УДК 621.762.4

РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРЕСУВАННЯ ПОРОШКОВИХ МАТЕРІАЛІВ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

В. В. Драгобецький, Д. В. Савєлов
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна. E-mail: savelov@vizit-net.com

Розроблено математичну модель процесу пресування в умовах плоскої або осесиметричної деформації порошкових матеріалів на основі методу кінцевих елементів і теорії пластичності пористих тіл. На основі викладеної методики розраховані значення напруг і визначені закони розподілення щільності для досліджуваного зразка.

Ключові слова: математична модель; процес пресування, деформація, порошкові матеріали, напружений стан.

CALCULATION OF STRESSED-DEFORMED STATE OF POWDER MATERIALS COMPACTION BY FINITE ELEMENTS METHOD

V. Dragobetsky, D. Savelov
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, 39600, Kremenchuk, Ukraine. E-mail: savelov@vizit-net.com

A mathematical model of pressing under the condition of plane or axially symmetric deformation of powder materials on the basis of the method of finite elements and the theory of plasticity of porous bodies is developed. On the basis of the given technique the values of stresses are calculated and laws of density distribution are found for a tested sample.

Key words: mathematical model, pressing, deformation, powder materials, stressed state.

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕССОВАНИЯ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В. В. Драгобецкий, Д. В. Савелов
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, 39600, г. Кременчуг, Украина. E-mail: savelov@vizit-net.com

Разработана математическая модель процесса прессования в условиях плоской или осесимметричной деформации порошковых материалов на основе метода конечных элементов и теории пластичности пористых тел. На основании изложенной методики рассчитаны значения напряжений и найдены законы распределения плотности для испытываемого образца.

Ключевые слова: математическая модель, процесс прессования, деформация, порошковые материалы, напряженное состояние.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В настоящее время методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) получают уникальные по свойствам материалы. Совмещение СВС и методов обработки давлением привело к созданию новой технологии изготовления изделий с особыми свойствами – баротермии [1].

Основой новой технологии является компактирование порошковой смеси для синтеза по различным схемам прессования. При проектировании прессовых установок и разработке режимов прессования порошковых смесей требуется оценивать технологические усилия, определять формоизменение и уплотнение по объёму изделия. Наиболее универсальным методом расчета напряженно-деформированного состояния является метод конечных элементов (МКЭ). Известны примеры исследования обработки давлением порошковых материалов МКЭ. Использованному в ряде работ [2, 3] методу инкрементальных приращений нагрузок или перемещений свойственно значительное машинное время. Более эффективно решение этой задачи в скоростях [2], однако в этой работе учитываются только кинематические граничные условия.

Целью работы является разработка математической модели процесса прессования в условиях плоской или осесимметричной деформации порошковых материалов на основе метода конечных элементов и теории пластичности пористых тел.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. В предлагаемой методике на основе МКЭ и теории пластичности пористых тел разработана нестационарная математическая модель процессов прессования в условиях плоской или осесимметричной деформации порошковых материалов. Модель учитывает любой тип граничных условий на внешней границе. Материал предполагается объёмно-сжимаемым, изотропным, обладающим скоростным и деформационным упрочнением без учета упругих деформаций. Пластическое состояние такого материала описывается условием пластичности эллипсоидного типа. Как показали эксперименты [2], такая реологическая модель удовлетворительно описывает поведение порошков, подвергающихся действию сжимающих нагрузок.

При указанных предположениях в области течения Ω выполняется система уравнений, включающая уравнения равновесия (1), кинематические соотношения (2), уравнения связи между скоростями

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

деформации и напряжениями (3), уравнение неразрывности (4):

$$s_{ik,k} = 0; \quad (1)$$

$$x_{ik,k} = 0{,}5 \cdot \left(v_{i,k} + v_{k,i}\right); \quad (2)$$

$$s_{ik} = \frac{t_s}{\sqrt{f_1^2 \cdot H^2 + f_2^2 \cdot x_0^2}} \times$$

$$\times \left[f_1 \cdot x_{ik} + \left(f_2 - \frac{1}{3} \cdot f_1 \right) \cdot d_{ik} \cdot x_0 \right]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{r_{i,i} \cdot v_i}{r} + x_0 = 0, \quad (4)$$

где s_{ik}, x_{ik} – тензоры напряжений и скоростей деформации; v_i – вектор скорости; $x_0 = x_{i,i}$ – скорость объёмных изменений; t_s – сопротивление деформации материала основы; H – интенсивность скоростей деформации; r – относительная плотность; f_1 и f_2 – функции от относительной плотности r, входящие в условие пластичности эллипсоидного типа, связанные уравнением

$$\frac{T^2}{f_1^2} + \frac{s_0^2}{f_2^2} = r \cdot t_s^2, \quad (5)$$

где T – интенсивность касательных напряжений; s_0 – среднее напряжение.

