

УДК 621.313.33:621.318.123

**СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ
НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННО-ПОЛЕВЫХ РАСЧЕТОВ****И. А. Цодик, К. В. Худобин**

Донбасский государственный технический университет

просп. Ленина, 16, 94204, г. Алчевск, Украина. E-mail: tsodikua@rambler.ru; hudobin1987@mail.ru

Предложена методика синтеза математической модели асинхронного двигателя, в которой учитывается насыщение магнитной цепи и эффект вытеснения тока в пазу короткозамкнутой роторной обмотки. Для синтеза модели необходимо определить зависимость индуктивного сопротивления взаимоиндукции от намагничивающего тока, параметры рассеивания и взаимоиндукции обмотки статора и слоев, на которые разбит паз ротора. Также определялось индуктивное сопротивление для токов нулевой последовательности. Предложена последовательность синтеза математической модели асинхронного двигателя: в среде AutoCAD строится геометрическая модель двигателя, импортируемая в COMSOL Multiphysics. В среде COMSOL Multiphysics, интегрированном в Matlab, проводятся эксперименты и определяются параметры модели, необходимые для дальнейших испытаний. Результаты испытаний оформляются в виде M-файл.

Ключевые слова: COMSOL Multiphysics, Matlab, AutoCAD, математическая модель, асинхронный двигатель, насыщение, вытеснение тока, параметры взаимоиндукции.

**СИНТЕЗ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА
НА ОСНОВІ ЧИСЛЕНО-ПОЛЬОВИХ РОЗРАХУНКІВ****І. А. Цодик, К. В. Худобін**

Донбаський державний технічний університет

просп. Леніна, 16, 94204, м. Алчевськ, Україна. E-mail: tsodikua@rambler.ru; hudobin1987@mail.ru

Запропоновано методику синтезу математичної моделі асинхронного двигуна, в якій враховується насичення магнітного ланцюга й ефект витіснення струму в пазу короткозамкнутою роторної обмотки. Для синтезу моделі необхідно визначити залежність індуктивного опору взаємодукції від намагнічуючого струму, параметри розсіювання і взаємодукції обмотки статора і верств, на які розбито паз ротора. Визначалося також індуктивний опір для струмів нульової послідовності. Запропонована наступна послідовність синтезу математичної моделі асинхронного двигуна: у середовищі AutoCAD будеться геометрична модель двигуна, яка імпортується в COMSOL Multiphysics. У середовищі COMSOL Multiphysics, інтегрованому в Matlab, проводяться експерименти і визначаються параметри моделі, які необхідні для подальших випробувань. Результати випробувань оформляються у вигляді M-файл.

Ключові слова: COMSOL Multiphysics, Matlab, AutoCAD, математична модель, асинхронний двигун, насичення, витіснення струму, параметри взаємодукції.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Современное развитие вычислительной техники позволяет применять математическое моделирование при решении различных инженерных и научных задач.

Среди огромного количества математических моделей, используемых при решении задач электротехнического характера, математическая модель асинхронного двигателя занимает достойное место. К настоящему времени разработаны десятки вариантов моделей асинхронных двигателей, но их слабым местом является пренебрежение или приближенный учет эффекта вытеснения тока в пазу ротору и насыщения магнитной цепи. В работе рассматриваются принципы синтеза математической модели асинхронного двигателя, которая учитывает эффект вытеснения тока в пазу ротора и насыщение магнитной цепи.

Анализ предыдущих исследований. Классической математической моделью асинхронного двигателя является математическая модель, синтезированная на основе уравнений Парка–Горева. В этой модели предполагается, что машина имеет постоянные параметры. Применительно к асинхронным машинам такое допущение вносит значительную погрешность.

Поэтому многие авторы, например [1], предлагают корректировать параметры ротора как наиболее сильно зависящие от эффекта вытеснения тока и насыщения магнитной цепи по мере разгона двигателя. Но в этом случае в основном учитывается эффект вытеснения тока, но не учитывается насыщение магнитной цепи. Да и изменение параметров в зависимости от скорости вращения не совсем корректно.

