

УДК 621.315.592

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗКИ СЛИТКА АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ  
ПО КРИТЕРИЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ**

**А. М. Андрусенко, С. Э. Притчин, А. П. Черный**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: pritchinse@ukr.net

**В. А. Самоляк**

Научно-производственное предприятие «Укртехресурс»  
ул. Приморская, 58, г. Светловодск, 27501, Украина. E-mail: samoliyk@ukr.net

Неравномерность распределения легирующих примесей по длине слитка арсенида галлия приводит к отклонению значения удельного сопротивления по длине слитка. Для выборки части слитка, удовлетворяющей требованиям спецификации, слиток разрезают на части. В работе решается задача моделирования процесса раскроя слитка для оптимизации выделения частей с заданным удельным сопротивлением. В основе разработанной модели лежит предположение об известном распределении удельных сопротивлений в граничных сечениях и известном распределении средней величины удельного сопротивления по длине слитка. Для оценки адекватности разработанной модели проведены экспериментальные измерения удельного сопротивления в 12 точках. Вычислены средняя ошибка, средний квадрат ошибки и максимальное отклонение ошибки, значение которой составило 0,281. Предложен алгоритм раскроя слитка арсенида галлия по критерию распределения удельного сопротивления.

**Ключевые слова:** арсенид галлия, математическое моделирование, удельное сопротивление.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РІЗАННЯ ЗЛИТКА АРСЕНІДУ ГАЛЛІЯ  
ЗА КРИТЕРІЄМ РОЗПОДІЛУ ПИТОМОГО ОПОРУ**

**О. М. Андрусенко, С. Е. Притчин, О. П. Черный**

Кременчугський національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: pritchinse@ukr.net

**В. А. Самоляк**

Науково-виробниче підприємство «Укртехресурс»  
вул. Приморська, 58, г. Світловодськ, 27501, Україна. E-mail: samoliyk@ukr.net

Нерівномірність розподілу легуючих домішок по довжині злитка арсеніду галію призводить до відхилення значення питомого опору по довжині злитка. Для вибірки частини злитка, яка задовольняє вимогам специфікації, злиток розрізають на частині. У роботі вирішується задача моделювання процесу розкрою злитка для оптимізації виділення частин із заданим питомим опором. В основу розробленої моделі покладено припущення про відомий розподіл питомих опорів у граничних перетинах і відомий розподіл середньої величини питомого опору по довжині злитка. Для оцінки адекватності розробленої моделі проведені експериментальні виміри питомого опору в 12 точках. Обчислена середня помилка, середній квадрат помилки й максимальне відхилення помилки, значення якої склало 0,281. Запропонований алгоритм розкрою злитка арсеніду галію за критерієм розподілу питомого опору.

**Ключові слова:** арсенід галію, математичне моделювання, питомий опір.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Арсенид галлия (GaAs) является вторым по значимости полупроводниковым материалом, используемым в современной электронной промышленности. Начиная с 2010 г. состояние рынков продуктов на основе арсенида галлия значительно улучшилось [1]. В мировой экономике наблюдается устойчивый спрос на электронные изделия, в основе которых лежит арсенид галлия. Увеличение объемов производства электронных устройств связано с увеличением объемов выпуска как мобильных устройств, смартфонов и планшетных компьютеров, так и оптоэлектронных устройств в виде LED источников света и подсветки экранов телевизоров. Это является следствием уникальности свойств этого материала, значительных природных запасов исходного сырья, коммерческой доступности, технологичности процессов изготовления электронных приборов на основе арсенида галлия.

Наиболее распространенной технологией получения монокристаллических слитков GaAs больших диаметров является технология, использующая метод Чохральского. Высокосовершенные кристаллы GaAs для производства сверхбольших и сверхсложных интегральных схем получают исключительно по этому методу [2].

Одним из основных недостатков производства монокристаллических полупроводников методом Чохральского является трудность обеспечения равномерного распределения легирующих добавок по длине и поперечному сечению выращенных слитков. Обуславливающие это причины можно разделить на две группы [3]. Первая охватывает факторы, связанные со специфическим распределением легирующих примесей в процессах направленной кристаллизации, обусловленным их сегрегацией. Вторая – связана с нарушениями стабильности условий выращивания, которые являются следствием несо-

вершенства применяемых для этого методов и аппаратуры.

