

УДК 624.04 (075)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ ВИБРАЦИОННОГО ТРАНСПОРТЕРА

Ю. С. Саленко

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, 39600, м. Кременчуг, Украина. E-mail: kmto@mail.ru

Описаны конструкция и принцип действия вибрационного транспортера для перемещения строительных материалов, снабженного низко- и высокочастотным вибровозбудителями круговых колебаний. Составлена расчетная схема динамической системы несущих продольных лонжеронов транспортирующего лотка, представленных в виде упруго-вязких балок. Определена закономерность их движения во время переходных процессов, возникающих в процессе пуска и выключения вибротранспортера. Найдены напряжения, возникающие в поперечных сечениях продольных лонжеронов в зависимости от их физико-механических характеристик, амплитуды и частоты вынужденных колебаний низко- и высокочастотного вибровозбудителей колебаний, координаты по длине лонжеронов и времени.

Ключевые слова: вибрационный транспортер, переходной процесс, закон движения, напряжения.

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕСУЧОЇ КОНСТРУКЦІЇ ВІБРАЦІЙНОГО ТРАНСПОРТЕРА

Ю. С. Саленко

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна. E-mail: kmto@mail.ru

Описано конструкція і принцип дії вібраційного транспортера для переміщення будівельних матеріалів, забезпеченого низько- і високочастотним вібровозбуджувачами колових коливань. Складена розрахункова схема динамічної системи несучих поздовжніх лонжеронів транспортуючого лотка, представлених у вигляді пружно-в'язких балок. Визначена закономірність їх руху під час перехідних процесів, що виникають в процесі пуску і вимикання вібротранспортера. Знайдені напруги, що виникають в поперечних перетинах поздовжніх лонжеронів залежно від їх фізико-механічних характеристик, амплітуди і частоти вимушених коливань низько- і високочастотного вібровозбуджувачів коливань, координати за довжиною лонжеронів і часу.

Ключові слова: вібраційний транспортер, перехідний процес, закон руху, напруги.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Вибрационные транспортеры или питатели широко используются в горнорудной промышленности и строительном производстве для перемещения дробимых полезных ископаемых и нерудных материалов, песка, щебня, вязких и других сыпучих материалов. Для этих целей широкое распространение получили вибротранспортеры с кинематическим и инерционным возбуждением колебаний транспортирующего лотка [1–3]. Вибротранспортеры с кинематическим возбуждением колебаний обеспечивают транспортирование материала на большие расстояния, но имеют большую установленную мощность привода, требуемую для возбуждения колебаний больших масс в момент пуска [1]. Также эти вибротранспортеры должны быть снабжены дополнительными уравновешивающими устройствами. В инерционных вибротранспортерах используются вибровозбудители круговых и направленных колебаний [2, 3]. Вибротранспортеры с вибровозбудителями круговых колебаний [2] просты по конструкции, но обеспечивают транспортирование материала на короткие расстояния, т.к. с увеличением дальности транспортирования в зоне выгрузки наблюдается завал, что приводит к нестабильной работе вибротранспортера. Вибротранспортеры с вибровозбудителями направленных колебаний [3], установленных под углом в 30° к плоскости транспортирующей поверхности, обеспечивают транспортирование материала на большие расстояния с высокой производительностью. Однако эти транспортеры имеют сложную конструкцию из-за необходимости использования

вибровозбудителей направленных колебаний с шестеренными синхронизаторами и требуют использования более прочных продольных несущих лонжеронов транспортирующего лотка. Поэтому возникает необходимость создания высокоэффективного вибрационного транспортера, сочетающего в себе простоту конструкции транспортера с вибровозбудителем круговых колебаний и эффективностью вибротранспортера с вибровозбудителем направленных колебаний.

В настоящее время для определения основных параметров несущих лонжеронов транспортирующего вибротранспортера используют статистические методы расчетов, в которых лонжероны представляют в виде балок определенной жесткости, на которые действуют постоянные по величине инерционные силы. Такой подход, как правило, приводит к большим погрешностям в определении напряжений и амплитуд колебаний, действующих на лонжероны в процессе работы. Это обстоятельство не позволяет с достаточной степенью точности определить напряженно-деформированное состояние лонжеронов и, как следствие, выбрать необходимые размеры транспортирующего лотка.

