

УДК 666.97.033

**ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ ПРИ ПАКЕТНОМ СПОСОБЕ ВИБРООБРАБОТКИ МАТЕРИАЛА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЕМКСТЕЙ**

**Г. П. Хабло, Р. А. Вакуленко, Ю. В. Зилинский**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.

Для исследования динамики системы «вибрационная машина – технологическая среда» построена ее математическая модель при пакетном способе виброобработки материалов. При этом рассматривается система емкостей, каждая из которых связана с рамой машины и фундаментом при помощи упругих элементов. Получено решение поставленной задачи для установившегося режима колебаний. Изложена методика получения решения в матричной форме на примере системы с четырьмя емкостями. Найдено решение задачи в виде амплитудно-частотных характеристик в зависимости от геометрических и механических характеристик системы, что позволяет произвести оценку влияния этих параметров в виде отклонений от их номинальных значений.

**Ключевые слова:** динамика, технологическая среда, пакетный способ.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ ПРИ ПАКЕТНОМУ СПОСОБІ ВІБРООБРОБКИ МАТЕРІАЛУ З ПАРАЛЕЛЬНИМ З'ЄДНАННЯМ ЄМКСТЕЙ**

**Г. П. Хабло, Р. А. Вакуленко, Ю. В. Зілінський**

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна.

Для дослідження динаміки системи «вібраційна машина – технологічне середовище» побудована її математична модель при пакетному способі виброобработки матеріалів. При цьому розглядається система ємностей, кожна з яких зв'язана з рамою машини та фундаментом за допомогою пружних елементів. Викладена методика отримання рішення в матричній формі на прикладі системи з чотирма ємностями. Знайдено рішення задачі у вигляді амплітудно-частотних характеристик залежно від геометричних і механічних характеристик системи, що дозволяє провести оцінку впливу цих параметрів у вигляді відхилень від їх номінальних значень.

**Ключові слова:** динаміка, технологічне середовище, пакетний спосіб.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Часто возникает необходимость в разработке и проектировании вибрационных машин для обработки материала нескольких заготовок одновременно (пакетный способ).

Исследование динамики машины позволяет произвести оценку влияния разброса геометрических и динамических параметров на процесс уплотнения материала при виброобработке нескольких заготовок одного типоразмера. Такими параметрами могут быть, например, жесткости опорных связей емкостей с рабочим органом и неподвижным основанием, относительный коэффициент заполнения, насыпная плотность и другие.

В работах [1–6] рассматривается последовательное соединение емкостей между собой, в связи с чем амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний в каждой емкости могут существенно отличаться друг от друга.

Представляет практический интерес вибрационная обработка материалов при параллельном соединении емкостей. В этом случае амплитудно-частотные характеристики каждой емкости будут близкими.

В связи с вышеизложенным, целью данной работы является исследование динамики горизонтальной вибрационной машины при пакетном способе виброобработки материала в случае параллельного соединения емкостей.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.** Для построения математической модели рассмотрим динамическую расчетную схему вибрационной машины горизонтального действия, представленную на рис. 1.

