

УДК 519.876.5[612.014.422::616-073.756.8]

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРЯМОЇ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ

Б. І. Яворський, Ю. Б. Промович, Є. Б. Яворська

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
вул. Руська, 56, м. Тернопіль, 46001, Україна. E-mail: promovich_y@ukr.net

Побудовано імітаційну модель для прямої задачі електроімпедансної томографії з використанням двохелектродного способу вимірювання електричного імпедансу. Імітаційну модель застосовано для верифікації методу реконструкції зображення, що використовує зворотне проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму.

Ключові слова: електроімпедансна томографія, томографічний експеримент, моделювання.

AN IMITATION MODELING FOR THE DIRECT PROBLEM OF THE ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

B. I. Yavorskyi, Yu. B. Promovych, Ye. B. Yavorska

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University
vul. Ruska, 56, Ternopil, 46001, Ukraine. E-mail: promovich_y@ukr.net

An imitation model for the direct problem of the electrical impedance tomography with use of the two electrode electric impedance measuring method is built. The imitation models for the verification the back projection along the lines of maximal electric current density image reconstruction method are used.

Key words: electrical impedance tomography, tomographic experiment, modelling.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ЕЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

Б. И. Яворский, Ю. Б. Промович, Е. Б. Яворская

Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя
ул. Русская 56, г. Тернополь, 46001, Украина. E-mail: promovich_y@ukr.net

Построено имитационную модель для прямой задачи электроимпедансной томографии с использованием двухэлектродного способа измерения электрического импеданса. Имитационную модель применили для верификации метода реконструкции изображения, который использует обратное проецирование вдоль линий максимальной плотности электрического тока.

Ключевые слова: электроимпедансная томография, томографический эксперимент, моделирование.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Тестування алгоритмів реконструкції і верифікація методів отримання зображень для електроімпедансної томографії (ЕІТ) потребує набору вхідних даних, які отримують шляхом томографічного експерименту (ТЕ). Під ТЕ розумітимемо процес вимірювання струмів (напрут) на поверхні провідного тіла з допомогою системи електродів. Зрозуміло, що реалізація ТЕ завжди супроводжується похибкою вимірювання, яка при розв'язуванні зворотної, а тому некоректно поставленої задачі реконструкції призводитиме до неповторюваності результатів окремих реалізацій ТЕ [1] що, в свою чергу, ускладнює процедуру оцінювання і порівняння алгоритмів реконструкції. Крім того, кількісні критерії оцінки реконструйованого зображення використовують порівняння останнього з еталонним, яке в ТЕ над фізичним об'єктом априорі невідоме. Сервери статичної ЕІТ і галереї електроімпедансних зображень, яку використовує співтовариство ЕІТ [2] уможливають лише відносне оцінювання зображень, отриманих різними методами. Тому, виникає задача забезпечення повторюваності результатів ТЕ для кількісного і ефективного (із застосуванням ефективних оцінок) оцінювання алгоритмів реконструкції. Найпростіше цю задачу розв'язати шляхом імітаційного моделювання ТЕ, адже в цьому випадку процес вимірювання потенціалів замінюється пошу-

ком розв'язку прямої задачі ЕІТ.

Реалізація ТЕ є прямою задачею і її розв'язок, тобто вхідні дані для алгоритму реконструкції, буде єдиним і стійким (для заданих вхідних умов проведення ТЕ). Одним із найбільш перспективних підходів до розв'язування прямої задачі ЕІТ є метод скінченних елементів [3]. Недоліком методу є значні обчислювальні ресурси, які потрібні для розв'язування системи рівнянь, за допомогою яких описується сітка резисторів, якою, в свою чергу, моделюється переріз провідного тіла.

На основі зазначеного вище метою роботи є імітаційне моделювання прямої задачі електроімпедансної томографії.

