

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ ОХЛАЖДЕНИЯ
ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗА УСТАНОВКИ УТИЛИЗАЦИИ ОТХОДОВ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

В. В. Вамболь

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»
ул. Чкалова, 17, г. Харьков, 61070, Украина. E-mail: violavambol@gmail.com

Определена математическая модель дисперсной фазы оросительного охлаждения генераторного газа, полученного в термохимической пиролизной печи с плазменным дожиганием. При этом учитывается не только дисперсионная составляющая, но и межфазовое взаимодействие. Полученная математическая модель дисперсной составляющей охлаждения генераторного газа и межфазовое взаимодействие позволяет описать особенности трехмерных процессов в камере охлаждения. В данной математической постановке с учетом граничных условий возможно проведение численного моделирования процессов охлаждения дымовых газов, что предотвращает образование высокотоксичных веществ.

Ключевые слова: экологическая безопасность, утилизация отходов, плазменная газификация, математическое моделирование, оросительное охлаждение, дисперсная фаза.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИСПЕРСНОЇ ФАЗИ ОХОЛОДЖЕННЯ ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗУ
УСТАНОВКИ УТИЛІЗАЦІЇ ВІДХОДІВ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ**

В. В. Вамболь

Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ»
вул. Чкалова, 17, м. Харків, 61070, Україна. E-mail: violavambol@gmail.com

Визначено математичну модель дисперсної фази зрошувального охолодження генераторного газу, отриманого в термохімічній піролізній печі з плазмовим допалюванням. При цьому враховується не лише дисперсійна складова, але й міжфазова взаємодія. Отримана математична модель дисперсної складової охолодження генераторного газу і міжфазна взаємодія дозволяє описати особливості тривимірних процесів у камері охолодження. У даній математичній постановці, з урахуванням граничних умов, можливе проведення чисельного моделювання процесів охолодження димових газів, що запобігає утворенню високотоксичних речовин.

Ключові слова: екологічна безпека, утилізація відходів, плазмова газифікація, математичне моделювання, зрошувальне охолодження, дисперсна фаза.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Общий подход к созданию системы управления экологической безопасностью при утилизации твердых бытовых и производственных отходов рассмотрен в работе [1]. При этом в последующих исследованиях был предложен способ плазменной газификации, который позволяет снижать экологическую нагрузку. Для эффективности данного процесса предлагается проводить смешанную газификацию, что позволяет утилизировать отходы и получать продукты для поддержания реакции газификации. Дополнением к преимуществам такого технологического процесса является получение газообразного топлива (метана).

Однако, как было показано в работе [2], для обеспечения экологически эффективного процесса необходимо предотвращать образования высокотоксичных веществ путем резкого охлаждения генераторного газа. Основой высокотоксичных веществ в этом случае являются диоксины, и, как показано в работе [3], по уровню токсичности эти вещества превосходят все известные токсины. Не разлагаясь в окружающей среде, накапливаясь в верхнем слое почвы, диоксины являются источником загрязнения. Механизм образования диоксинов описан в работе [4], и представляет собой в нашем случае двухстадийный процесс.

Поэтому технологический процесс утилизации с учетом обеспечения экологичности должен включать в себя несколько этапов, а именно: термохимическая газификация, плазменное дожигание дымовых газов, охлаждение, предварительную очистку, метанирование, окончательную очистку газов и низ-

котемпературное разделение синтез-газа на топливные продукты. Общее описание технологического процесса рассмотрено в работе [2].

Для преодоления диапазона опасных температур при выходе газового потока из печи целесообразно применение резкого охлаждения генераторного газа путем впрыска воды в газовый поток. Правильно организованный термодинамический процесс позволит эффективно снизить концентрацию высокотоксичных веществ. Поэтому применение численного моделирования с определением необходимых режимов, организации пространственной структуры охлаждающей водяной завесы позволит разработать и внедрить конструкторские и технологические решения для обеспечения экологичности процесса утилизации.

Для проведения численного моделирования и визуализации результатов процесса охлаждения в работе [2] была рассмотрена газовая фаза охлаждения генераторного газа.