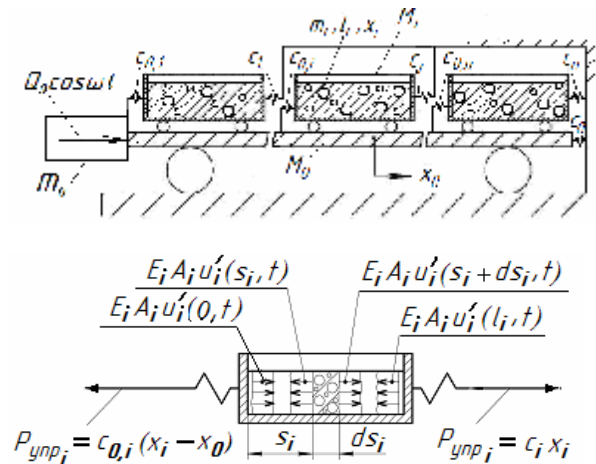


Рисунок 1 – Кинематическая схема вибрационной машины

Рассмотрим виброплощадку массой  $M_0$ , кг с инерционным вибратором, закрепленную на фундаменте через упругие связи с приведенным коэффициентом жесткости  $c_0$ ,  $H/m^2$ . На нее действует горизонтальное возмущение  $Q = Q_0 \cos wt$  ( $Q_0$  – амплитуда возмущающей силы,  $H$ ;  $w$  – угловая скорость вынужденных колебаний,  $rad/c$ ;  $t$  – время,  $c$ ). На рабочем органе установлено  $n$  форм, связанных с рабочим органом и с неподвижным основанием упругими связями. Каждая форма с номером  $i$  ( $i = \overline{1, n}$ ), прямоугольная в плане  $l_i \times a_i$ ,  $m^2$ , заполняется обрабатываемой средой с насыпной плотностью  $\gamma_i$ ,  $kg/m^3$  на высоту  $h_i$ ,  $m$ .

На схеме приняты следующие обозначения:

$x_0, x_i$  – абсолютные координаты перемещений центров масс соответственно рабочего органа и емкостей,  $m$ ;  $W$  – угловая скорость вращения дебаланса, рад/с;  $M_0$  – приведенная масса подвижных частей рабочего органа машины, кг;  $M_i$  – масса формы с номером  $i$ , кг;  $m_i$  – масса технологической среды в форме с номером  $i$ , кг;  $c_{0,i}$  – приведенная жесткость между рабочим органом и емкостью с номером  $i$ ,  $H/m$ ;  $c_0, c_i$  – приведенные жесткости между фундаментом и рабочим органом, между фундаментом и емкостью  $i$  соответственно,  $H/m$ .

Из условия равновесия элементарных объемов  $dV_i = A_i ds_i$  ( $A_i = a_i \times h_i$ ,  $m^2$  и  $ds_i$ ,  $m$  – площадь поперечного сечения обрабатываемого материала с координатой  $s$  и приращение этой координаты) получим волновые уравнения, описывающие продольные колебания материала:

$$\frac{\partial^2 u_i(s_i, t)}{\partial t^2} = b_i^2 \frac{\partial^2 u_i(s_i, t)}{\partial s_i^2}, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (1)$$

где  $u_i(s_i, t)$  – упругое перемещение поперечного сечения  $s_i$  материала в горизонтальном направлении для емкости с номером  $i$ ;  $b_i^2 = E_i/r_i$  – квадрат скорости распространения продольной волны,  $m^2/c^2$ ;  $E_i$  – динамический модуль упругой деформации обрабатываемого материала,  $H/m^2$ .

К полученному уравнению (1) необходимо присоединить граничные условия на концах емкости в соответствии с рис. 1:

$$M_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + \sum_{i=1}^n c_{0,i} (x_0(t) - x_i(t)) + c_0 x_0(t) = Q_0 \cos wt, \quad (2)$$

$$M_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} + c_{0,i} (x_i(t) - x_0(t)) + c_i x_i(t) = (EA)_i \left[ \frac{\partial u_i(0, t)}{\partial s_i} - \frac{\partial u_i(l_i, t)}{\partial s_i} \right], \quad (3)$$

$$u_i(0, t) = u_i(l_i, t) = x_i(t). \quad (4)$$

Система уравнений (1)–(4) является математической моделью вибрационной машины с учетом обрабатываемой среды.

Рассмотрим вынужденные установившиеся колебания системы (1)–(4), принимая

$$u_i(s_i, t) = U_i(s_i) \cos wt, \quad (5)$$

$$x_i(t) = X_i \cos wt, \quad (6)$$

После подстановки выражений (5), (6) в уравнения (1)–(4) получим:

$$b_i^2 \frac{d^2 U_i(s_i)}{ds_i^2} + w^2 U_i = 0, \quad (7)$$

$$\left( c_0 + \sum_{i=1}^n c_{0,i} - M_0 w^2 \right) X_0 - \sum_{i=1}^n c_{0,i} X_i = Q_0, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^n c_{0,i} X_i = Q_0 \\ & (c_{0,i} + c_i - M_i w^2) X_i - c_{0,i} X_0 = \\ & = (EA)_i \left[ \frac{dU_i(0)}{ds_i} - \frac{dU_i(l_i)}{ds_i} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

$$U_i(0) = U_i(l_i) = X_i. \quad (10)$$

Решая дифференциальные уравнения (7), получим выражения для формы продольных горизонтальных колебаний материалов:

$$U_i(s_i) = A_i \cos \frac{w}{b_i} s_i + B_i \sin \frac{w}{b_i} s_i, \quad (11)$$

где  $A_i$  и  $B_i$  – постоянные интегрирования, выражаемые через  $X_i$  из условий (10).

