УДК 519.21:57.022

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИИ ВРЕДИТЕЛЕЙ НА РАСТЕНИЯХ. ЧАСТЬ 1. ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПОПУЛЯЦИЙ

М. В. Загирняк, В. В. Пидлиснюк
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, 39600, г. Кременчуг, Украина. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua
Ю. А. Бранспиз
Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля, г. Луганск
кв. Молодежный, 20-а, 91034, г. Луганск, Украина. E-mail: branspiz@mail.ru
Т. Р. Стефановская
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, г. Киев
ул. Героев обороны, 15, г. Киев, 03041, Украина.

Рассматривается общая дискретная модель развития популяции вредителей на растительной биомассе. Получены общие рекуррентные соотношения, позволяющие определять изменение во времени популяции вредителей и растительной биомассы в их взаимозависимости.

Ключевые слова: популяция, развитие, биомасса.

STADY OF DYNAMICS OF DEVELOPMENT OF PEST POPULATION ON PLANTS. PART 1. A DISCRETE MODEL OF DEVELOPMENT OF TWO INTERACTING BIOLOGICAL POPULATIONS

M. V. Zagirnyak, V.V. Pidlisniuk
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
ul. Pervomaiskaja, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua
Yu. A. Branspiz
East-Ukrainian Volodymyr Dal National University, Lugansk
kv. Molodezhnyi, 20-a, Lugansk, 91034, Ukraine. E-mail: branspiz@mail.ru
T. R. Stefanovskaja
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kiev
vul. Heroes of Defense, 15, 0341, Kiev, Ukraine.

A general discrete model of development of pest population on vegetative biomass has been considered. General recurrent relations, making it possible to determine the time change of pest population and vegetative biomass in their interdependence, have been obtained.

Key words: population, development, biomass.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПОПУЛЯЦІЇ ШКІДНИКІВ НА РОСЛИНАХ. ЧАСТИНА 1. ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ РОЗВИТКУ ДВОХ БІОЛОГІЧНИХ ПОПУЛЯЦІЙ В ЇХ ВЗАЄМОДІЇ

М. В. Загірняк, В. В. Підліснюк
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, 39600, г. Кременчук, Україна. E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua
Ю. А. Бранспіз
Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, м. Луганськ
кв. Молодіжний 20-а, 91034, г. Луганськ, Україна. E-mail: branspiz@mail.ru
Т. Р. Стефановська
Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ
вул. Героїв оборони, 15, м. Київ, 03041, Україна.

Розглядається загальна дискретна модель розвитку популяції шкідників на рослинної біомасі. Одержані загальні рекурентні співвідношення, які дозволяють визначати зміну у часі популяції шкідників і рослинної біомаси у їх взаємозалежності.

Ключові слова: популяція, розвиток, біомаса.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Увеличение объемов промышленного производства ставит перед необходимостью увеличения объемов выработки энергии ввиду ограниченности ее традиционных источников, что обусловливает, в свою очередь, необходимость разработки, создания и использования альтернативных источников энергии. В Украине таким альтернативным источником энергии может стать переработанная соответствующим образом растительная биомасса (биологически активное вещество растительного или животного происхождения как источник получения энергии) [1].

Решение указанной задачи требует, кроме чисто технических проблем создания соответствующего энергетического оборудования, проработки проблем получения биологического материала для биомассы. Если в качестве последнего рассматривать растения, то, ввиду больших площадей для их выращивания, возникает проблема массового появления вредителей этих растений. В этой связи выяснение динамики популяций вредителей на растениях в климатических условиях, характерных для Украины, является актуальной научно-практической задачей.

Ее решение требует комплексного подхода, поскольку связано с разработкой агротехнических мероприятий, позволяющих получать максимальный выход растительной биомассы при минимальных затратах, в том числе, и затрат на борьбу с вредителями. Такой подход затрагивает и решение проблемы описания динамики популяций вредителей на растениях в различных условиях – климата, режима и мероприятий агротехники.

Поскольку на развитие популяции вредителей оказывает влияние множество факторов, то естественным является его рассмотрение как некоторого вероятностного процесса. Это нашло свое отображение в практике соответствующих исследований [2, 3] с использованием двух основных подходов к описанию развития популяций:

– развитие популяции одного вида, когда все влияния на рассматриваемую популяцию задаются в виде некоторых коэффициентов, например, логистическая эволюция [2, 4];

– развитие популяции во взаимодействии с другой популяцией – модель «жертва–хищник» Лотка–Вольтерра [2, 3, 5].

Что касается первого подхода, то основная трудность его практического применения заключается в необходимости учета возможного изменения во времени параметров соответствующего случайного процесса. Кроме того, несмотря на свою относительную простоту, решения уравнений, записываемых в этом случае для дискретных моментов времени, в которые определяется численность популяции, являются неустойчивыми и имеют множество решений [2, 4].