Цель работы – определение напряженно-деформированного состояния продольных несущих лонжеронов предлагаемого вибротранспортера во время переходных процессов.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. На рис. 1 представлен общий вид предлагаемого вибротранспортера. Вибротранспортер состоит из транспортирующего лотка 1, установленного при

помощи упругих амортизаторов 2 на опорной раме 3 и снабженного низкочастотным 4 и высокочастотным 5 вибровозбудителями круговых колебаний, смонтированными на транспортирующем лотке 1. При этом транспортирующий лоток 1 состоит из продольных лонжеронов 6 и 7, к которым в нижней части прикреплено днище 8. Низкочастотный 4 и высокочастотный 5 вибровозбудители круговых колебаний связаны с приводным электродвигателем 9 при помощи клиноременных передач 10 и 11 соответственно. Для загрузки вибротранспортера перемещаемым материалом используется воронка 12.

Работа вибротранспортера осуществляется следующим образом. Включается электродвигатель 9, приводящий во вращение посредством клиноременных передач 10 и 11 дебалансные валы низкочас-

тотного 7 и высокочастотного 8 вибровозбудителей колебаний, которые вызывают колебания транспортирующего лотка 1. В результате, транспортирующему лотку 1 сообщаются сложные, переменные по его длине, амплитудно-частотные вибрационные движения: в загрузочной части лотка преобладают низкочастотные колебания с большой амплитудой, а в выгрузочной части лотка – высокочастотные колебания. Такой поличастотный закон движения лотка 1 обеспечивает повышенную скорость транспортирования материала на более длинные расстояния, при этом преобладание высокочастотных колебаний в выгрузочной части вибротранспортера вызывает увеличение скорости транспортирования в выгрузочной части лотка не создавая завала транспортируемого материала.