МАТЕРІАЛИ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. У даній статті побудовано імітаційну модель для прямої задачі ЕІТ з використанням рівнянь Максвелла. Модель адаптована для роботи з тестовими зображеннями розподілу провідності перерізу тіла. Верифікацію імітаційної моделі проведено шляхом порівняння змодельованих даних (отриманих від імітаційної моделі) із даними ТЕ. Для порівняння застосовано коефіцієнт кореляції між зображеннями – результатами реконструкцій за тестовими даними імітаційної моделі і даними ТЕ. Таке порівняння з одного боку вимагає застосування ще й алгоритму реконструкції зображення, що робить постановку

задачі верифікації комп'ютерної імітаційної моделі і, відповідно, її розв'язок складнішими проте, з іншого боку, при цьому можливі ще також візуальна оцінка і якісне (наочне) порівняння результатів.

Імітаційну модель застосовано для верифікації методу реконструкції зображення для задачі ЕІТ, що використовує зворотне проектування проєкційних даних вздовж ліній максимальної густини електричного струму, який описаний в [4].

Структурна ідентифікація імітаційної моделі ТЕ. В структуру побудованої імітаційної моделі входять: тестове зображення перерізу провідного тіла, алгоритм пошуку параметрів електричного поля на границі тестового зображення перерізу в точках розміщення електродів та схема проведення ТЕ, в якій враховано вимоги щодо кількості електродів і порядок їх увімкнення в ході ТЕ, тобто формалізовано процедуру проведення ТЕ.

Нехай тестове зображення перерізу провідного тіла є дискретною двохмірною функцією $I_{test}(j, k)$, в якій значення аргументів $(j, k) \in \Omega$ є індекс елемента площини перерізу Ω (область задання функції $I_{test}(j, k)$), а значення функції $f = I_{test}(j, k)$ для пари (j, k) еквівалентне значенню середнього питомого опору $R_{mean}(j, k)$ в околі деякої точки $M(x, y)$, який є квадратом з

стороною a структурного елемента тестового зображення так, що $R_{mean}(j, k) = \frac{1}{a^2} \int_{x-a/2}^{x+a/2} \int_{y-a/2}^{y+a/2} R ds$,

де $R \in \Omega$ – неперервне представлення функції розподілу питомого опору тестового зрізу провідного тіла, тобто $I_{test}(j, k) = R_{mean}(j, k)$. Таким чином, вибравши a задаємо підобласть аргументів для усереднення значень неперервної функції розподілу питомого опору R в ній. Результат такого перетворення – функція $I_{test}(j, k)$ є дискретною моделлю провідного тіла (англ. *Finite Elements Model*). Таке розбиття зображення рівномірною прямокутною сіткою найбільш зручне для представлення останнього на графічних дисплейних терміналах. Надалі, для побудови структури імітаційної моделі використовуватимемо дискретні вирази, що дозволить її легко реалізувати засобами обчислювальної техніки.

Імітаційну модель побудовано для реалізації двохелектродного методу вимірювання електричного імпедансу (в іноземній літературі його називають *opposite method*). Особливість застосування останнього в тому, що і прикладання електричного струму і вимірювання падіння напруги, яка є пропорційною електричному імпедансу, здійснюється лише однією парою електродів.

Важливим елементом імітаційної моделі ТЕ є алгоритм пошуку параметрів електричного поля на

границі тестового зображення. Алгоритм будемо на основі математичної моделі взаємодії електричного поля з провідним середовищем, яка описується системою рівнянь Максвелла [5] із урахуванням того, що потужності, які виділяються на елементах провідного тіла P_{Ω} і потужність P_G , яка затрачається джерелом енергії, рівні – $P_G = P_{\Omega}$ [6] (рис. 1).

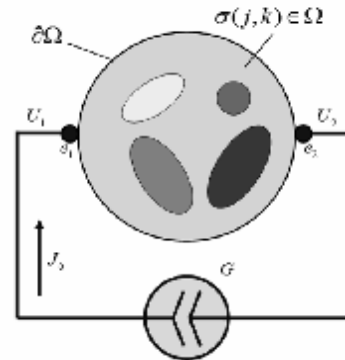


Рисунок 1 – Схема реалізації двохелектродного методу вимірювання електричного імпедансу