Цель работы – математическое описание дисперсной фазы процесса охлаждения как необходимого дополнения общей математической модели процесса охлаждения генераторного газа, позволяющей в дальнейшем получать и анализировать целостную картину сложных газодинамических процессов, снижающих образование высокотоксичных веществ.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Температуры газа в плазменном генераторе после дожигания составляет 1000 °С, поэтому резкое охлаждение генераторного газа обеспечивается путем

впрыска воды в поток газа, выходящего из газогенератора. Технологически на входе в газоотводящую трубу установлены три центробежные форсунки для распыливания воды. Расположение форсунок в газоотводе и создаваемых ими факелов (конусов) распыла показано на рис. 1. Одна форсунка расположена с одной стороны газоотводящей трубы и две форсунки на противоположной плоскости. Полное перекрытие площади сечения канала обеспечивается за счет смещения форсунок в соответствующих плоскостях. Процесс смещения генераторного газа и водяной завесы позволяет снизить температуру за счет теплоты испарения.

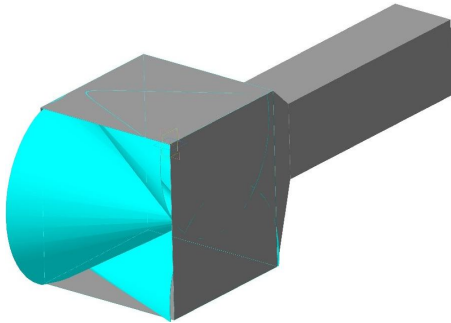


Рисунок 1 – Схема создания водяной завесы в газоотводящей трубе

Объектом исследования являются процессы оросительного охлаждения генераторного газа впрыском воды.

Предмет исследования – эффективность системы оросительного охлаждения генераторного газа впрыском воды, диспергированной центробежными форсунками.

Моделирование дисперсной фазы. Основные соотношения физико-математической постановки задачи используют классический подход движения двухфазного потока. Подобное описание использовано в работе [5] для определения физических, кинематических и геометрических параметров процесса установки водных завес.

В общем случае в рабочей зоне движется двухфазный поток, содержащий генераторный газ и полидисперсный водный аэрозоль. Так как объемная концентрация водяных капель в потоке невелика, можно рассматривать движение невзаимодействующих капель различных размеров в отдельности.

В отношении дисперсной фазы принимаем следующие основные допущения:

- дисперсная фаза представляет собой полностью распыленный факел жидкости (воды), состоящий из конечного множества испаряющихся сферических капель различных диаметров;
- всеми силами, действующими на каплю, кроме сил тяжести и аэродинамического сопротивления, пренебрегаем;
- процессами вторичного дробления и коагуляции капель пренебрегаем.

При сделанных выше допущениях поведение дисперсной фазы (капель воды) удобно рассматривать в лагранжевом описании. Для распыленных

жидкостей общепринятым распределением капель по размерам считается выражение Розина–Раммлера. Весь диапазон начальных размеров капель делится на определенное число дискретных интервалов; каждый из них представляется средним начальным диаметром, для которого выполняется траекторный расчет. При этом каждая моделируемая капля фактически представляет собой «пакет» капель с одинаковыми траекториями.

Если распределение капель по размерам описывается формулой Розина–Раммлера, то массовая доля капель с диаметром, большим d , определяется по формуле

$$Y_d = e^{-(d/\bar{d})^n}, \quad (1)$$

где \bar{d} – средний медианный диаметр капель в распыле, соответствующий значению $Y_d = e^{-1} \approx 0,368$; n – параметр распределения.