Дело в том, что при переходных процессах в стержне паза протекают как периодическая, так и апериодическая составляющая тока. Эффект вытеснения тока для этих составляющих проявляется в разной степени, поэтому и коррекция параметров становится не однозначной. Еще одна трудность, связанная с пошаговой коррекцией параметров, – это определение значений активного и индуктивного сопротивлений в зависимости от частоты тока. В [2] такую зависимость предлагается определять экспериментально. Такое решение значительно снижает ценность модели, т.к. условие, что для синтеза математической модели необходима физическая модель, нежелательно. Такой подход применим только в тех случаях, когда эксперименты проводятся

ся с системой управления, а в параметры двигателя внесение изменений не планируется.

Следует отметить, что для расчетов на стадии проектирования, при определении статических характеристик, разработаны методики, которые позволяют учесть эффект вытеснения тока и насыщение магнитной цепи. Эти методики обеспечивают приемлемую точность, зависящую от формы паза ротора, но они не применимы в расчетах динамических характеристик.

Современное развитие вычислительной техники, в частности, появление такого мощного программного продукта, как COMSOL Multiphysics, ставит задачу использования появившихся возможностей для повышения точности расчетов.

COMSOL Multiphysics – это мощная интерактивная среда для моделирования и расчетов большинства научных и инженерных задач основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных методом конечных элементов. Моделирование асинхронного двигателя в COMSOL Multiphysics позволяет определить его параметры в различных режимах работы. Однако, непосредственное использование модели, полученной в COMSOL Multiphysics, для решения динамических задач затруднительно. Связано это с тем, что моделирование динамических процессов – это решение задачи Коши, и осуществляется решение такой задачи пошаговым методом. Значит, для решения задачи придется выполнить десятки или сотни тысяч раз вычисление параметров асинхронного двигателя, что даже для современного компьютера непосильная задача. Поэтому надо искать методы использования результатов моделирования в COMSOL Multiphysics для синтеза динамических моделей.

Цель работы – на основе численно-полевых расчетов разработать математическую модель асинхронного двигателя, которая учитывает эффект вытеснения тока и насыщения магнитной цепи, что позволит реализовать ее в структурных блоках пакета Matlab/Simulink.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Наиболее существенно эффект вытеснения тока проявляется в пазовой части обмотки ротора. Для учета эффекта вытеснения тока в [2] предложено разбить паз по высоте на отдельные слои, причем принимается, что плотность тока в пределах слоя остается постоянной. Там же приведены аналитические соотношения для расчета параметров слоя. При такой постановке схема замещения математической модели асинхронного двигателя, у которого паз ротора разбит на три слоя, имеет вид, приведенный на рис. 1.

Здесь приняты следующие обозначения параметров r_1 – активное сопротивление обмотки статора, $x_{1\sigma}$ – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора, x_m – индуктивное сопротивление взаимоиндукции, r_{20} – активное сопротивление участка короткозамыкающего кольца, приведенное к стержню;

$$x_{20} = x_{2k} + x_{2\text{диф}} + x_{21},$$

где x_{2k} – индуктивное сопротивление участка короткозамыкающего кольца, приведенное к стержню; $x_{2\text{диф}}$ – дифференциальное индуктивное сопротивление; x_{21} – индуктивное сопротивление верхнего слоя; r_{21} , r_{22} , r_{23} – активные сопротивления слоев; x_{21} , x_{22} , x_{23} – индуктивные сопротивления слоев. Нумерация слоев начинается сверху.

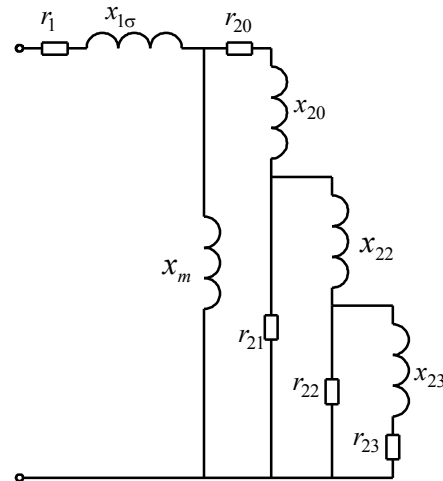


Рисунок 1 – Схема замещения математической модели

Следует отметить, что данная схема замещения отображает математическую модель асинхронного двигателя в осях, жестко связанных с ротором, поэтому расчетное напряжение на ее зажимах содержит ЭДС вращения. Для уравнений электрического равновесия в контурах, находящихся по оси d