Замыкает систему уравнений (1) – (4) реологическое уравнение

$$t_s = t_s(H, \Lambda). \quad (6)$$

Функции f_1, f_2 и t_s характеризуют свойства конкретного порошкового материала и определяются экспериментально.

В зависимости от условий на внешней границе граничные условия могут быть заданы в скоростях на участках прилипания

$$v_i = v_i^0, \quad (7)$$

в напряжениях на свободной поверхности

$$s_{ik} \cdot n_k = P_i \quad (8)$$

и могут быть смешанные граничные условия на участках проскальзывания материала относительно инструмента $v_i \cdot n_i = 0$.

$$s_{ik} \cdot n_k \cdot t_i = t, \quad (9)$$

где n_i и t_i – компоненты нормального и касательного к поверхности вектора соответственно; t – задаваемые касательные напряжения.

Для решения системы уравнений (1) – (4) при заданных граничных условиях (7) – (9) область решения разбивается на четырехугольные квадратичные элементы с десятью узлами. Для каждого элемента вводятся векторы-столбцы узловых неизвестных:

$$\{V_1\}, \{V_2\} \text{ и } \{x_0\}.$$

Компоненты скорости и скорость объёмных изменений в пределах элемента аппроксимировались при помощи соотношений:

$$v_1 = [N]\{V_1\},\ v_2 = [N]\{V_2\},\ x_0 = [H]\{x_0\}, \quad (10)$$

где N, H – два семейства линейно-независимых функций формы элемента: N – квадратичная функция, заданная на девяти узлах; H – линейная функция формы, заданная на четырех угловых точках.

Разный порядок аппроксимации неизвестных позволяет добиться устойчивости работы алгоритма.

Применяя к уравнению (1) метод Галеркина и рассматривая в качестве координатных функций функции формы элемента, получим:

$$\int_\Omega [N]^T \cdot s_{ik,k} d\Omega = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) по теореме Остроградского-Гаусса с учетом выражений (2) и (3) после преобразований получим:

$$m \int_\Omega [N]^T [\, f_1 \left(v_{i,k} + v_{k,i}\right) + \left(f_2 - \frac{f_1}{3} \right) \times$$

$$\times d_{ik} x_0] d\Omega = \int_S [N]^T P_i dS, \quad (12)$$

где P_i – проекции заданных сил трения t на оси координат x_1 и x_2; $m = \dfrac{t_s}{\sqrt{f_1^2 \cdot H^2 + f_2^2 \cdot x^2}}$ – условный коэффициент вязкости.

Из уравнения (4) по аналогии получим:

$$\int_\Omega [N]^T \left(\frac{1}{r} \cdot r_{i,i} v_i + x_0 \right) d\Omega = 0. \quad (13)$$

Отметим, что нестационарность процесса учитывается методом поэтапного нагружения. На каждом этапе решается система уравнений (12) – (13) относительно узловых переменных, а время учитывается при вычислении новых координат узлов и степени объемных изменений e, исходя из предыдущего шага:

$$\begin{cases} e_m = x_0 \cdot \Delta t; \\ r_{m+1} = r_m \cdot e^{-e}, \end{cases} \quad (14)$$

где r_m, r_{m+1} – плотность соответственно на начальном и конечном этапах шага по времени; m – номер шага; Δt – шаг по времени.

Подставляя в уравнения (12) и (13) компоненты скорости и скорость объёмных изменений из выражения (10) и заменяя интеграл по области суммой интегралов по элементам, получим систему уравнений:

$$[K]\{\Phi\} = \{F\}, \quad (15)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

где $[K]$ – матрица жесткости системы; $\{\Phi\}=\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ x_0 \end{Bmatrix}$ – вектор глобальных неизвестных; $\{F\}$ – вектор правых частей.