Движение частицы дисперсной фазы (капли) описывается основным уравнением динамики (вторым законом Ньютона). При сделанных выше допущениях уравнение движения одиночной капли в векторной форме имеет вид

$$m_p \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \vec{G} + \vec{F}_R, \quad (2)$$

где m_p – масса капли; \vec{u}_p – скорость капли; t – время; \vec{G} – сила тяжести:

$$\vec{G} = m_p \vec{g}, \quad (3)$$

\vec{g} – ускорение свободного падения; \vec{F}_R – сила аэродинамического сопротивления капли:

$$\vec{F}_R = 0,5 \cdot C_R A_p \rho |\vec{u} - \vec{u}_p| (\vec{u} - \vec{u}_p), \quad (4)$$

где C_R – коэффициент аэродинамического сопротивления капли; A_p – площадь миделевого сечения капли; ρ – плотность газа; \vec{u} – скорость газа.

Подставляя выражения (3) и (4) в уравнение (2) и учитывая, что масса сферической капли и площадь ее миделевого сечения определяются выражениями:

$$m_p = \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6}, \quad (5)$$

$$A_p = 0,25\pi d_p^2, \quad (6)$$

и спроецировав векторы обеих частей уравнения (2) на оси неподвижной декартовой системы координат, получим систему уравнений движения капли в виде

$$\frac{du_{pj}}{dt} = \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} g_j - \frac{3\rho C_R}{4\rho_p d_p} (u_{pj} - u_j) \left[\sum_j (u_{pj} - u_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

где $j = 1, 2, 3$.

Для расчета траектории капли систему (7) следует дополнить следующими очевидными уравнениями:

$$\frac{dx_{pj}}{dt} = u_{pj}, j = 1, 2, 3, \quad (8)$$

где x_j – декартовы координаты капли.

При умеренных значениях относительных скоростей движения капель, когда сжимаемостью можно пренебречь, коэффициент аэродинамического сопротивления C_R сферической капли является однозначной функцией относительного числа Рейнольдса, определяемого как

$$Re_p = \frac{\rho d_p |\vec{u} - \vec{u}_p|}{\mu}, \quad (9)$$

где d_p – диаметр капли; μ – динамическая вязкость газа.

Для аппроксимации зависимости $C_R(Re_p)$ использована эмпирическая формула Чжена–Тризика [7]:

$$C_R = \frac{24}{Re_p} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_p}} + 0,27. \quad (10)$$

Тепломассообмен капель описывается двумя моделями: испарения и кипения. Модель испарения действует до тех пор, пока температура капли не достигнет точки кипения T_{bp} . При достижении точки кипения тепломассообмен капли определяется скоростью кипения.

Модель испарения предполагает, что скорость испарения капли определяется законом Фика

$$\frac{dm_v}{dt} = A_v D \rho \frac{dc}{dr}, \quad (11)$$

где m_v – масса пара; t – время; A_v – площадь поверхности испарения; D – коэффициент бинарной диффузии пара в газе; ρ – плотность газа; c – объемная концентрация пара; r – радиальная координата.

Разделив переменные и проинтегрировав уравнение (11) с граничными условиями: $c = c_s$ при $r = r_p$; $c = c_\infty$ при $r = \infty$, получим

$$\frac{dm_v}{dt} = \beta A_v \rho (c_s - c_\infty), \quad (12)$$

где c_s – объемная концентрация пара у поверхности капли; r_p – радиус капли; c_∞ – объемная концентрация пара в окружающем газе; β – коэффициент испарения, определяемый экспериментально.

Результаты экспериментальных исследований обычно представляют в виде критериальных зависимостей $Sh(Re, Sc)$, где Sh – число Шервуда, определяемое как:

$$Sh = \frac{\beta d_p}{D}. \quad (13)$$

С учетом (13) и того, что площадь испарения сферической капли $A_v = \pi d_p^2$, уравнение (12) принимает вид:

$$\frac{dm_v}{dt} = Sh \rho D \pi d_p^2 (c_s - c_\infty). \quad (14)$$

Для аппроксимации критериальной зависимости $Sh(Re, Sc)$ использована эмпирическая формула Ранца–Маршалла [8]

$$Sh = 2 + 0,6 Re^{0,5} Sc^{0,33}. \quad (15)$$

Концентрация пара на поверхности капли вычисляется, исходя из предположения, что парциальное давление пара на поверхности равно давлению насыщенного пара p_{sat} при температуре капли T_p

$$c_s = \frac{M_v p_{sat}}{M_v p_{sat} + M(p - p_{sat})}, \quad (16)$$

где M и M_v – молекулярные массы газа и пара соответственно; p – абсолютное давление парогазовой смеси.