В связи с этим трудно ожидать, чтобы выращенный слиток полностью соответствовал техническим требованиям по удельному сопротивлению на данную марку материала. Поэтому его, как правило, обрезают с двух сторон (так называемая операция оторцовки [4]) или разрезают на несколько частей для выделения частей слитка, относящихся к различным маркам продукции [5]. Однако, в силу ряда специфических причин, выделение участков слитка с нужными параметрами представляет собой достаточно сложную задачу. В промышленных условиях обычно выполнение указанных операций производится технологом на основе неполной информации об обрабатываемом слитке и своего личного опыта.

Технолог принимает решение о местах реза слитка, располагая некоторой информацией о распределении удельного сопротивления на торцах слитка (по совокупности измеренных его значений в нескольких точках). Решение задачи моделирования резки слитка арсенида галлия по критерию распределения удельного сопротивления является актуальной как с научной, так и с практической точки зрения и позволит увеличить объем готовой продукции, удовлетворяющей требованиям заказчика.

Цель работы – разработка математической модели резки слитка арсенида галлия по критерию распределения удельного сопротивления и оценка ее адекватности.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.**

Применительно к задаче «Оторцовки» в работах [6] представлены модели и алгоритмы, позволяющие автоматизировать процесс принятия решения. Для решения задачи раскроя целесообразно получить некоторую дополнительную информацию. В качестве такой информации можно использовать распределение удельного сопротивления (УС) вдоль образующей слитка.

Объем информации, полученной при измерениях УС, можно охарактеризовать следующим образом:

а) известны распределения значений удельных сопротивлений в граничных сечениях слитка  $\rho(x, y, 0)$  и  $\rho(x, y, 1)$  и, следовательно, известна топография удельного сопротивления в этих сечениях и его экстремальные величины;

б) известно распределение значений удельного сопротивления  $\rho(z)$ , представляющие средние величины объемного удельного сопротивления вдоль слитка на длине, равной расстоянию между потенциальными зондами;

в) известны результаты измерений по пунктам «а» и «б».

Очевидно, что наибольший объем информации можно получить на основании измерений, произведенных по пункту «в», которые определяют наиболее вероятные области нахождения искомого значения удельных сопротивлений.

Предположим, что удельное сопротивление в слитке распределено по закону

$$\rho = \rho_S(x, y) \cdot A(z)$$

или

$$\sigma(x, y, z) = [\rho_S(x, y) \cdot A(z)]^{-1}.$$

Тогда для потенциала  $\varphi$  получим уравнение

$$\text{div}(\sigma \cdot \text{grad} \cdot \varphi) = 0 \tag{1}$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, 0) = 0; & \quad \varphi(x, y, 1) = U = \text{const}; \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{oa} = 0; & \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{ob} = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Предположим что

$$\varphi(x, y, z) = \Phi(z), \tag{3}$$

тогда уравнение (2) примет вид

$$\sigma \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

преобразуя которое можно получить:

$$\frac{d}{dz} \cdot \left[ \frac{1}{A(z)} \cdot \frac{d\Phi}{dz} \right] = 0. \tag{5}$$

Из (5) ясно, что

$$\frac{1}{A(z)} \cdot \frac{d\Phi}{dz} = \text{const} = c_1; \tag{6}$$

$$\frac{d\Phi}{dz} = c_1 A(z) \tag{7}$$

и, следовательно,

$$\Phi(z) = c_1 \int_0^z A(z) dz + c_2. \tag{8}$$

Из первого граничного условия  $c_2 = 0$ , из второго граничного условия:

$$c_1 = U \left[ \int_0^1 A(z) dz \right]^{-1}. \tag{9}$$

Таким образом, функция  $\Phi(z)$  действительно удовлетворяет уравнению и граничным условиям и, следовательно, является решением.

Для практических целей удобно задавать не потенциал на втором торце слитка, а ток через слиток I. Тогда для торца Z=0 мы будем иметь

$$j(x, y, 0) = \sigma(x, y, 0) \cdot \frac{d\Phi}{dz} \Big|_{Z=0} \quad (10)$$

$$= \sigma(x, y, 0) \cdot c_1 A(0).$$

Интегрируя по площади торца z=0, получим

$$\int_S j(x, y, 0) ds = I = c_1 \int_S \sigma(x, y, 0) \cdot A(0) ds =$$

$$= c_1 A(0) \int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)} \quad (11)$$

Отсюда

$$\frac{I}{A(0) \int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)}} = c_1. \quad (12)$$