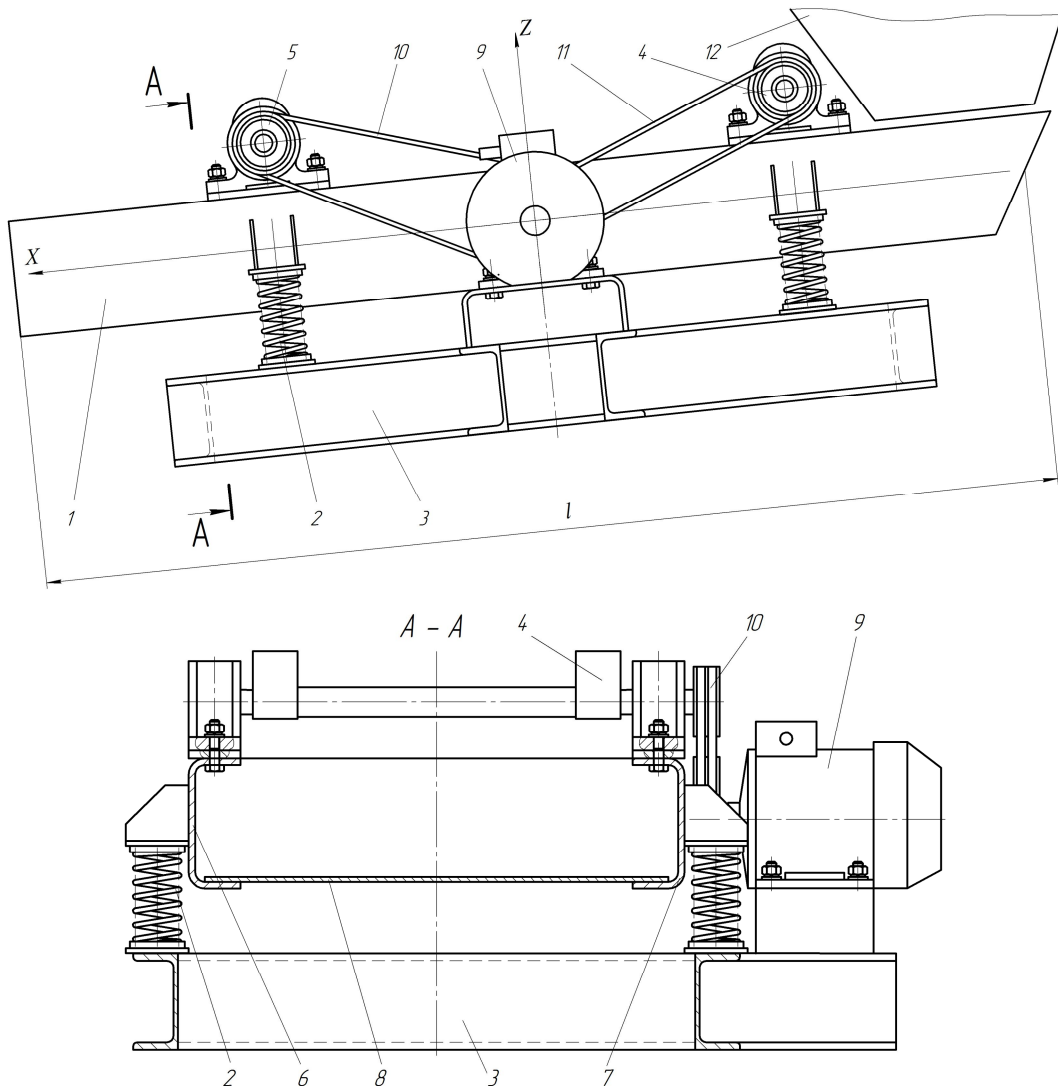


Рисунок 1 – Общий вид двухчастотного вибротранспортера

Под действием возмущающих сил $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$ соответственно низкочастотного 4 и высокочастотного 5 вибровозбудителей колебаний в продольных лонжеронах 6 и 7 возникают изгибные напряжения, как в период пуска или остановки, так и в рабочем режиме. Наибольшее влияние на величину изгибных деформаций и напряжений, возникающих

в поперечном сечении продольных лонжеронов, оказывают составляющие возмущающих сил $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$, направленные вдоль оси Z , т.е.

$$Q_{11}(t) = Q_1 \sin \omega_1 t; \quad (1)$$

$$Q_{21}(t) = Q_{21} \sin[\omega_2 t - \psi_2(\tau)], \quad (2)$$

где Q_1 и Q_2 – амплитуды возмущающих сил низ-

кочастотного и высокочастотного вибровозбудителей колебаний соответственно; ω_1 и ω_2 – угловые частоты колебаний низкочастотного и высокочастотного вибровозбудителей; $\psi_2(\tau)$ – угол сдвига фаз между амплитудами возмущающих сил низкочастотного и высокочастотного вибровозбудителей колебаний, медленно меняющийся параметр.

Сдвиг фаз $\psi_2(\tau)$ будет наблюдаться в результате действия явления проскальзывания в клиноремной передаче. В дальнейшем для удобства в формуле (2) вместо обозначений $\psi_2(\tau)$ будем использовать обозначения ψ_2 , полагая, что этот угол является медленно меняющимся параметром.

Поскольку продольные лонжероны имеют по всей длине постоянное поперечное сечение, то на основании формулы Фохта [4]

$$R = hEJ \frac{\partial^5 u(x,t)}{\partial x^4 \partial t} \quad (3)$$

дифференциальное уравнение ее изгибных колебаний при изгибной жесткости $EJ = const$, постоянной массе по длине $m = const$ можно записать в следующем виде:

$$EJ \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + hEJ \frac{\partial^5 u(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + \rho F \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

где R – сила внутреннего трения в продольных лонжеронах; E – модуль упругости материала; J – момент инерции поперечного сечения продольных лонжеронов вибротранспортера; h – коэффициент неупругого сопротивления, характеризующий внутреннее трение; ρ – плотность материала продольных лонжеронов; F – площадь поперечного сечения продольных лонжеронов.

Уравнение (4) удобно представить в такой форме

$$\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + h \frac{\partial^5 u(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

где

$$a = \sqrt{EJ/\rho F} = \sqrt{EJ/m_l}. \quad (6)$$

Используя метод Фурье [5], найдем частное решение дифференциального уравнения (5) на одной из форм собственных колебаний продольных лонжеронов в следующем виде:

$$u_n(x,t) = U_n(x) \cdot T_n(t), \quad (7)$$

Таким образом, каждое частное решение представляется в виде произведения двух функций, одна из которых $U_n(x)$ зависит от аргумента x и определяется граничными условиями, а другая $T_n(t)$ зависит исключительно от аргумента t и определяется начальными условиями.

