УДК 336.71:346.548:519.876.2

ДИНАМІКА ЗМІНИ СТАНІВ У ЗАДАЧАХ РОЗПОДІЛУ ТА РОЗМІЩЕННЯ

О. І. Базик, Т. О. Любенко
Кременчуцький інститут Дніпропетровського університету економіки та права ім. А. Нобеля
вул. 60 років Жовтня, 79, 39623, м. Кременчук, Україна. E-mail: infaacademi.kremenchug.net
С. П. Сокуренко
Inter company communication KN Ukraine.
вул. Садова, 26А, 08290, м. Гостомель, Україна. E-mail: info.kiev@kuehne-nagel.com

На прикладі трьох економічних станів системи, що характеризуються питомими затратами досліджено можливі моделі зміни цих станів із часом. Змодельовано динаміку сумарних витрат для прогнозування шляхів проведення економічного процесу. Визначені інтенсивності переходів між станами системи в задачах розподілу та розміщення.

Ключові слова: задача розподілу, задача розміщення, марковський процес, випадкові процеси, економічні системи.

A DYNAMICS OF STATE TRANSITION IS IN TASKS OF DISTRIBUTION AND PLACING

A. I. Bazyk, T. O. Lubenko
A. Nobel Kremenchug Institute of Dnipropetrovs'k University of Economics and Law
vul. 60 rokiv Zhovtnya, 79, 39623, Kremenchug, Ukraine. E-mail: infaacademi.kremenchug.net
S. P. Sokurenko
Inter company communication KN Ukraine
vul. Sadova, 26A, 08290, Hostomel, Ukraine. E-mail: info.kiev@kuehne-nagel.com

On the example of three economic states there are the systems which are characterized by specific expenses the possible models of these state transition are investigational in course of time . Modeled the dynamics of expenditures to predict the ways of the economic process. Determined by the intensity of the transitions between the state of the system in tasks placement and layout.

Key words: task of distribution, task of placing, markovskyi process, casual processes, economic systems.

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЙ В ЗАДАЧАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ

А. И. Базык, Т. А. Любенко
Кременчугский институт Днепропетровского университета экономики и права им А.Нобеля
ул. 60 лет Октября, 79, 39623, г. Кременчуг, Украина. E-mail: infaacademi.kremenchug.net
С. П. Сокуренко
Inter company communication KN Ukraine
ул. Садовая, 26А, 08290, г. Гостомель, Украина. E-mail: info.kiev@kuehne-nagel.com

На примере трех экономических состояний системы, которые характеризуются удельными затратами исследованы возможные модели изменения этих состояний со временем. Смоделирована динамика затрат для прогнозирования путей проведения экономического процесса. Определены интенсивности переходов между состояниями системы в задачах распределения и размещения.

Ключевые слова: задача распределения, задача размещения, марковский процесс, случайные процессы, экономические системы.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Прикладну значимість розв'язків задач розподілу та розміщення, особливо в області прогнозування, можна значно розширити дослідивши кінетику процесів, що відбуваються в економічній системі. Значні досягнення в розвитку методологічного забезпечення розглядуваного класу задач зроблено завдяки використанню методів дискретної математики [1–3]. Проте їх стаціонарність та абстрагованість від економічної суті не дозволяють в повній мірі моделювати економічні взаємодії феноменологічно, як процеси. Це можна здійснити за наявності перехідних ймовірностей або інтенсивностей переходів між станами системи методами теорії випадкових процесів.

У зв'язку із цим метою роботи є ілюстрація методики моделювання динамічних процесів характерних для задач розміщення та розподілу на прикладі системи, що може перебувати в трьох станах.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. У задачах розподілу та розміщення основними факторами, що визначають специфіку та ефективність процесу, є множина питомих витрат, яка пропонується у вигляді матриці. Кожний її елемент c_{ij} – це незмінний параметр, що характеризує стан елементарного розподіляючого ресурсу (одиниці розміщення або одиниці розподілу).

Реально реалізація того чи іншого стану і його зміна відбувається з плином часу, що можна характеризувати стохастичним рівнянням залежності параметру c_{ij} від часу. Перехід одиниці ресурсу із стану S_i з питомими ви-тратами c_i до стану S_j з питомими витратами c_j як випадковий процес, визначається інтенсивностями потоків v_{ij} та їх характеристиками. Без збитків для загальності розгляду вважатимемо потоки подій, що переводять систему із S_i в S_j незалежними та пуассонівськими, що дає можливість моделювати процеси в розглядуваних нами задачах однорідними марковськими випадковими процесами з дискретними станами і неперервним часом t [5]. Розглянемо систему з трьома можливими станами $S_1(c_1=2)$, $S_2(c_2=4)$, $S_3(c_3=9)$, розмічений граф якої зображено на рис. 1.