Что же касается второго подхода, то он свободен от недостатков первого подхода, но требует своего развития и конкретизации взаимодействия популяций.

В целом состояние рассматриваемой проблемы можно охарактеризовать как уточнение математических моделей развития популяций с целью повышения степени их адекватности реальным процессам.

Исследования по рассматриваемой проблеме условно можно разделить на две группы: исследования случайных процессов общего вида, которые можно соотнести с процессами реального развития популяций [2, 6], и исследования непосредственного развития тех или иных биологических видов [3–5, 7].

Что касается первой группы исследований, то для популяции одного вида известно широкое применение теории вероятностных процессов Марковского типа [2]. Однако конкретизация получаемых общих результатов связана с трудностями определения параметров случайных процессов для их соотнесения с реальными процессами.

Так, для общего процесса развития популяции одного вида с произвольным параметром, характеризующим изменение во времени фактора роста и убыли популяции, в [2] приведено общее интегральное соотношение, описывающее развитие такой популяции, однако не приведен способ адекватного определения параметра роста и убыли. В этом случае можно использовать экспериментальную зависимость процесса развития популяции одного вида с произвольным параметром от времени, но при этом возникают трудности с обеспечением общности такой зависимости.

Что же касается второй группы исследований, то они, как правило, строятся на основе подбора той или иной математической модели развития популяций к имеющимся результатам [3, 5, 7] с биологической интерпретацией получаемых математических результатов.

Как следствие, можно утверждать, что совершенствование моделей развития популяций остается важной задачей.

Цель работы – разработка прогностической модели изменения во времени массы растительности (биомассы) и численности популяции вредителей как случайного процесса и установить численные значения параметров этой модели за определенный промежуток времени.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. *Общая постановка задачи.* В настоящее время в рассмотрении случайных процессов можно выделить два методологических подхода: определение средних величин, характеризующих тот или иной случайный процесс, и их вероятностей, а также определение вероятности, соответствующей принятому случайному процессу как некоторой гипотезы относительно имеющего место в действительности.

Эти два подхода обусловливают и два этапа исследований: разработка на первом этапе требуемой модели случайного процесса развития вредителей на «траве» и оценка адекватности этой модели как гипотезы.

Что касается первого этапа, то возможная модель процесса развития вредителей на «траве» как раз и представлена в данной работе, разбитой на две части, соответственно, рассмотрению дискретной и непрерывной моделям динамики популяций вредителей и «травы».

При этом рассматривается «взаимодействие» двух множеств: множество m (элементами является «трава»), характеризующееся общей массой всех элементов этого множества (обозначим ее M); множество n (элементами являются «едоки травы» – вредители), характеризующееся также общей массой всех элементов этого множества (обозначим ее N).

«Взаимодействие» этих множеств заключается в:

– увеличении со временем массы M множества m за счет естественного роста («трава»);

– уменьшении со временем массы M множества m за счет поедания «едоками травы» и естественного замедления роста;

– увеличении со временем массы N множества n за счет естественного размножения, наличия кормовой базы;

– уменьшении со временем массы N за счет процессов гибели (другие хищники, химикаты).

Исходя из всего вышесказанного, представляется возможным вывести общий «закон» (прогностическая модель) изменения во времени масс M и N на основе известного их изменения за определенный промежуток времени с последующим прогнозированием развития множеств m и n, и определения факторов, которые влияют на это развитие.

Обсуждение постановки задачи. Для решения сформулированной задачи важным является принятие изначально такой модели рассматриваемого «взаимодействия», которая была бы максимально приспособленной для создания требуемой прогностической модели, а именно:

параметры модели «взаимодействия» должны соответствовать параметрам, которые могут быть определены в естественных условиях с помощью реального эксперимента с реальной «травой» и реальными «едоками травы»;

параметры модели «взаимодействия» должны максимально адекватно учитывать факторы, имеющими место в реальном взаимодействии «травы» и «едоков травы»;

прогностическая модель должна давать возможность оценки не только вероятности результатов прогноза по ней, но и возможность оценки вероятности самого прогноза.

Учитывая это, в качестве характеристик рассматриваемого модельного «взаимодействия» взяты массы M и N, которые, как ожидается, относительно легко определить в реальном эксперименте.

Конкретизация постановки задачи. Прежде всего, следует подчеркнуть, что реальный процесс взаимодействия «травы» и «едоков травы» носит объективно случайный характер, определяемый случайными факторами внешней среды. Тогда модельное «взаимодействие» должно рассматриваться также как случайный процесс во времени.

