.

6. Маслов А.Г., Пономарёв В.М. вибрационные машины и процессы в дорожном строительстве. — К.: Будівельник. 1985.—128 с.

7. Назаренко І.І. Прикладні задачі теорії вібра-цій-них систем. — К.: Видавничий Дім «Слово». 2010. — 440 с.

8. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. — М.: Машиностроение, 1970. — 736 с.

REFERENCES

1. Panovko Y.G. Fundamentals of applied theory of elastic vibrations. – Moscow: Mashinostroenie, 1967. – 316 p. [in Russian].

2. Timoshenko S.P., Young D.H. Unver W. Vibrations in Engineering. – M.: Mashinostroenie, 1985. – 472 p. [in Russian].

3. Kononenko M.Z. Vibrations of systems with limited stimulation. – Moscow: Nauka, 1976. – 320 p. [in Russian].

4. Koytsyansky L.G., Lurie A.I. Course of Theoretical Mechanics. – Moscow: Gostekhizdat – IzdAT. 1954. – V.2. – 596 p. [in Russian].

5. Katz A.M. Forced vibrations during the passage through resonance. Engineering Collection. T. 3. Vol. 2. – M.: ANSSR. 1947. – 100-125 p. [in Russian].

6. Maslov A.G., Ponomarev V.M. Vibrating machines and processes in road construction. – K.: Budivelnik. 1985. – 128 p. [in Russian].

7. Nazarenko I.I. Applied problems in the theory of vibrating systems. – K.: Publishing House "Word". 2010. – 440 p. [in Ukrainian].

8. Filippov A.P. Vibrations of Deformable. Systems. – Moscow: Mashinostroenie, 1970. – 736 p. [in Russian].

Стаття надійшла 20.10.2010 р.
Рекомендована до друку
д.т.н., проф. Масловим О.Г.