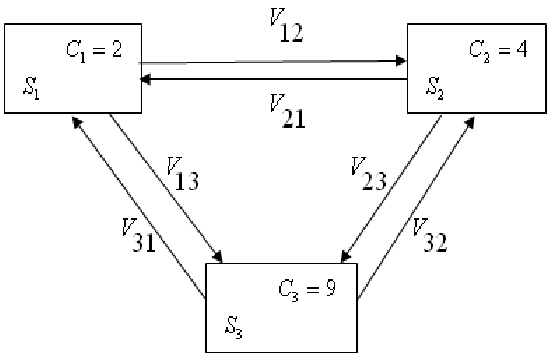

Рисунок 1 – Граф системи з трьома можливими станами

Відповідно до цього графу система рівнянь Колмогорова з умовою нормування матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} &\frac{dP_1}{dt} = P_2 n_{21} + P_3 n_{31} - P_1(n_{12} + n_{13}); \\ &\frac{dP_2}{dt} = P_1 n_{12} + P_3 n_{32} - P_2(n_{21} + n_{23}); \\ &P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1. \end{aligned} \qquad (1)$$

де P_i – ймовірності перебування одиниці ресурсу в стані з параметром c_i, ($i = 1{,}3$).

Інтенсивності пуассонівських потоків v_{ij} переходу $S_i \to S_j$ вважаємо залежними від величин параметрів c_i та c_j і представимо у вигляді [4]:

$$n_{ij} = n_0 e^{b(c_i - c_j)}, i = \overline{1,3};\ j = \overline{1,3};\ i \neq j. \qquad (2)$$

де $b^{-1} = M(c)$ – математичне сподівання питомих затрат;

n_0 – інтенсивність переходів при нульовій дисперсії питомих затрат $Д(c) = 0$.

Якщо перейти до безрозмірної координати часу $t = tn_0$, то систему (1) з урахуванням (2) можемо записати у вигляді:

$$\begin{aligned} &\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1, j\neq i}^{3} P_j(t)\, l_{ji} - P_i(t) \sum_{j=1, j\neq i}^{3} l_{ij}; \\ &\qquad i = 1,2; \\ &\sum_{i=1}^{3} P_i(t) = 1, \end{aligned} \qquad (3)$$

де $l_{ij} = \dfrac{n_{ij}}{n_0}$ – відносна інтенсивність, що відповідає переходу $S_i \to S_j$.

Застосовуючи метод інтегральних перетворень Лапласа розв'язок системи (3) для випадку $K_0 - \frac{a^2}{4} < 0$, що відповідає конкретним значенням $c_1=2;\ c_2=4;\ c_3=9$, одержимо у вигляді:

$$\begin{aligned} P_i(t) = B_i + [P_{i0} A \cdot sh(at + T) + C_i \cdot sh(at) - B_i \cdot \\ \cdot ch(at)] \cdot e^{-\frac{a}{2}t}, \end{aligned} \qquad (4)$$

де

$$K_0 = (l_{12} + l_{13})(l_{21} + l_{23} + l_{32}) + $$
$$+ l_{31}(l_{21} + l_{23} + l_{12}) + l_{21}(l_{32} + l_{12});$$
$$B_1 = l_{31} l_{21} + l_{31} l_{23} + l_{21} l_{32};$$
$$B_2 = l_{12} l_{31} + l_{32} l_{12} + l_{32} l_{13};$$
$$B_3 = (l_{12} l_{13}) \cdot (l_{21} l_{23}) - l_{21} l_{12};$$
$$P_{i0} = P_i(t = 0);\ a = \sum_{i,j=1, i\neq j}^{3} l_{ij};$$
$$a = \left(\frac{a^2}{4} - K_0\right)^{\frac{1}{2}};\ A = -\left(\frac{a^2}{4K_0} - 1\right)^{\frac{1}{2}};$$
$$C_1 = a^{-1}\begin{pmatrix} P_{10}(l_{21} + l_{23} + l_{32}) + P_{20}(l_{21} - \\ - l_{31}) + l_{31} - \frac{1}{2} a B_1 \end{pmatrix};$$
$$C_2 = a^{-1}\begin{pmatrix} P_{10}(l_{12} - l_{32}) + P_{20}(l_{31} + l_{12} + \\ + l_{13}) + l_{32} - \frac{1}{2} a B_2 \end{pmatrix};$$
$$C_3 = a^{-1}\begin{pmatrix} (l_{21} + l_{12} + l_{23} + l_{13}) - P_{10}(l_{12} + \\ + l_{21} + l_{23}) - P_{20}(l_{21} + l_{12} + l_{13}) - \frac{1}{2} a B_3 \end{pmatrix};$$
$$T = Arth\left(-\frac{2a}{a}\right).$$