Для конкретных популяций (в нашем случае «трава» и «едоки травы») задачей является определение адекватного случайного процесса из множества известных таких процессов и параметров случайного модельного процесса применительно к факторам реального (моделируемого) процесса.

В нашем случае «взаимодействия» множеств m и n можно принять следующее:

развитие этих множеств представляется как сложный случайный процесс, известный в теории случайных процессов как процесс рождения, размножения и гибели;

процессы рождения, размножения и гибели для каждого из этих множеств являются зависимыми (стохастическая зависимость).

Предлагаемый вариант решения. Пусть в некоторый начальный момент времени T_0 массы M и N имели численные значения, соответственно, M_0 и N_0.

В качестве модели «взаимодействия» множеств m и n для множества m примем следующее:

1) прирост массы M за любой промежуток времени ΔT определяется естественным ростом «травы» с некоторым коэффициентом пропорциональности к уже имеющейся массе (коэффициент A_m);

2) убыль массы M за время ΔT определяется ее поеданием «едоками травы» пропорционально имеющейся массе N (коэффициент B_{nm}), т.е. общее изменение массы M за любой промежуток времени ΔT (обозначим его ΔM) составит

$$\Delta M = A_m M - B_{nm} N . \qquad (1)$$

Равенство (1) надо рассматривать как статистическое усреднение, что позволяет говорить о коэффициентах A_m и B_{nm} как о параметрах, обусловленных соответствующими вероятностными процессами (роста и убыли).

По модели взаимодействия «жертва-хищник» Лотка-Вольтерра [2, 3, 5] убыль жертвы пропорциональна общему количеству жертвы, что характеризует случайный характер «встречи» пары «жертва-хищник». Тогда, согласно указанной модели, справа в уравнении (1) второе слагаемое надо было бы представить в виде: $(-B_{nm} NM)$. Но мы рассматриваем воздействие «вредителей», уже имеющихся на «траве», поэтому убыль массы «травы» будет пропорциональна именно массе «вредителей» на «траве», как это и отражено в выражении (1).

Таким образом, если фиксировать изменение массы M для некоторых дискретных моментов времени T_k (где $k = 1,2,...$), то значение массы M для некоторого момента времени $T_{k+1} = T_k + \Delta T$ (обозначим ее M_{k+1}) может быть, согласно (1), определено по значению массы M в момент времени T_k (обозначим ее M_k) как

$$M_{k+1} = M_k + \Delta M = (1 + A_m) M_k - B_{nm} N_k , \qquad (2)$$

где N_k – значение массы N в момент времени T_k.

Далее, в качестве модели «взаимодействия» множеств m и n, для множества n примем, что прирост массы N за любой промежуток времени ΔT определяется естественным размножением, обусловленным общей численностью популяции (в среднем пропорциональной массе N), и наличием кормовой базы в виде множества m (пропорционально ее массе). Тогда прирост массы N за любой промежуток времени ΔT (обозначим его ΔN_+) может быть описан как

$$\Delta N_+ = C_{nm} NM , \qquad (3)$$

где C_{nm} – некоторый коэффициент пропорциональности (как вероятность).

Кроме того, примем, что убыль массы N за время ΔT (обозначим ее ΔN_-) определяется естественным уменьшением множества n (смертность, враги) пропорционально имеющейся массе N (коэффициент пропорциональности D_n):

$$\Delta N_- = D_n N .$$

Таким образом, если фиксировать изменение массы N для некоторых дискретных моментов времени T_k (где $k = 1,2,...$), то значение массы N для некоторого момента времени $T_{k+1} = T_k + \Delta T$ (обозначим ее N_{k+1}) может быть определено по значению массы N в момент времени T_k (обозначим ее N_k) как

$$N_{k+1} = N_k + \Delta N_+ - \Delta N_- = (1 - D_n + C_{nm} M_k) N_k . \qquad (4)$$

Окончательно, для описания процесса «взаимодействия» множеств m и n во времени имеем уравнения (2) и (4), которые следует рассматривать как систему

$$\begin{aligned} M_{k+1} &= M_k + \Delta M = (1 + A_m) M_k - B_{nm} N_k , \\ N_{k+1} &= N_k + \Delta N_+ - \Delta N_- = (1 - D_n + C_{nm} M_k) N_k . \end{aligned} \qquad (5)$$

Таким образом, система уравнений (5) и является моделью рассматриваемого «взаимодействия» множеств m и n.

Рекуррентный расчет по (5), начиная с момента времени $T_0 = 0$, $M = M_0$ и $N = N_0$, позволяет для известных значений коэффициентов A_m, B_{mn}, C_{nm} и D_n построить дискретную зависимость изменения во времени масс M и N. Следовательно, дальнейшей задачей является определение коэффициентов A_m, B_{mn}, C_{nm} и D_n.