Уравнение для скорости уменьшения диаметра испаряющейся капли можно получить, проинтегрировав уравнение (14) по времени:

$$\frac{dm_p}{dt} = 0,5 \pi \rho_p d_p^2 \frac{d(d_p)}{dt}. \quad (17)$$

С учетом очевидного соотношения $\frac{dm_p}{dt} = -\frac{dm_p}{dt}$ из (14) и (17) окончательно получим:

$$\frac{d(d_p)}{dt} = -\frac{2Sh \rho D}{\rho_p d_p} (c_s - c_\infty). \quad (18)$$

Температура капли изменяется до достижения ею температуры кипения в соответствии с балансом тепла, определяемым уравнением

$$m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = \alpha A_v (T_\infty - T_p) + L \frac{dm_v}{dt}, \quad (19)$$

где c_p – теплоемкость капли; α – коэффициент теплоотдачи между каплей и газом, определяемый экспериментально; A_v – площадь поверхности капли; L – скрытая теплота испарения; T_∞ – локальная температура газа; T_p – температура капли.

Результаты экспериментальных исследований обычно представляют в виде критериальных зависимостей $Nu(Re, Pr)$, где Nu – число Нуссельта, определяемое как:

$$Nu = \frac{\alpha \lambda dm_v}{d_p}, \quad (20)$$

где λ – теплопроводность газа.

С учетом (14) и (20) уравнение (19) можно представить в виде

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{(T_\infty - T_p)}{\Theta} + \frac{Q_L}{\Theta}, \quad (21)$$

где

$$Q = \frac{LSh \rho D (c_s - c_\infty)}{Nu \lambda}; \quad (22)$$

$$\Theta = \frac{\rho_p d_p^2 c_p}{6 Nu \lambda}. \quad (23)$$

Исходя из допущения о полной аналогии между тепло- и массообменом при определении числа Нуссельта для аппроксимации критериальной зависимости $Nu(Re, Pr)$ использована зависимость, аналогичная формуле (15),

$$Nu = 2 + 0,6 Re^{0,5} Pr^{0,33}. \quad (24)$$

Когда температура капли достигает точки кипения, вместо уравнения (18) применяется уравнение скорости кипения

$$\frac{d(d_p)}{dt} = - \frac{4\lambda}{\rho_p c_{p\infty} d_p} \cdot \left(1 + 0,23 \operatorname{Re}_p^{0,5} \ln \left[1 + \frac{c_{p\infty} (T_\infty - T_p)}{L} \right] \right), \quad (25)$$

где $c_{p,\infty}$ – теплоемкость газа.

Уравнение (25) выведено в предположении стационарного течения при постоянном давлении. Считается, что пока применяется закон кипения, капля сохраняет постоянную температуру.

Таким образом, поведение одиночной капли в известном газодинамическом поле описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) (7), (8), (18), (21), (25). В этой системе искомыми функциями являются проекции абсолютной скорости капли u_{pj} , ее координаты x_{pj} , диаметр d_p и температура T_p . Остальные величины являются параметрами. Часть из этих параметров функционально связана с независимыми переменными. Поэтому для замыкания системы ее необходимо дополнить алгебраическими соотношениями (1), (9), (10) (13), (15), (16), (20), (24), а также зависимостями, выражающими зависимость теплофизических свойств капли от ее температуры.

Начальные условия. Для численного решения системы ОДУ (ОДУ) (7), (8), (18), (21), (25) необходимо задать начальные условия, то есть значения независимых переменных в начальный момент времени $t = 0$: u_{pj0} , x_{pj0} , d_p и T_p .