$$U = U_d + \frac{d\psi}{dt} \cdot \Psi_q.$$

Для контуров, размещенных по оси q,

$$U = U_q - \frac{d\psi}{dt} \cdot \Psi_d.$$

Большинство индуктивных сопротивлений схемы замещения зависят от насыщения магнитной цепи, поэтому представляет интерес определение этих параметров в результате моделирования в среде COMSOL Multiphysics.

Определение параметров ротора. Насыщение магнитной цепи делает индуктивные сопротивления слоев, на которые разбит паз ротора, зависящим от токов в них. Нами предлагается считать, что эти параметры зависят от полного тока в стержне и мало зависят от распределения тока по слоям.

Для доказательства справедливости такого предположения был проведен эксперимент в среде COMSOL Multiphysics. Моделировался разбитый на слои стержень, у которого во всех слоях, кроме нижнего, генератором случайных равномерно распределенных чисел задавалась плотность тока. Плотность тока в последнем слое рассчитывалась из условия постоянства полного тока в пазу. По ре-

зультатам моделювання определялось потоко-
цепление каждого слоя.

Потокоцепления слоев определяется по соот-
ношениям

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= i_1 \cdot L_{1,1} + i_2 \cdot M_{1,2} + i_3 \cdot M_{1,3} \\ \Psi_2 &= i_1 \cdot M_{2,1} + i_2 \cdot L_{2,2} + i_3 \cdot M_{2,3}, \\ \Psi_3 &= i_1 \cdot M_{3,1} + i_2 \cdot M_{3,2} + i_3 \cdot L_{3,3} \end{aligned} \quad (1)$$

где $L_{1,1}, M_{1,2} \dots L_{3,3}$ – индуктивности и взаимные
индуктивности слоев.

Для дальнейших расчетов будем считать, что
магнитный поток замыкается по путям, показанным
на рис. 2, т.е. он полностью охватывает слой.

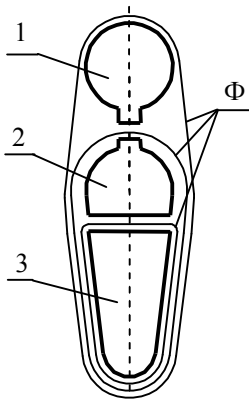


Рисунок 2 – Картина поля в пазу ротора
и схема разбиения паза на слои

Такое предположение вносит некоторую по-
грешность, но как будет показано далее, эта по-
грешность не значительная, а расчеты значительно
упрощаются, т. к. в этом случае

$$\begin{aligned} L_{1,1} &= M_{1,2} = M_{1,3} = M_{2,1} = M_{3,1} \\ L_{2,2} &= M_{2,3} = M_{3,2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для определения индуктивностей было прове-
дено ряд экспериментов в среде COMSOL
Multiphysics.

Ток в первом и втором слое задавался генера-
тором случайных чисел, а в третьем слое задавался
так, чтобы полный ток в пазу оставался неизмен-
ным. При постоянном полном токе эксперимент
повторялся 50 раз. Далее, методом наименьших
квадратов, рассчитывались индуктивности слоев.
Сравнение потокоцеплений, рассчитанных по (1) с
учетом (2) с потокоцеплениями, полученными
экспериментально, показало, что ошибка не пре-
вышает 1 %. Затем эксперименты повторялись при
другом полном токе.

Зная индуктивности слоев не сложно определить
параметры схемы замещения

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{1,1} \\ x_{2,2} &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (L_{2,2} - L_{1,1}) \\ x_{3,2} &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (L_{3,3} - L_{2,2}) \end{aligned}$$

Анализ зависимости индуктивного сопротивле-
ния слоя от тока в пазу показал, что наиболее су-
щественно от тока в пазу индуктивное сопротивле-
ние верхнего слоя x_{21} . Падение напряжения на этом
сопротивлении равно

$$\frac{d\Psi_{21}}{dt} = \frac{d\Psi_{21}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (3)$$

где $\Psi_{21} = x_{21} \cdot i_2$ – потокоцепление первого
слоя; i_2 – полный ток в стержне обмотки ротора.