Тогда на основании выражения (11) получим

$$U_i(s_i) = \left( \cos \frac{w}{b_i} s_i + tg \frac{wl_i}{2b_i} \sin \frac{w}{b_i} s_i \right) X_i$$

или

$$U_i(s_i) = \left[ \cos \frac{w}{b_i} \left( s_i - \frac{l_i}{2} \right) \right] \left( \cos \frac{wl_i}{2b_i} \right)^{-1} X_i. \quad (12)$$

Полученные результаты позволяют найти решение для произвольного числа емкостей. Так, в частности для четырех емкостей получим систему линейных алгебраических уравнений, представленную в матричной форме

$$AX = B, \quad (13)$$

где  $X = (X_0, X_1, X_2, X_3, X_4)^T$  – вектор неизвестных амплитуд,  $m$ ;

$Q = (Q_0, 0, 0, 0, 0)^T$  – вектор амплитуд возмущающих сил,  $H$ ;

ненулевые элементы матрицы  $A = \{a_{ij}\}_{5 \times 5}$ :

$$a_{00} = (-M_0 w^2 + c_0 + c_{0,1} + c_{0,2} + c_{3,0} + c_{0,4}),$$

$$a_{01} = -c_{0,1}, \quad a_{02} = -c_{0,2}, \quad a_{03} = -c_{0,3}, \quad a_{04} = -c_{0,4},$$

$$a_{10} = -c_{0,1}, \quad a_{20} = -c_{0,2}, \quad a_{30} = -c_{0,3}, \quad a_{40} = -c_{0,4}$$

$$a_{11} = \left( -M_1 w^2 + c_{0,1} + c_1 - \frac{2(EA)_1 w}{b_1} tg \frac{wl_1}{2b_1} \right),$$

$$a_{22} = \left( -M_2 w^2 + c_{0,2} + c_2 - \frac{2(EA)_2 w}{b_2} tg \frac{wl_2}{2b_2} \right),$$

$$a_{33} = \left( -M_3 w^2 + c_{0,3} + c_3 - \frac{2(EA)_3 w}{b_3} tg \frac{wl_3}{2b_3} \right),$$

$$a_{44} = \left( -M_4 w^2 + c_{0,4} + c_4 - \frac{2(EA)_4 w}{b_4} \operatorname{tg} \frac{wl_4}{2b_4} \right),$$

$D$  – определитель матрицы  $A$  будет иметь вид

$$D = a_{00} a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} - a_{01}^2 a_{22} a_{33} a_{44} - a_{02}^2 a_{11} a_{33} a_{44} - a_{03}^2 a_{11} a_{22} a_{44} - a_{04}^2 a_{11} a_{22} a_{33}.$$

В случае значений параметров, близких номинальным, они будут иметь некоторые отклонения.

$$X = A^{-1} B. \quad (14)$$

$$X_i = X_i(k_i)$$

$$X_i = X_i(k_{i0}) + \sum \left. \frac{\partial X_j(k_j)}{\partial k_j} \right|_0 Dk_j$$

$$X = \left( A_0^{-1} + \sum \left. \frac{\partial A^{-1}}{\partial k} \right|_0 Dk \right) \left( B_0 + \sum \left. \frac{\partial B}{\partial k} \right|_0 Dk \right) = A_0^{-1} B_0 + Dk \left( A_0^{-1} \frac{\partial B}{\partial k} + \frac{\partial A^{-1}}{\partial k} B_0 \right)$$

Используя полученные результаты можно провести анализ влияния отклонений геометрических и кинематических параметров от их номинальных значений на амплитудно-частотные характеристики системы при одночастотном вибровозбуждении колебаний.

**ВЫВОДЫ.** Получено решение математической модели вибрационной машины при пакетном способе виброобработки материалов. Представляет практический интерес рассмотреть эту задачу с учетом вязкого сопротивления среды и при поличастотном вибровозбуждении колебаний.