Якщо до провідного тіла через довільну пару електродів $e_1(j, k)$ та $e_2(l, m)$, таких, що $(j, k) \in d\Omega$ і $(l, m) \in d\Omega$, але $j \neq l$ і $k \neq m$ де $d\Omega$ – границя області, підключити джерело постійного електричного струму G , то в колі виникне електричний струм J_0 . Нехай $e_1(j, k)$ – точка входу струму в область, а $e_2(l, m)$ – єдина точка виходу струму з області Ω , розподіл питомої провідності S всередині якої задано у вигляді функції $I_{test} \in \Omega$. Потрібно знайти різницю потенціалів $U_2 - U_1$ між точками e_1 та e_2 . Для заданої функції-зображення $I_{test}(j, k)$, $(j, k) \in \Omega$ та пари струмонесучих електродів e_1 та e_2 розрахуємо напруженість $\vec{E}(j, k)$ поля постійного електричного струму як напруженість електростатичного поля, створеного двома точковими зарядами q_1 та q_2 , які розміщені відповідно у точках e_1 та e_2 і мають рівний за модулем і протилежний за знаком заряд q (принцип електростатичної аналогії) [7]:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{r^3} \right), \quad (1)$$

де \vec{r}_1 і \vec{r}_2 радіус вектори від точок джерел поля до точки спостереження напруженості. Потужність P_{Ω} визначиться як інтеграл елементарних потужностей, які виділяються на кожному з елементарних елементів середовища:

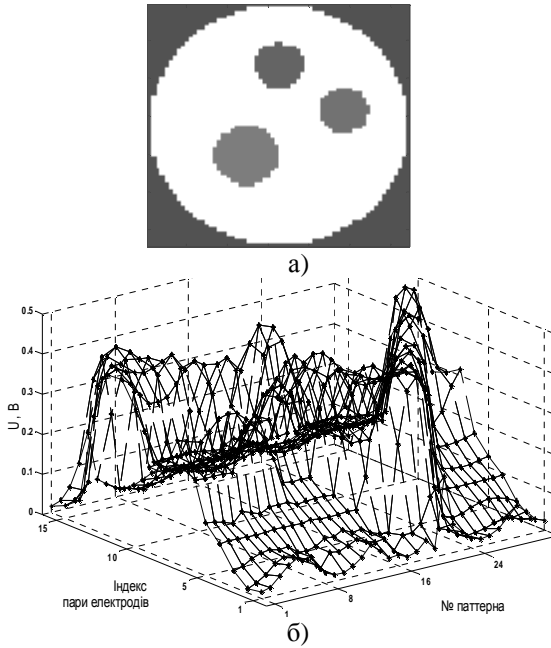


Рисунок 2 – Зображення-модель провідного тіла (а) та результат імітаційного моделювання томографічного експерименту (б)

$$P_{\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K d(j,k) I_{test}(j,k) |grad j|^2, \quad (2)$$

де j - потенціал поля електричного струму.

$$\text{Функція } d(j,k) = \begin{cases} 1, & \forall (j,k) \in \Omega \\ 0, & (j,k) \notin \Omega \end{cases} \quad \text{визначає}$$

приналежність елементарного елемента прямокутного растру (пікселя) розмірності $J \times K$ пікселів до області Ω , на якій означена I_{test} . Затрачена джерелом потужність визначиться з виразу

$$P_G = |J_0| (U_2 - U_1). \quad (3)$$

Різницю потенціалів між точками e_1 та e_2 обчислимо враховуючи рівність P_G і P_{Ω}

$$U_{1,2} = U_2 - U_1 = \frac{P_{\Omega}}{|J_0|}. \quad (4)$$

Таким чином, задавшись правилом вибору точок e_1 та e_2 (рис. 1), тобто провівши формалізацію ТЕ, можна провести розрахунок величини падіння напруги для всіх комбінацій електродів.

Параметрична ідентифікація імітаційної моделі томографічного експерименту. Нехай зображення I_{test} відтворює круглий переріз провідного тіла. Структурні елементи зображення (рис. 2,а) характеризуються наступними значеннями питомої провідності: основа – неперервний розподіл провідності, заданий функцією

$$s_E(x, y) = a + \frac{k}{2i} \cdot (e^{ipx} - e^{-ipx}) \cdot (e^{ipy} - e^{-ipy}), \quad (5)$$

$$k = 0,2, \quad a = 1, \quad i = \sqrt{-1}$$

і три круглих включення, питомий опір яких становить 1,4 та 1,35 Ом/м. Задання неперервного розподілу з допомогою функції потрібне для тестування лінійного алгоритму реконструкції, описаному в [4].