Подставляя выражение (7) в уравнение (5), получим

$$\frac{\partial^4 U_n(x)}{\partial x^4} \left[T_n(t) + h \frac{\partial T_n(t)}{\partial t} \right] + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 T_n(t)}{\partial t^2} U_n(x) = 0. \quad (8)$$

Производя в уравнении (8) разделение переменных, получим

ных, получим

$$a^2 \frac{\partial^4 U_n(x)}{\partial x^4} = \frac{\partial^2 T_n(t)}{\partial t^2} \cdot \frac{T_n(t) + h \frac{\partial T_n(t)}{\partial t}}{T_n(t)}. \quad (9)$$

В полученном уравнении (9) левая его часть зависит от x , а правая – только от t . Поэтому для тождественного выполнения этого равенства при любых значениях x и t необходимо, чтобы левая и правая части уравнения (9) была равна постоянной $-p_n^2$:

$$\frac{\partial^2 T_n(t)}{\partial t^2} = -p_n^2; \quad (10)$$

$$a^2 \frac{\partial^4 U_n(x)}{\partial x^4} = -p_n^2; \quad (11)$$

Из равенств (10) и (11) следуют два уравнения:

$$\frac{\partial^2 T_n(t)}{\partial t^2} + 2\delta_n \frac{\partial T_n(t)}{\partial t} + p_n^2 T_n(t) = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial^4 U_n(x)}{\partial x^4} - k^4 U_n(x) = 0, \quad (13)$$

где

$$\delta_n = \frac{hp_n^2}{2}; \quad k_n = \sqrt{\frac{p_n}{a}}. \quad (14)$$

При этом уравнение (12) описывает собственные колебания, а уравнение (13) определяет форму собственных колебаний.

Решение уравнения (12) может быть представлено в следующем виде:

$$T_n(t) = e^{-\delta_n t} [B_n \cos(p_{n1} t) + D_n \sin(p_{n1} t)], \quad (15)$$

где B_n и D_n – постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями;

$$p_{n1} = \sqrt{p_n^2 - \delta_n^2}. \quad (16)$$

Используя функции А.Н. Крылова [6], представим решение уравнения (13) в следующей форме $U_n(x) = C_1 [\cos(k_n x) + ch(k_n x)] + C_2 [\cos(k_n x) - ch(k_n x)] + C_3 [\sin(k_n x) + sh(k_n x)] + C_4 [\sin(k_n x) - sh(k_n x)]$, (17) где C_1, C_2, C_3 и C_4 – постоянные интегрирования, определяемые из следующих граничных условий

$$\frac{\partial^2 U_n(0)}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 U_n(0)}{\partial x^3} = 0; \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 U_n(l)}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 U_n(l)}{\partial x^3} = 0, \quad (19)$$

показывающих, что на свободных незакрепленных концах продольных лонжеронов обращаются в нуль и изгибающие моменты, и поперечные силы.

Подставляя выражение (17) в граничные усло-

вия (18), находим

$$C_2 = C_4 = 0. \quad (20)$$

Тогда

$$U_n(x) = C_1 [\cos(k_n x) + ch(k_n x)] + C_3 [\sin(k_n x) + sh(k_n x)] \quad (21)$$

Из граничных условий (19) следует

$$\begin{cases} C_1 [-\cos(k_n l) + ch(k_n l)] + \\ + C_3 [-\sin(k_n l) + sh(k_n l)] = 0; \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} C_1 [\sin(k_n l) + ch(k_n l)] + \\ + C_3 [-\cos(k_n l) + sh(k_n l)] = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Для того, чтобы постоянные интегрирования C_1 и C_3 не были равны нулю, необходимо, чтобы определить матрицы, составленной из коэффициентов уравнений (22) и (23), был равен нулю. В результате найдем [6]:

$$[-\cos(k_n l) + ch(k_n l)]^2 - [sh^2(k_n l) - \sin^2(k_n l)] = 0. \quad (24)$$

Преобразуя выражение (24), получим частотное уравнение в следующем виде

$$\cos(k_n l) \sin(k_n l) = 1; \quad (25)$$

Ненулевые значения корней можно приближенно найти по формуле [7]

$$k_n l \approx (0.5 + n)\pi. \quad (26)$$

Откуда

$$k_n \approx (0.5 + n)\pi / l. \quad (27)$$

Используя выражения (14) и (27), найдем частоту одной из форм собственных колебаний продольных лонжеронов в следующем виде:

$$p_n \approx \frac{\pi^2 a \cdot (0.5 + n)^2}{l^2}. \quad (28)$$

На основании выражений (21) – (23) представим нормальные функции для продольных лонжеронов с незакрепленными концами в следующем виде:

$$U_n(x) = ch(k_n x) + \cos(k_n x) - a_n [sh(k_n x) + \sin(k_n x)], \quad (29)$$

где

$$a_n = \frac{ch(k_n l) - \cos(k_n l)}{sh(k_n l) - \sin(k_n l)}. \quad (30)$$

На основании выражений (15) и (29) найдем общее решение уравнения (5) в следующем виде:

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\delta n t} \{ ch(k_n x) + \cos(k_n x) - a_n [sh(k_n x) + \sin(k_n x)] \} \times [B_n \cos(p_n t) + D_n \sin(p_n t)]. \quad (31)$$

Произведем анализ полученного выражения (31). При $n = 0$ это выражение описывает движение продольных лонжеронов как абсолютно жестких тел, а при $n \neq 0$ характеризует их упругие колебания.

Для определения постоянных интегрирования, представленных в выражении (22), изучим движение центра тяжести транспортирующего лотка в направлении координаты Z как абсолютно жесткого тела. На основании принципа Даламбера движе-

ние транспортирующего вибротолка может быть описано следующим дифференциальным уравнением:

$$m \frac{d^2 u_3}{dt^2} + c u_3 = Q_1 \sin \omega_1 t + Q_2 \sin(\omega_2 t - \psi_2), \quad (32)$$

где m – масса транспортирующего лотка; c_3 – жесткость упругих амортизаторов.

Решая уравнение (32), найдем закон движения транспортирующего лотка в направлении координаты Z в следующем виде:

$$u_3(t) = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin(\omega_2 t + \psi_2), \quad (33)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний;

$$A_1 = \frac{Q_1}{(c_3 - m\omega_1^2)}; \quad A_2 = \frac{Q_2}{(c_3 - m\omega_2^2)}; \quad (34)$$

Тогда скорость колебаний центра тяжести транспортирующего лотка в направлении координаты Z будет равна:

$$V_3(t) = A_1 \omega_1 \cos \omega_1 t + A_2 \omega_2 \cos(\omega_2 t - \psi_2). \quad (35)$$

Определим собственные колебания транспортирующего лотка при выключении вибротранспортера в момент t_1 , т.е. при выбеге. В этом случае смещение транспортирующего лотка от положения равновесия в направлении координаты Z будет равно:

$$u_3(t_1) = A_1 \sin \omega_1 t_1 + A_2 \sin(\omega_2 t_1 - \psi_2), \quad (36)$$

а его скорость смещения –

$$V_3(t_1) = A_1 \omega_1 \cos \omega_1 t_1 + A_2 \omega_2 \cos(\omega_2 t_1 - \psi_2), \quad (37)$$

При значениях $t_1 = \frac{j\pi}{\omega_1}$ и $\omega_2 t_1 - \psi_2 = j\pi$ (при

$j = 2, 4, 6 \dots n$) транспортирующий лоток занимает нейтральное положение относительно положения равновесия, а его скорость приобретает максимальное значение, т.е.

$$u_3(t_1) = 0; \quad V_3(t_1) = A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2. \quad (38)$$

Используя выражения (38) в качестве начальных условий для определения постоянных интегрирования B_n и D_n , т.е.

$$T_n(0) = u_3(t_1); \quad \frac{dT(0)}{dt} = V_3(t_1), \quad (39)$$

и выражение (31), найдем общее решение уравнения (5) в следующем виде:

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\delta n t} \{ ch(k_n x) + \cos(k_n x) - a_n [sh(k_n x) + \sin(k_n x)] \} \times [(A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2) \sin(p_n t)] / p_n. \quad (40)$$

При этом изгибающий момент, возникающий в поперечных сечениях продольных лонжеронов, в зависимости от координаты x и t , определится из следующего выражения

$$M(x, t) = EJ \frac{d^2 u(x, t)}{dx^2} = EJ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\delta n t} \{ 0.25 k_n^2 [ch(k_n x) + \cos(k_n x) - a_n [sh(k_n x) + \sin(k_n x)]] \} \times [(A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2) \sin(p_n t)] / p_n \text{ при } 0 \leq x \leq l. \quad (41)$$

При этом возникающие в продольных лонжеронах напряжения при изгибе будут равны

$$\sigma(x, t) = \frac{EJ}{W_x} EJ \sum_{n=0}^{\infty} e^{\delta_n t} \left\{ 0.25k_n^2 \{ch(k_n x) + \cos(k_n x)\} - a_n [sh(k_n x) + \sin(k_n x)] \right\} \times [(A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2) \sin(p_n t)] / p_n \text{ при } 0 \leq x \leq l. \quad (42)$$

где W_z - момент сопротивления поперечного сечения продольных лонжеронов при изгибе.