Таким образом,

$$\Phi(z) = \frac{I}{A(0) \cdot \int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)}} \cdot \int_0^Z A(z) dz. \quad (13)$$

Для двух точек на поверхности слитка

$$\Delta\Phi = \frac{I\Delta l}{S} \cdot \frac{A(z)}{\int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)}}. \quad (14)$$

Для однородного по сечению слитка выражение (14) принимает вид

$$\Delta\Phi = \frac{I\Delta l}{S} \cdot \rho(z). \quad (15)$$

Сравнивая (14) и (15), для эффективного удельного сопротивления по образующей получим

$$\rho(z) = \frac{1}{\frac{1}{S} \int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)}} \cdot \frac{A(z)}{A(0)}. \quad (16)$$

Учитывая закон распределения (1), получим

$$\rho(x, y, z) = \rho(x, y, 0) \cdot \rho(z) \cdot \frac{1}{S} \int_S \frac{ds}{\rho(x, y, 0)}, \quad (17)$$

где  $\rho(x, y, 0)$  – удельное сопротивление в нулевом граничном сечении;  $\rho(z)$  – эффективное удельное сопротивление по образующей.

Для оценки адекватности модели (17) будем использовать такие критерии, как средняя ошибка, средний квадрат ошибки, максимальная абсолютная ошибка, среднеквадратичное отклонение.

Измерение удельного сопротивления арсенида галлия определяется по методу измерения удельного электрического сопротивления, коэффициента Холла и определения типа проводимости, концентрации и холловской подвижности основных носителей заряда для полупроводниковых материалов с удельным электрическим сопротивлением от  $10^{-4}$  до  $10^9$  Ом·см монокристаллических арсенида галлия.

Определение удельного электрического сопротивления основано на измерении продольного электрического поля  $E_x$  и плотности тока  $j_x$ , вызываемого этим полем. Измерение производится следующим образом:

Образец устанавливают в держатель и пропускают через него электрический ток, используя одну из двух пар контактов, и фиксируют значение тока I и разности потенциалов U, возникающей на второй паре контактов, в следующем порядке:

$$\begin{array}{ll} U_{3,4(+I,2)}, & U_{3,4(-I,2)}; \\ U_{1,4(+I,3,2)}, & U_{1,4(-I,3,2)}; \\ U_{1,2(+I,3,2,4)}, & U_{1,2(-I,3,4)}; \\ U_{2,3(+I,1,4)}, & U_{2,3(-I,1,4)}. \end{array}$$

Вводят магнитное поле, фиксируют значения магнитной индукции B, электрического тока в двух направлениях +Iв, -Iв и разности потенциалов U. Вводят магнитное поле, фиксируют значения магнитной индукции B, электрического тока в двух направлениях +Iв, -Iв и разности потенциалов U:

$$\begin{array}{ll} U_{1,3(+I, +B)}, & U_{1,2(-I, -B)}; \\ U_{2,4(+I, +B)}, & U_{2,4(-I, -B)}; \\ U_{2,4(+I, +B)}, & U_{2,4(+I, -B)}; \\ U_{1,3(-I, +B)}, & U_{1,3(+I, -B)}. \end{array}$$

Результирующее напряжение рассчитывается по следующим формулам:

$$U_{\rho 1} = \frac{U_{3,4(+I)} + U_{3,4(-I)} + U_{2,3(+I)} + U_{2,3(-I)}}{4};$$

$$U_{\rho 2} = \frac{U_{1,4(+I)} + U_{1,4(-I)} + U_{2,1(+I)} + U_{2,1(-I)}}{4}.$$

Средние значения напряжения  $U_p$  вычисляется по формуле:

$$U_p = \frac{U_{\rho 1} f_1 + U_{\rho 2} f_2}{2} \quad (18)$$

и удельное электрическое сопротивление  $\rho$ , Ом·см определяется по выражению:

$$\rho = \frac{4,53d}{I} U_p, \quad (19)$$

где  $I$  – значение электрического тока, при котором проводились измерения,  $d$  – толщина измеряемого образца, см.

В табл. 1 приведены исходные данные для исследуемого слитка:

$R_0$  – удельное сопротивление на торце в исследуемой точке;

$\sigma$  (сред) – средняя удельная проводимость на торце;

$R_Z$  – удельное сопротивление по образующей.