Із розв'язку (4) випливає, що ймовірність стаціонарних станів не залежить від початкових умов, а визначається виключно балансом інтенсивностей переходів λ_{ij}. Проте, характер функціональної залежності $P_{ij}(\tau)$ чутливий як до початкових умов так і до числових значень параметру c_i.

З економічної точки зору це свідчить про те, що сумарні для всієї системи матеріальні або фінансові витрати будуть різними в різні моменти часу. Маючи набір кривих динаміки сумарних витрат, можна вибрати найефективнішу, найекономічнішу схему розподілу або розміщення.

На рис. 2, 3 зображені розрахункові залежності (4), що відповідають розміченому графу рис. 1 для різних початкових умов. Легко оцінити, що сумарні затрати системи найменшими будуть при реалізації випадку (а).

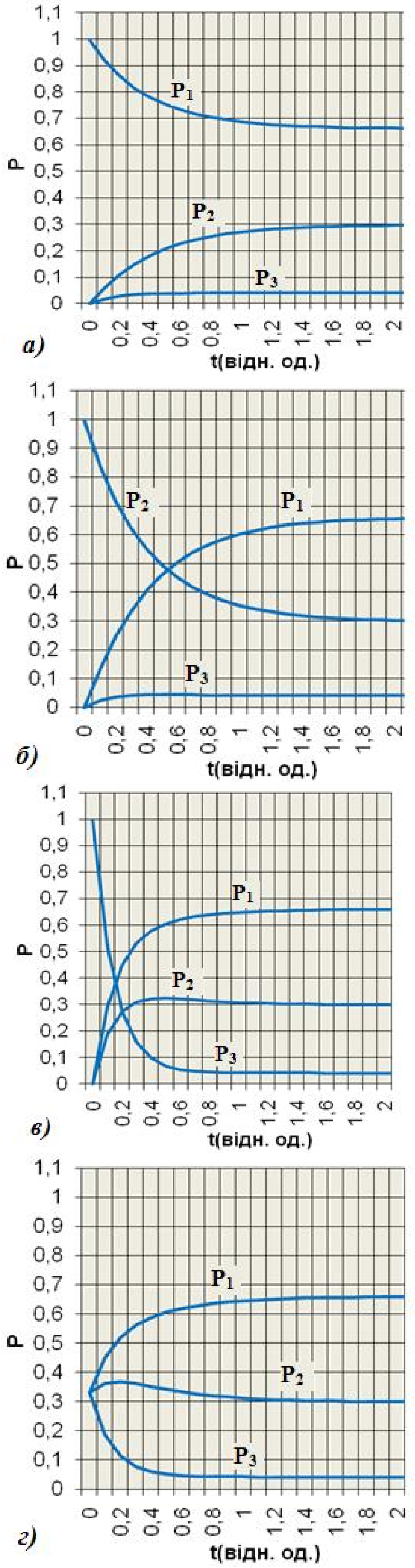

Рисунок 2 – Часові залежності ймовірностей P_i реалізації стану системи із параметром c_i для різних початкових умов: а) $P_{10}=1$; $P_{20}=P_{30}=0$; б) $P_{20}=1$; $P_{10}=P_{30}=0$; в) $P_{30}=1$; $P_{10}=P_{20}=0$; г) $P_{10}=P_{20}=P_{30}=\frac{1}{3}$