Система уравнений (15) нелинейная вследствие нелинейности определяющих соотношений (3), поэтому она решается методом итераций. Кинематические величины текущего шага вычисляются на основе предыдущего шага.

Рассмотренный алгоритм был реализован в пакете MathCAD 11, который позволил работать с комплексом программ в диалоговом режиме. Работоспособность предлагаемого алгоритма проверена на процессах осадки цилиндрического образца между плоскими плитами и прошивке цилиндрической заготовки. Выбор этих процессов определялся их наглядностью и возможностью сравнения с данными других авторов.

В работе рассчитывалась осадка пористых образцов из медного порошка с исходной относительной плотностью 81% и отношением высоты к диаметру $h/d=1$. На рис. 1 приведена четвертая часть меридионального сечения заготовки, разбитая на 15 прямоугольных элементов.

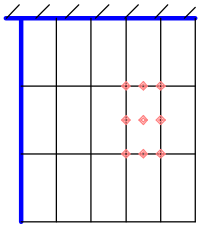
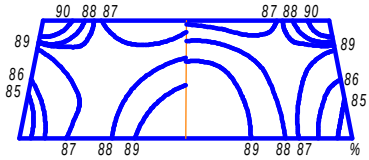


Рисунок 1 – Конечно-элементная сетка в меридиональном сечении для расчета садки цилиндрических заготовок: • – узлы разбиения

Вычисления производились с учетом прилипания и проскальзывания металла относительно инструмента в контакте.

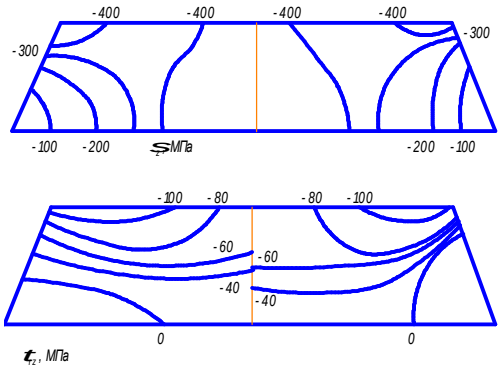
На рис. 2 показано распределение плотности в меридиональном сечении после осадки пористых медных образцов.



а) б)

Рисунок 2 – Сравнение рассчитанного распределения плотности образца а) после осадки на 20% с предыдущими данными б) [4] (исходная относительная плотность 81%, материал основы – медь)

На рис. 3 приведены результаты расчета напряжений после осадки на 40 % в сравнении с данными той же работы.



а) б)

Рисунок 3 – Сравнение рассчитанных напряжений: а) после осадки образца на 40% с предыдущими данными; б) [4] (исходная относительная плотность 81%, материал основы – медь)

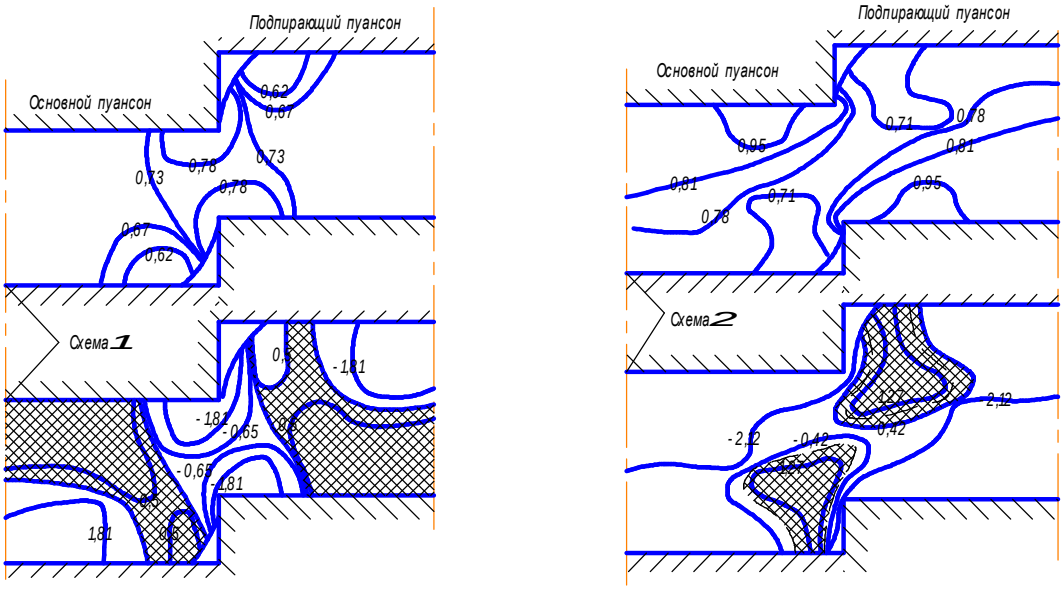


Рисунок 4 – Распределение плотности (а) и показатели напряженного состояния (б) на промежуточном этапе разрезки-вырубки