Таблица 1 – Экспериментальные данные

№ торца	1	2	3	4	5
$R_0$	30,2	29,7	29,2	28,7	28,3
$\sigma$ (сред)	0,03	0,016	0,011	0,008	0,006
RZ	31,2	30,10	28,25	27,93	27,98
№ торца	6	7	8	9	10
$R_0$	27,92	27,36	26,54	26,08	25,60
$\sigma$ (сред)	0,0058	0,0050	0,0044	0,039	0,0036
RZ	26,80	26,45	26,95	26,52	25,93
№ торца	11	12	13	14	15
$R_0$	25,62	25,17	24,72	24,29	23,78
$\sigma$ (сред)	0,0033	0,0030	0,0028	0,0026	0,0025
RZ	25,27	25,00	25,15	24,43	23,45

По данным табл. 1 для  $i$ -го торца с помощью модели (17) вычислялась прогнозируемая оценка  $R_0$  для  $i+1$  торца и затем вычислялась ошибка

$$\varepsilon(i+1) = R_0(i+1) - R_0(i+1|i), i = \overline{1,15}.$$

Результирующие данные приведены в таблице 2 (нумерация торцов сдвинута на 1 относительно табл. 1, т.е.  $i$ -ый торец в табл. 2 соответствует  $i+1$  торцу в табл. 1).

Таблица 2 – Результирующие данные

№ торца	1	2	3	4	5
$R_0$	29,54	28,09	28,46	28,43	27,01
$\varepsilon$	0,25	1,14	0,29	-0,04	0,90
№ торца	6	7	8	9	10
$R_0$	27,05	27,45	26,30	25,68	25,10
$\varepsilon$	0,30	-0,92	-0,22	-0,09	0,53
№ торца	11	12	13	14	15
$R_0$	25,19	25,25	24,20	23,38	21,95
$\varepsilon$	-0,02	-0,52	0,09	0,41	0,91

По данным табл. 2 были рассчитаны значения используемых критериев адекватности модели с помощью следующих соотношений:

– средняя ошибка:  $\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \varepsilon(i) = 0.202;$

– средний квадрат ошибки:  $\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \varepsilon^2(i) = 0.322;$

– максимальная абсолютная ошибка:

$$\max \{ |\varepsilon(i)|, i = \overline{1,15} \} = 1.14;$$

– среднее квадратичное отклонение ошибки:

$$\sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} [\varepsilon(i) - \overline{\varepsilon(i)}]^2} = 0,281.$$

Полученные значения критериев адекватности модели (17) подтверждают возможность ее использования при решении задач оторцовки и раскроя слитков для нахождения координат сечений слитков с заданным значением УС.

Как при решении задачи оторцовки, так и при решении задачи раскроя возникает необходимость в определении местоположения сечения слитка с заданным значением УЭС. Для решения этой задачи предлагается использовать алгоритм, основанный на применении модели (17). Блок-схема алгоритма представлена на рис. 1.

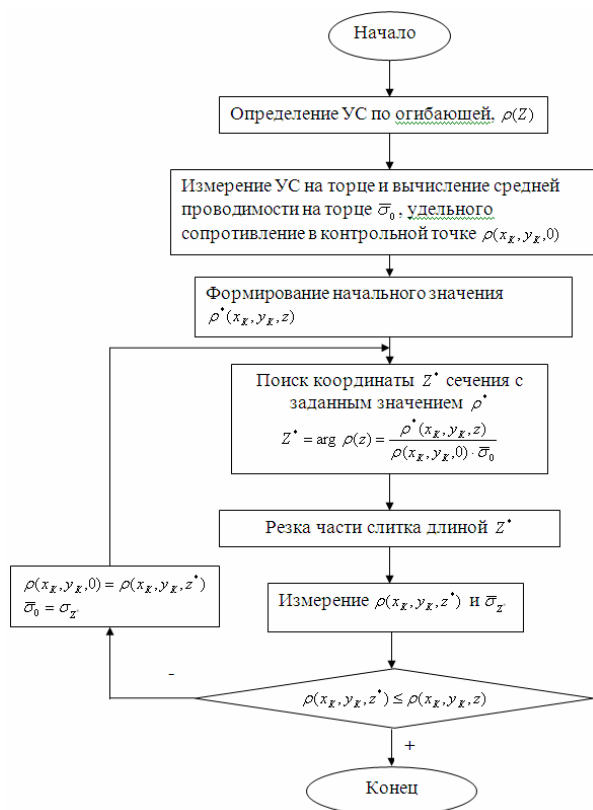


Рисунок 1 – Алгоритм раскроя слитка арсенида галлия по критерию распределения удельного сопротивления

ВЫВОДЫ. Результаты выполненной работы свидетельствуют об адекватности исследуемой мо-

дели (17) и возможности ее использования при решении задач оторцовки и раскроя монокристаллов.