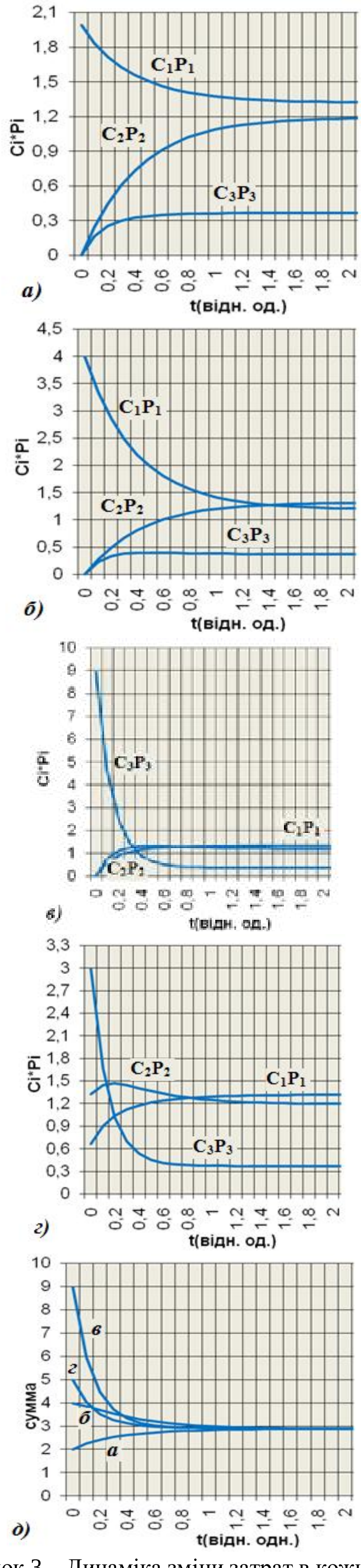

Рисунок 3 – Динаміка зміни затрат в кожному із станів (а–г) і сумарних затрат системи (д) для різних початкових умов: а) $P_{10}=1$; $P_{20}=P_{30}=0$; б) $P_{20}=1$; $P_{10}=P_{30}=0$; в) $P_{30}=1$; $P_{10}=P_{20}=0$; г) $P_{10}=P_{20}=P_{30}=\frac{1}{3}$

ВИСНОВКИ.

1. Характер зміни із часом середніх витрат у кожному із станів у задачах розміщення та розподілу може бути досліджений моделюванням процесів ланцюгами Маркова із неперервним часом.
2. Інтенсивності переходів між станами системи в задачах розподілу та розміщення можна виразити через питомі витрати c_i у вигляді $n_{ij} = n_0 \exp\left(b\,(c_i - c_j)\right)$.
3. Моделювання динаміки сумарних витрат у системах типових для задач розподілу та розміщення дозволяє спрогнозувати найефективніший шлях проведення економічного процесу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хачатуров В.Р., Веселовский В.Е., Зютов А.В. Комбинаторные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности. – М.: Наука, 2000.
2. Кочетов Ю.А. Вычислительные возможности локального поиска в комбинаторной оптимизации // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т. 48, № 5. – С. 747–764.
3. Леванова Т.В., Федоренко А.С. Локальный поиск с чередующимися окрестностями для двухстадийной задачи размещения // Дискретный анализ и исследование операций. – 2008. – Т. 15, № 3. – С. 43–57.
4. Базик О.І. Потенціально-ймовірностна модель економічно затратного стану системи // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. Вип. 5/2010(64), част. 1. – С. 37–39.
5. Карлін С. Основы теории случайных процессов. – М., 1971. – С. 243.

REFERENCES

1. Hatchaturov V.R., Veselovskiy V.Ye., Zutov A.V. Combinatoric methods and algorithms of decision of tasks of discrete optimization of largeness. – M: Science, 2000 [in Russian].
2. Kotchetov Yu.A. Tu calkulate possibilities of local search in comb. optimization // Journal calculable mathematics and mathematical physics. – 2008. – V. 48, № 5. – P. 747–764 [in Russian].
3. Levanova T.V., Fedorenko A.S. Local search with alternating environs for the two-phasic task of placing // Discrete analysis and operations analysis. – 2008. – V. 15, № 3. – P. 43–57 [in Russian].
4. Bazuk A.I. Potencial-probable model economic the expense state of the system // Journal of Kremenchug state polytechnic university of M. Ostrogradskyi. – Issue 5/2010(64). – P. 37–39 [in Ukrainian].
5. Karlin S. Bazes theories of casual processes. – M., 1971. – P. 243 [in Russian].

Стаття надійшла 18.01.2011.
Рекомендована до друку
к.фіз-мат.н., доц. Ляшенком В.П.