Інтенсивності елементів тестового зображення приблизно відповідає значенням питомого опору м'яких тканин живого організму. Круглі включення моделюють ракову тканину, питомий опір якої є на 10-20% меншим від типового питомого опору тканини, з якої та розвинулась [8]. Таким чином, побудована модель дасть змогу оцінити зокрема ефективність методу для медичних застосувань, а саме для виявлення злоякісних пухлин у м'яких тканинах.

Електроди, розміщені на границі провідного тіла, рівновіддалені один від одного. ТЕ проводимо за схемою

$$e = \begin{pmatrix} N-1 & \dots & 1-N \\ \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ N/2-(N/2-1) & \dots & (N/2-1)-N/2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де N - кількість електродів вимірювальної системи. Кожен рядок матриці індексує паралельно розміщені двійки електродів одного паттерна (одна ортогональна проекція). Кожен сусідній стовбець матриці містить індекси електродів паттерна, повернутого на кут $\alpha = 2p / N$ [4].

Оскільки вихідні дані реального ТЕ містять похибку вимірювання, то реконструйоване зображення розглядали як випадкове. Статистичний підхід до томографічних зображень застосовано в [9]. Як кількісний критерій оцінки випадкового зображення застосували коефіцієнт кореляції тестового I_{test} і реконструйованого I_R зображень, який обчислили наступним чином

$$r = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K d \cdot [(I_{test} - \overline{I_{test}})(I_R - \overline{I_R})]}{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K d \cdot (I_{test} - \overline{I_{test}}) \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K d \cdot (I_R - \overline{I_R})}, \quad (7)$$

де $\overline{I_{test}}$, $\overline{I_R}$ – середні значення інтенсивності тестового і реконструйованого зображень, відповідно.

Алгоритм імітаційного моделювання ТЕ і натурна верифікація імітаційної моделі. Послідовність дій при отриманні вихідних даних томографічного експерименту наступна:


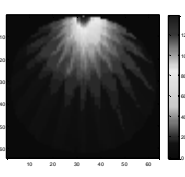
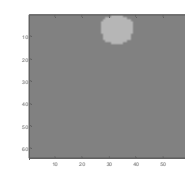
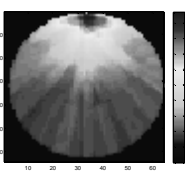

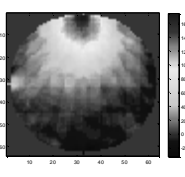
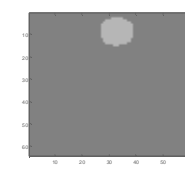
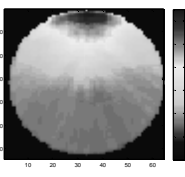

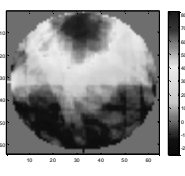
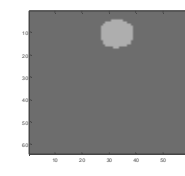
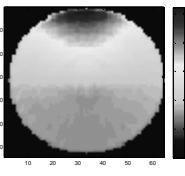

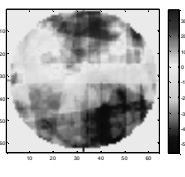
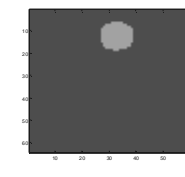
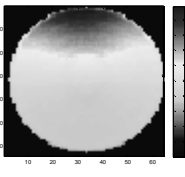

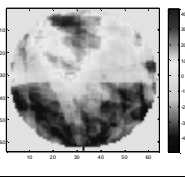
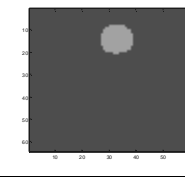
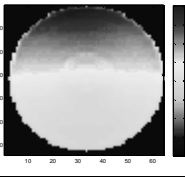
- формуємо тестове зображення розподілу провідності (рис. 2,а);
- задаємо кількість електродів (в нашому випадку $N = 32$);
- використовуючи (1-4) для всіх пар електродів, що задаються виразом (5) шукаємо різницю потенціалів. Отриманий масив U_{e_1, e_2} (рис. 2,б) і буде результатом імітаційного моделювання.