#### THE STUDY OF VIBRATION MACHINE WITH PACKET METHOD OF VIBRATION PROCESSING WITH PARALLEL JOINT OF CAPACITIES

**G. Khablo, R. Vakulenko, Y. Zilinskiy**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University  
vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine.

In order to study the dynamics of system «vibration machine – technological environment» its mathematical model has been designed with packet method of vibration processing. Thus, the system of capacities has been determined; every element of which is connected to the machine frame and foundation by means of resilient members. The solution of the assigned task for the set mode of oscillations has been obtained. The technique of solutions in the matrix form as an example of system with four capacities has been suggested. It has been found the task solution in the type of amplitude and frequency characteristics depending on geometric and mechanic properties of the system that makes it possible to analyze the influence of these parameters as a deflection of nominal values.

**Key words:** dynamics, technological environment, packet method.

#### REFERENCES

1. Khablo G.P., Vakulenko R.A., Kaminskaya E.A. The Sustained Forced Vibration of Horizontal Vibromachine at Packet Method of Vibration Processing of Material // *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi State University*. – Kremenchuk: KSPU, 2008. – Issue. 6/2008 (53) Part 1. – PP. 106–108. [in Russian]
2. Maslov A.G., Ponomar' V.M., *Vibration Machines and Processes in Road Building*. – K.: Budivelnik, 1985. – 128 p. [in Russian]
3. Chubuk Y.F., Nazarenko I.I., Garnets V.N. *Vibration Machines for Compression of Concrete Mixes*. – K.: Vyshcha Shkola, 1985. – 168 p. [in Russian]
4. Maslov A.G., Itkin A.F. The Study of Process of Concrete Mix Compression on the Vibration Pan with Horizontal Unidirectional Oscillations. // *Transactions of Kremenchuk State Polytechnic University*. – Kre-

- ЛИТЕРАТУРА
1. Хабло Г.П., Вакуленко Р.А., Каминская Е.А. Установившиеся вынужденные колебания горизонтальной вибромашины при пакетном способе виброобработки материала. // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського*. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Вип. 6/2008 (53), част. 1. – С. 106–108.
  2. Маслов А.Г., Пономарь В.М. Вибрационные машины и процессы в дорожном строительстве. – К.: Будівельник, 1985. – 128 с.
  3. Чубук Ю.Ф., Назаренко И.И., Гарнец В.Н. Вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей. – К.: Вища школа. Главное изд-во, 1985. – 168 с.
  4. Маслов А.Г., Иткин А.Ф. Исследование процесса уплотнения цементобетонной смеси на вибрационной площадке с горизонтально направленными колебаниями. // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету*. – Кременчук: КДПУ, 2005. – Вип. 2/2005 (31). – С. 76–80.
  5. Маслов А.Г., Иткин А.Ф. Исследование процесса уплотнения цементобетонной смеси на виброплощадке с полигармоническим возбуждением колебаний. // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету*. – Кременчук: КДПУ, 2005. – Вип. 5/2005 (34). – С. 42–47.
  6. Хабло Г.П., Вакуленко Р.А. Исследование динамики тяжелых виброуплотняющих машин. // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету*. – Кременчук: КДПУ, 2007. – Вип. 1/2007 (42), част. 1. – С. 76–78.

menchuk: KSPU, 2005. – Iss. 2/2005 (31). – PP. 76–80. [in Russian]

5. Maslov A.G., Itkin A.F. The Study of Process of Concrete Mix Compression on the Vibration Pan with Polyharmonic Oscillation Excitation. // *Transactions of Kremenchuk State Polytechnic University*. – Kremenchuk: KSPU, 2005. – Iss. 5/2005 (34). – PP. 42–47. [in Russian]

6. Khablo G.P., Vakulenko R.A. The study of dynamics of vibrocompressed machines // *Transactions of Kremenchuk State Polytechnic University*. – Kremenchuk: KSPU, 2007. – Iss. 1/2007 (42) part 1. – PP. 76–78. [in Russian]

Статья надійшла 05.09.2012.

Рекомендована до друку  
д.т.н., проф. Масловим О.Г.