Входящее в (3) соотношение $\frac{d\Psi_{21}}{di_2}$ имеет раз-

мерность сопротивления, назовем динамическим
сопротивлением первого слоя.

Зависимость

$$\frac{d\Psi_{21}}{di_2} = x_{21d} = f(i_2)$$

получаем из зависимости $x_{21} = f(i_2)$ путем числен-
ного дифференцирования.

Определение параметров обмотки статора.
Для определения параметров статора синтезируется
двухмерная модель двигателя.

Проводим опыт короткого замыкания, т.е. ис-
ключаем из расчетов области ротора. Определяем
пазовое рассеяние обмотки статора и его зависи-
мость от тока в обмотке статора. По аналогии пазо-
вой частью роторной обмотки вводим динамическое
индуктивное сопротивление пазовой части

$x_{1d} = \frac{d\Psi_{1\sigma\text{паз}}}{di_1}$. Здесь $\Psi_{1\sigma\text{паз}}$ – поток рассеяния пазо-

вой части обмотки статора, i_1 – ток в обмотке ста-
тора. Тогда

$$x_{1\sigma} = x_{1d}(i_1) + x_{1\text{лоб}},$$

где $x_{1\text{лоб}}$ – индуктивное сопротивление лобовой
части обмотки статора.

Определяется $x_{1\text{лоб}}$ по [1].

Проводим опыт холостого хода, т.е. считаем,
что проводимость стержней ротора равна нулю. Из
опыта холостого хода определяем индуктивное со-
противление взаимоиндукции и его зависимость от
намагничивающего тока. Также определяем ко-
эффициент трансформации. Он необходим для при-
ведения параметров ротора к статору. Следует отме-
тить, что коэффициент трансформации, опре-
деленный опытным путем несколько выше, чем рас-
считанный по [1]. Это отличие можно объяснить
наличием в кривой потока высших гармоник, кото-
рые в обычном расчете учитываются введением
дифференциального рассеяния, поэтому в даль-
нейших расчетах отдельно дифференциальное со-
противление $x_{2\text{дуф}} = 0$.

Так же, как и в случае с параметрами рассеяния,
вводим динамическое сопротивление взаимоин-
дукции $x_{md} = \frac{d\Psi_m}{di_m} = f(i_m)$ и определяем его зави-
симость от намагничивающего тока $i_m = i_1 + i_2$.

Для определения индуктивного сопротивления нулевой последовательности задаем во всех фазах ток одного направления и определяем это сопротивление. Также переводим его в динамическое сопротивление и прибавляем индуктивное сопротивление рассеяния лобовой части.

Теперь имея параметры схемы замещения, можно синтезировать математическую модель асинхронного двигателя. Она имеет вид:

$$U_d + \frac{d\gamma}{dt} = i_{1d} \cdot r_1 + [x_{1\text{лоб}} + x_{1d}(i_{1d})] \cdot \frac{di_{1d}}{dt} - E_{md}$$

$$U_q - \frac{d\gamma}{dt} = i_{1q} \cdot r_1 + [x_{1\text{лоб}} + x_{1d}(i_{1q})] \cdot \frac{di_{1q}}{dt} - E_{mq}$$

$$0 = i_{21d} \cdot r_{21} + i_{20d} \cdot r_{20} + [x_{2k} + x_{21d}(i_{20d})] - E_{md}$$

$$0 = i_{21q} \cdot r_{21} + i_{20q} \cdot r_{20} + [x_{2k} + x_{21d}(i_{20q})] - E_{mq}$$

$$0 = i_{22d} \cdot r_{22} - i_{21d} \cdot r_{21} + x_{22} \cdot \frac{d(i_{22d} + i_{23d})}{dt}$$

$$0 = i_{22q} \cdot r_{22} - i_{21q} \cdot r_{21} + x_{22} \cdot \frac{d(i_{22q} + i_{23q})}{dt}$$