Предложенный алгоритм оценки местоположения сечения с заданным значением УЭС может быть использован при автоматизации процессов оторцовки и раскроя монокристаллов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K. Salazar, Marcia K. McNutt. Mineral commodity summaries 2012 // U.S. Geological Survey, Reston, Virginia. – 2012. – PP. 58–60.
2. Q.-Y. Tong, U. Gosele. Semiconductor wafer bonding: recent developments // *Materials Chemistry and Physics*. – 1994. – Vol. 37. – PP. 101–127.
3. О корреляции осевого и радиального распределения удельного сопротивления в слитках полупроводников / Ж.И. Альтман, А.А. Мейер, В.И. Щипунов // *Научные труды Гиредмет*. – 1974. – Т. 66. – С. 3–7.
4. Петренко В.Р. Статистическое моделирование процедуры оторцовки монокристаллических слитков // *Нові технології: науковий вісник Інституту економіки та нових технологій*. – Кременчук: ІЕНТ, 2005. – № 4 (10). – С. 3–7.
5. Адаптивна стратегія відторцювання монокристалічних зливків / В.Р. Петренко, Е.Е. Холопян // *Нові технології: науковий вісник КУЕІТУ*. – 2006. – № 3 (13). – С. 82–87.
6. Петренко В.Р. Сравнительный анализ стратегий оторцовки монокристаллических слитков // *Складні системи і процеси*. – 2006. – № 2 (10). – С. 72–77.

### MATHEMATICAL MODELING OF THE GALLIUM ARSENIDE INGOT CUTTING ON THE RESISTIVITY DISTRIBUTION CRITERION

**A. Andrusenko, S. Pritchyn, O. Chorniy**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyyi National University  
vul. Pershotravneva 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: pritchinse@ukr.net

**V. Samolyak**

Scientific and Production Enterprise "Ukrtekhresurs"  
vul. Prymorskaya, 58, Svitlovdsk, 27501, Ukraine. E-mail: samoliyk@ukr.net

The uneven distribution of dopants lengthwise along the ingot of gallium arsenide causes deviation of the resistivity along the length of the ingot. For the sample of the part of the ingot that satisfies the specification requirements this ingot is to be cut into pieces. In this paper, we solved the problem of modeling of the cutting process of the ingot to optimize the allocation of the parts of the resistivity specified. The core of the developed model is the assumption of a certain resistivity distribution in the boundary sections and the known distribution of the average value of resistivity along the length of the ingot. To assess the adequacy of the model experimental measurements of resistivity were carried out at 12 points. We calculated the mean error, the mean square error, and the maximum deviation of error, the value of which amounted to 0,281. Also, the cutting algorithm for an ingot of gallium arsenide on the resistivity distribution criterion is offered.

**Key words:** gallium arsenide, mathematical modeling, resistivity.

#### REFERENCES

1. Salazar, K., Marcia K. McNutt (2012), *Mineral commodity summaries 2012*, U.S. Geological Survey, Reston, Virginia, pp. 58–60.
2. Tong, Q.-Y., Gosele, U. (1994), "Semiconductor wafer bonding: recent developments", *Materials Chemistry and Physics*, vol. 37, pp. 101–127.
3. Al'tman, Zh.I., Mejer, A.A., Shhipunov, V.I. (1974), "On the correlation of axial and radial resistivity distribution in semiconductor ingots", *Nauchnye trudy Giredmet*, vol. 66, pp. 3–7.
4. Petrenko, V.R. (2005), "Statistic modeling of single-crystal ingots trimming", *Novi tehnologii. Naukovij visnik Institutu ekonomiki ta novih tehnologij*, Kremenchuk: IENT, no. 4(10), pp. 3–7.
5. Petrenko, V.R., Holopjan, E.E. (2006), "Adaptive strategy of single-crystal ingots trimming", *Novi tehnologii. Naukovij visnik KUEITU*, no. 3(13), pp. 82–87.
6. Petrenko, V.R. (2006), "Comparative analysis of strategies of single-crystal ingots trimming", *Skladni systemy i procesy*, no. 2(10), pp. 72–77.

Стаття надійшла 24.10.2013.