Аналогичным образом определяются напряжения в продольных лонжеронах, возникающих в момент пуска вибротранспортера. Таким образом, определен закон движения продольных лонжеронов в процессе переходных периодов, возникающих в направлении координатной оси Z при пуске и выключении вибротранспортера. Найдены напряжения, возникающие в поперечных сечениях продольных лонжеронов транспортирующего лотка в зависимости от координаты x и времени t . Проведенные исследования показывают, что при пуске и выключении вибротранспортера возникающие напряжения в продольных лонжеронах могут вдвое превышать расчетные напряжения, возникающие при работе в стационарном вибрационном режиме. Это необходимо учитывать, как при прочностном расчете транспортирующего лотка на усталостную прочность, так и при его расчете по максимальным напряжениям.

ВЫВОДЫ. Проведенные исследования позволяют на основании полученного решения уравнения движения продольных лонжеронов, представленных в виде упруго-вязких балок, определить закон движения транспортирующего лотка в направлении, перпендикулярном продольной оси лонжеронов, во время переходных процессов, возникающих в процессе пуска и выключения вибротранспортера.

DETERMINATION OF STRESS-STRAIN STATE OF THE SUPPORTING STRUCTURE VIBRATING CONVEYOR

Yu. Salenko

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy National University

vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: kmto@mail.ru

The design and operating principle of the vibrating conveyor to move building materials provided with the bass and treble exciters circular oscillations are described. The design scheme of the dynamical system carrying longitudinal spars of the transport tray, presented in the form of viscoelastic beams, is composed and the regularity of their movement during transients, occurring during start-up and shutdown, is defined. There are determined the stresses in the cross-sections of the longitudinal side members, depending on their physical and mechanical characteristics, the amplitude and frequency of forced vibration exciters of low and high frequency vibrations, the coordinates along the length of longitudinal and time.

Key words: vibrating conveyor, the transition process, the law of motion, tension.

REFERENCES

1. Goncharevich, I.F, Dokukina, A.V., (1975), *Dinamika gorniy mashin s uprugimi svyaziyami* [Dynamics of mining machines with elastic constraints], Nauka, Moscow, Russia.
2. *Vibratsionnyy pitatel* [Vibrating feeder], (2008), Russian patent, no. 2152345.
3. Pukhov, Y.S., (1991), *Shahtnyy transport* [Mine transport], "Non-core", Moscow, Russia.
4. Babakov, I.M., (2001), *Teoriya kolebaniy* [Theory of vibrations], Bustard, Moscow, Russia.
5. Panovko, J.G., (1976), *Osnovyi prikladnoy teorii sovmestnykh kolebaniy i udarov* [Fundamentals of ap-

plied theory of co-vibrations and shock], Engineering, Leningrad, Russia.

6. Timoshenko, S.P., Young, D.H., Weaver, W., (1985), *Fluctuations in engineering*, Engineering, Moscow, Russia.
7. Maslova, N.A., (1997), "Certain movements with the superharmonic vibroplatform vibrations at idle, *Problems of creation of new machines and technologies*, vol. 2, part 3, pp. 73–83.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаревич И.Ф., Докукин А.В. Динамика горных машин с упругими связями. – М.: Наука, 1975. – 212 с.
2. Кудрявцев Ю.И., Макеев В.А. Вибропитатель. Патент России № 2152345, 2008.
3. Пухов Ю.С. Рудничный транспорт. – М.: Недра, 1991. – 240 с.
4. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Дрофа, 2001. – 591 с.
5. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
7. Маслова Н.А. Определение движений виброплощадки с супергармоническими колебаниями в режиме холостого хода // Проблемы создания новых машин и технологий: науч. труды Кременчугского государственного политехнического института. – 1997. – Вып. 2, част. 3. – С. 73–83.

Стаття надійшла 25.02.2015.