Это несложно сделать, если изменение M и N будет определено из эксперимента за сезон (период, определяемый от посева «травы» до ее уборки).

Так, приняв длительность сезона, например, в шесть месяцев, можно принять в качестве промежутка времени ΔT, например, один месяц, и экспериментально определять значения M и N, а для дальнейших расчетов использовать методы статистики.

В обсуждение предлагаемого варианта решения рассматриваемой задачи следует указать, что в расчетной модели можно предусмотреть «обнуление» данных в конце сезона с переходом к следующему сезону, для которого необходимо опять принять $T_0 = 0$ и $M = M_0$ (посев «травы» в том же количестве), а для массы N – принять некоторую часть от последнего значения N_{k+1}, выжившую в межсезонье.

В этой связи следует отметить, что непосредственный расчет по формуле (5) показал возможность существования таких значений коэффициентов A_m, B_{mn}, C_{nm} и D_n, при которых возможна полное исчезновение множества n за определенное число сезонов. Кроме того, введение зависимости коэффициентов A_m, B_{mn}, C_{nm} и D_n от времени приведет к тому, что модель (5) будет всегда совпадать с любыми экспериментальными результатами, т.е. от модели (5), дискретной по времени, можно перейти к модели в виде дифференциальных уравнений (модель, непрерывная во времени).

Таким образом, предложенный выше подход можно применять для адекватного использования решения рассматриваемой задачи.

ВЫВОДЫ. 1. Динамику популяций вредителей на растениях необходимо рассматривать как «взаимодействие» двух множеств: растения-вредители (множество m, характеризующееся общей массой всех элементов этого множества, и множество n, которое также характеризуется общей массой).

2. Получена система рекуррентных соотношений для определения изменения масс вредителей и растений по принятой модели их взаимодействия: убыль массы растения пропорционально массе вредителей и росту массы вредителей пропорциональной массе растения.

3. Полученные результаты позволяют в дальнейшем установить общий «закон» изменения во времени масс растения и вредителей (на основе известного их изменения за определенный промежуток времени) с целью прогнозирования развития взаимодействующих популяций «растения» и «вредители» и определения факторов, влияющих на это развитие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтернативная энергия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://aenergy.at.ua/. – Заглавие с экрана.

2. Баруча–Рид А.Г. Элементы теории марковских процессов и их приложения. – М.: Наука, 1969.– 512 с.

3. Экология. Особи популяции и сообщества / М. Бигон, Дж. Харпер, К. Таунсенд: В 2-х т. Т.1.– М.: Мир, 1989. – 667 с.

4. Ризниченко Г.Ю. Лекция 3. Модели роста популяций [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// spkurdyumov.narod.ru/RizLek3/Lek3.htm. – Заглавие с экрана.

5. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука, 1985. – 181 с.

6. Кингман Дж. Пуассоновские процессы. – М.: МЦНМО, 2007. – 136 с.

7. Математические модели биологических продуктивных процессов/ Г.Ю. Ризниченко, А.Б. Рубин. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 302 с.

Статья написана по результатам исследований совместного украинско-американского проекта «Identifying the Herbivore species complex bio fuel production systems in California and Ukraine», грант US Research Development Foundation, № UKBIKV-08.

REFERENCES

1. Alternative energy [electronic resource]. – Mode of access: http://aenergy.at.ua/. – Subject to the screen [in Russian].

2. Barucha–Rid A.G. Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications. – M.: Nauka, 1969. – 512 p. [in Russian].

3. Ecology. Individuals of populations and communities / M. Bigon, J. Harper, C. Townsend: In 2 Vols. – V. 1. – M: Mir, 1989. – 667 p. [in Russian].

4. Riznichenko G.Yu. Lecture 3. Models of population growth [electronic resource]. – Mode of access: http://spkurdyumov.narod.ru/RizLek3/Lek3.htm – Subject to the screen [in Russian].

5. Bazikin A.D. Mathematical biophysics of interacting populations. – M.: Nauka, 1985. – 181 p. [in Russian].

6. Kingman J. Poisson processes. – M: MCNMO, 2007. – 136 p. [in Russian].

7. Mathematical models of biological productive processes / G.Yu. Riznichenko, A. B. Rubin. – M.: Publ. house MGU, 1933. – 302 p. [in Russian].

This article was written based on research findings of the joint Ukrainian-American project «Identifying the Herbivore species complex bio fuel production systems in California and Ukraine», grant US Research Development Foundation, № UKBIKV-08.

Стаття надійшла 01.08.2011
Рекомендовано до друку
к.х.н., доц. Козловською Т.Ф.