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Приведенные на рис. 2 и 3 результаты показывают хорошее совпадение с известным решением [5], а также с экспериментальными данными.

В соответствии с разработанной методикой был произведен расчет прошивки пуансоном цилиндрической заготовки диаметром d для того же материала. Отношение исходной высоты заготовки к диаметру $h_0/d_0 = 4/7$, а $d/d_0 = 3/7$. Расчетные данные также показывают соответствие экспериментальным данным.

Приведем пример использования разработанного комплекса программ при решении технологической задачи. Для изготовления режущих пластин из безфольфрамовых твердых сплавов спроектирована многоместная пресс-форма для резки-вырубки порошковой заготовки. Пористость заготовки может достигать 40%. В процессе разрезки-вырубки происходит разделение заготовки из пластины с одновременным уплотнением материала.

На рис. 4 приведено распределение плотности – а) и коэффициента напряженного состояния б) на промежуточном этапе разрезки с подвижными пуансонами (схема I) и в случае неподвижного подпирающего пуансона (схема II). Отношение ширины пластины к высоте составляет 2,6. Исходная относительная плотность 0,7, пуансон внедрен в заготовку на 30% (схема I) и на 27% (схема II) от её высоты. Для получения качественных пластин более благоприятна схема II движения пуансонов, т.к. быстрее достигается уплотнение от начального состояния, а также сокращаются зоны растягивающих напряжений (на схеме эти зоны заштрихованы).

ВЫВОДЫ. В результате проведенных теоретических исследований разработана математическая модель процесса прессования в условиях плоской или осесимметричной деформации порошковых материалов на основе метода конечных элементов и теории пластичности пористых тел, которая позволяет установить связь между напряжением и деформацией уплотняемой среды. Предложенная методика была использована для определения теоретических значений плотности и напряжений при осадке образца с основой из медного порошка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кучкин В. В., Рыбин Ю. И. Аналитический метод определения начала совместной деформации при пакетной прокатке // Вопросы судостроения. Металлургия. – 1982. – № 34. – С. 19–22.
2. Афанасьев С. Д. Феноменологическая модель соединения разнородных металлов в процессе совместной пластической деформации // Изв. АН СССР. Металлы. – 1983. – № 3. – С. 107–110.
3. Прюмер Р. Обработка порошковых материалов взрывом. – М.: Мир, 1990. – 128 с.
4. Введение в теорию разностных схем / С.К. Годунов, В.С. Рябенький. – М.: Физматизд, 1962. – 340 с.
5. Методы исследования процессов обработки металлов давлением / Н.А. Чиченев, А.Б. Кудрин, П.И. Полухин. – М.: Металлургия, 1977. – 312 с.

REFERENCES

1. Kuchkin V.V., Rybin Y.I. The Analytical Method of Determination of Consistent Deformation under Pack Rolling // The Problems of Shipbuilding. Metallurgy. – 1982. – N. 34. – P. 19–22 [in Russian].
2. Afanasyev S.D. Phenomenological Model of Combination of Heterogeneous Metals in the Process of Consistent Plastic Deformation // Proc. AS USSR. Metals. – 1983. – N. 3 – P. 107–110 [in Russian].
3. Pryumer R. The Processing of Powder Materials with Explosion. – M.: World, 1990. – 128 p. [in Russian].
4. Introduction into Theory of Difference Schemes / S.K. Godunov, V.S. Ryabenkiy – M.: Physmatiz, 1962. – 340 p. [in Russian].
5. Methods of the Study of Processes of Metal Pressure Processing / N.A. Chichenev, A.B. Kudrin, P.I. Polukhin. – M.: Metallurgy, 1977. – 312 p. [in Russian].

Стаття надійшла 12.04.11.
Рекомендована до друку
д.т.н., проф. Саленком О.Ф.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com