Для верифікації імітаційної моделі порівнюємо, з застосуванням критерію (7), результати імітаційного і натурного моделювання ТЕ. Натурне моделювання провели з використанням макету томографа, розробленого на кафедрі біотехнічних систем ТНГУ імені Івана Пулюя. Оскільки, фізично змакетувати прові-

дне середовище зі складною топологією скалярного поля питомої провідності важко, то для натурної верифікації імітаційної моделі побудуємо наступну спрощену тестову модель – однорідна за провідністю основа і кругле непровідне включення. Імітаційна модель імітує фізичну, яка являє собою циліндричну ванну діаметром 100 мм, заповнену 0,9% водним розчином $NaCl$, в яку поміщено скляне непровідне тіло круглого перерізу 23 мм в діаметрі. Метою експерименту є встановлення кореляційного зв'язку між результатами натурального і імітаційного

модельювання ТЕ. Непровідне тіло розміщували у ванні із сольовим розчином на різній відстані від границі області та проводили ТЕ. Для кожної позиції провідного тіла в ванні створено тестове зображення. Над провідним тілом і його імітаційною моделлю провели ТЕ та реконструювали зображення (з застосуванням методу зворотного проектування проєкційних даних уздовж ліній максимальної густини електричного струму [4]). Обчислено коефіцієнт кореляції для реконструйованих зображень. Дані зведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Порівняння результатів фізичного і імітаційного моделювання ТЕ

I_{real}	I_{real}^R	I_{test}	I_{test}^R	$r(I_{test}^R, I_{real}^R)$
				0,8939
				0,7922
				0,7465
				0,1677
				0,0382

Із результатів експерименту бачимо, що кореляційний зв'язок існує. Між зображеннями, які отримані у випадку, коли стороннє непровідне тіло розміщене поблизу границі області має місце достовірний кореляційний зв'язок між результатами імітаційного і натурального моделювання. При розміщенні непровідного тіла в напрямку до центра стає важче його локалізувати – кореляційний зв'язок утрачається. Це пов'язано з тим, що густина ліній електричного струму більша поблизу границі області. Крім того, при натурному проведенні ТЕ вихідні дані містять ще й похибку вимірювання. При розміщенні непровідного тіла ближче до центра ванни зростає співвідношення сигнал-шум, що ускладнює його локалізацію.

Візуальна оцінка зображень, розміщених в колонках 2 і 4 табл. 1 дозволяє зробити висновок про відповідність імітаційної моделі фізичній.

Для збільшення інформативності реконструйованого зображення, отриманого від імітаційної моделі, потрібно проводити високочастотну фільтрацію. Для фізичного моделювання, коли має місце похибка міряння, покращувати якість зображення потрібно шляхом збільшення чутливості вимірювальної схеми томографа та мінімізуючи співвідношення сигнал-шум.

Використаємо імітаційну модель для тестування методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму [4]. Для тестування методу зроблено припущення, що є відомим (у даному випадку є відомою функціональна залежність) розподіл питомого опору слабо-

неоднорідного середовища (5), але невідомими залишаються кількісні параметри цього розподілу (параметр k).

Реконструкцію за вихідними даними (рис. 2,б) імітаційного моделювання томографічного експерименту проведено для різних значень коефіцієнта k виразу (5) і враховано коефіцієнт кореляції між реконструйованими вхідним I_{real}^R і результуючим I_{test}^R зображенням. Дані наведені на рис. 3.

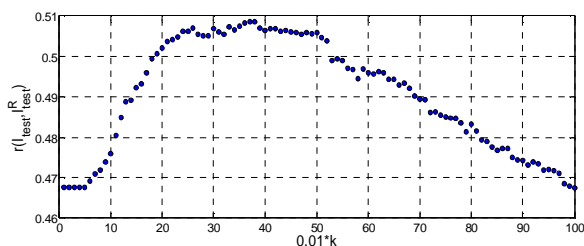


Рисунок 3 – Залежність коефіцієнта кореляції вхідного і реконструйованого зображень імітаційної моделі від зміни параметра k емпірично заданого середовища

З рис. 3 бачимо, що при зміні параметра k коефіцієнт кореляції змінюється. Так, при зміні k від 0 до 0,2 коефіцієнт кореляції зростає на 4%. При $k=0$ апіорна топологія поля в алгоритмі реконструкції не враховується, тобто мали випадок зворотного проектування вздовж прямих ліній, який застосований в [10]. Використання методу дає можливість (у випадку, коли точно відомі параметри емпіричного середовища) підвищити на 4% точність реконструкції.