$$0 = i_{23d} \cdot r_{23} - i_{22d} \cdot r_{22} + x_{23} \cdot \frac{di_{23d}}{dt}$$

$$0 = i_{23q} \cdot r_{23} - i_{22q} \cdot r_{22} + x_{23} \cdot \frac{di_{23q}}{dt}$$

$$E_{md} = -x_{md}(i_{md}) \cdot \frac{di_{md}}{dt}$$

$$E_{mq} = -x_{mq}(i_{mq}) \cdot \frac{di_{mq}}{dt}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{M_{эм} - M_c}{H}$$

$$M_{эм} = \Psi_{1d} \cdot i_{1q} - \Psi_{1q} \cdot i_{1d}$$

Приведенная модель с параметрами двигателя ЭДКОФ315М4 была реализована в структурных бло-

ках пакета Matlab/Simulink, и для проверки ее адекватности определялись пусковые характеристики.

В табл. 1 приведено сравнение результатов моделирования, расчета по [1] и паспортных данных двигателя при неподвижном роторе.

Таблица 1 – Сравнение результатов экспериментов

Параметр	Модель	по [1]	Паспорт. данные
Пусковой ток	7,5	7,2	7
Пусковой момент	2,52	2,3	2,5

По результатам испытаний можно сказать, что модель имеет приемлемую точность.

ВЫВОДЫ. Предложена последовательность синтеза математической модели асинхронного двигателя, которая заключается в совместном использовании пакетов AutoCAD, COMSOL Multiphysics и Matlab. В AutoCAD создается геометрическая модель двигателя и его паза ротора. Эти модели импортируются в COMSOL Multiphysics, где создаются двухмерные модели двигателя и паза ротора. Проводя эксперименты под управлением, Matlab определяет параметры, необходимые для синтеза Simulink модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование электрических машин: учеб. пособие для вузов / И.П. Копылов, и др.; под ред. И.П. Копылова. – М.: Энергия, 1980. – 496 с.

2. Мельник А.А. Численное моделирование процесса частотного пуска асинхронного двигателя с учетом эффекта вытеснения тока в стержнях ротора в среде Matlab // Вестник КДПУ имени Михаила Остроградского. – 2008. – Вып. 4/2008 (51), часть 2. – С. 78–82.

SYNTHESIS OF DYNAMIC MODELS OF ASYNCHRONOUS MOTOR BASED ON NUMBERS-FIELD CALCULATIONS

I. Tsodik, K. Khudobin

Donbass State Technical University

prosp. Lenina 16, 94204, Alchevsk, Ukraine. E-mail: tsodikua@rambler.ru; hudobin1987@mail.ru

The methods of synthesis of the mathematic model of an asynchronous motor that take into account the effects of saturation of the magnetic circuit and displacement current in a slot of a short-circuited rotor winding are suggested. For synthesis of the model it is necessary to determine the correlation of inductive resistance of mutual inductance with magnetizing current, the parameters of mutual dispersion and mutual inductance of stator wiring and slot layers of a rotor as well as the inductive resistance of residual currents. We suggest the following sequence of synthesis of the mathematical model of asynchronous motor: to construct a geometrical model of the motor in the AutoCAD environment and import it into COMSOL Multiphysics; to conduct experiments in the COMSOL Multiphysics and MATLAB integrated environment and determine the parameters of the model necessary for further experiments. The results of the experiments can be saved as M-file.

Key words: COMSOL Multiphysics, MATLAB, AutoCAD, mathematic model, asynchronous motor, saturation, current displacement, parameters of mutual inductance.

REFERENCES

1. Kopylov, I.P. et al. (1980), *Proektirovanie elektricheskikh mashin* [Design of electrical machines: studies. manual for high schools], Tutorial Energiya, Moscow, Russia.

2. Melnik, A.A. (2008), «Numerical simulation of the frequency start induction motor for the effect of the current displacement in the rotor bars in the Matlab environment», *Transactions of KDPU*, Kremenchuk, iss. 4/2008 (51), part 2, pp. 78–82, Ukraine.

Стаття надійшла 25.05.2013.