ВИСНОВКИ. Комп'ютерна імітаційна модель ТЕ, яка побудована на точних математичних співвідношеннях, що відповідають фізичній природі задачі, уможливило отримання проєкційних даних для алгоритму реконструкції. В медичній діагностиці ЕІТ найкраще застосовувати для виявлення зон з аномальною провідністю на фоні однорідного, або слабо неоднорідного середовища. Використання відомостей про апіорний розподіл провідності (застосування методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму) дає можливість підвищити вірогідність реконструйованого зображення, що відображається в підвищенні коефіцієнта кореляції щодо вхідного зображення на 4%. Побудована імітаційна модель може бути корисною для тестування алгоритмів реконструкції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.
2. On-line static EIT reconstruction server [Електронн. ресурс]. – Режим доступу: <http://www.cplire.ru/tserver/>.
3. Рыбин А.И. Восстановление образа в импедансной томографии на базе метода конечных элементов // Радиоэлектроника. – 1996. – № 7. – С. 38–47.

4. Яворський Б.І. Метод реконструкції зображень в електроімідансній томографії // Вісник ТДТУ ім. І. Пулюя. – 2009. – 14, № 1. – С. 154–161.

5. Анго А. Математика для електро- і радіоінженерів. Пер. с франц. / Под общей ред. К. С. Шифрина. – М.: Наука, 1964.

6. Hanke-Bourgeois M. Mathematische Grundlagen der Impedanztomographie [Електронн. ресурс]. – режим доступу: <http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/~hanke/eitvorl.pdf>.

7. Яворский Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. – М.: ООО "Издательство Оникс": ООО "Издательство "Мир и Образование", 2006. – 1056 с.

8. Рожкова Н.И. Роль электро-импедансной маммографии в диагностике заболеваний молочной железы // Поликлиника. – 2008. – № 6. – С. 51–52.

9. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. – М.: Радио и связь, 1989.

10. Kovačić D. An electrical impedance tomography system for current pulse measurements [Електронн. ресурс]. – Режим доступу: <http://www.bib.irb.hr/datoteka/71589.D.pdf>.

REFERENCES

1. Tikhonov A.N. Methods for the Solution of Ill-Posed Problems. – М.: Nauka, 1979 [in Russian].
2. On-line static EIT reconstruction server [Electronic source]. – Access mode: <http://www.cplire.ru/tserver/>.
3. Rybin A.Y. Pattern reconstruction in an impedance tomography on the finite elements method // J. Radioelectronika. – 1996. – № 7. – P. 38–47 [in Russian].
4. Yavorsky B.Y. Method of images reconstruction in electrical impedance tomography // Herald of the TNTU. – 2009. – 14, № 1. – P. 154–161 [in Ukrainian].
5. Angot A. Complements de Mathematiques. – М.: Nauka, 1964 [in Russian].
6. Hanke-Bourgeois, M. Mathematische Grundlagen der Impedanztomographie [Electronic source]. – access mode: <http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/~hanke/eitvorl.pdf>.
7. Yavorsky, B.M. Physics handbook – М.: "Onix": "Mir & Obrazovanie", 2006. – 1056 p.
8. Rozhkova N.I. The importance of electroimpedance tomography in detection of breast disease // Poliklinika. – 2008. – № 6. – С. 51–52 [in Russian].
9. Troitsky I. N. Statistical Theory of Tomography. – М.: Radio i Svyaz', 1989 [in Russian].
10. Kovačić, D. An electrical impedance tomography system for current pulse measurements [Electronic source]. – Access mode: <http://www.bib.irb.hr/datoteka/71589.D.pdf>.

Стаття надійшла 21.12.2010.

Рекомендована до друку
к.т.н., доц. Моспаном В.О.