При моделировании полагалось, что капли стартуют через три (по количеству форсунок) ввода типа «кромка конуса»: точки В старта капель равномерно распределены по окружности радиуса r с центром в точке А (рис. 2).

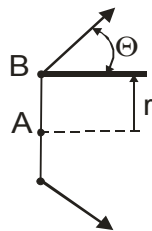


Рисунок 2 – Схема ввода капель

Начальные диаметры представительных капель d_p задавались по гистограмме начального распределения капель по размерам, построенной с помощью уравнения (1).

Начальная скорость капель полагалась равной скорости истечения жидкости из сопла форсунки. Начальная температура капель полагалась равной 20 °С.

Начальное направление вектора начальной скорости капель определялось по значению корневого угла факела распыливания.

Моделирование межфазного взаимодействия. Взаимодействие между фазами учитывается с помощью дискретной модели «частица–источник в ячейке», в соответствии с которой присутствие кап-

ли в потоке проявляется через дополнительные источники в уравнениях сохранения сплошной фазы [9]. Во время расчета траекторий капель отслеживаются импульс, масса и теплота, приобретаемые или теряемые «пакетом» капель, следующих вдоль данной траектории. Затем эти значения включаются в расчет газовой фазы в виде источниковых членов S_m , S_q , S_f в уравнениях газовой динамики [2]. Таким образом, поскольку газовая фаза уже оказывает воздействие на дисперсную фазу через уравнения (7), (8), (18), (21), (25), учитывается и обратное влияние дисперсной фазы на континуум. Это двухстороннее взаимодействие учитывается поочередным решением уравнений дисперсной и непрерывной фаз до тех пор, пока решения обеих фаз не установятся. Схема такой модели межфазного взаимодействия показана на рис. 3.

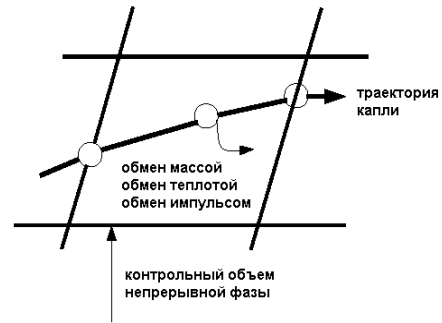


Рисунок 3 – Схема межфазного взаимодействия

Обмен массой. Перенос массы от дисперсной фазы к непрерывной фазе рассчитывается путем оценки изменения массы капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели. Это изменение массы рассчитывается как

$$\Delta S_m = \sum \left(\frac{\Delta m_p}{m_{p0}} \cdot \dot{m}_{p0} \right), \quad (26)$$

где Δm_p – изменение массы капли в контрольном объеме; m_{p0} – начальная масса капли; \dot{m}_{p0} – начальное значение массового расхода капель.

Обмен импульсом. Перенос импульса от непрерывной фазы к дисперсной фазе вычисляется путем оценки изменения импульса капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели. Это изменение импульса рассчитывается как:

$$\Delta S_{fi} = \sum \left(\frac{2\mu C_R \operatorname{Re}_p}{3\rho_p d_p^2} (u_{pi} - u_i) \cdot \dot{m}_p \Delta t \right), \quad (27)$$

где \dot{m}_p – массовый расход пара от капли; Δt – шаг по времени.

Теплообмен. Перенос тепла от непрерывной фазы к дисперсной фазе рассчитывается путем оценки изменения энтальпии капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели. Это изменение рассчитывается как:

$$\Delta S_q = \sum \left(\frac{\bar{m}_p}{m_{p0}} c_p \Delta T_p + \frac{\Delta m_p}{m_{p0}} \left(-L + \int_{T^0}^{T_p} c_{p,i}(T) dT \right) \cdot \dot{m}_{p0} \right), \quad (28)$$

где \bar{m}_p – средняя масса капли в контрольном объеме; c_p – теплоемкость капли; ΔT_p – изменение температуры капли в контрольном объеме; L – скрытая теплота испарения; $c_{p,i}$ – теплоемкость пара топлива; T_p – температура капли на выходе из контрольного объема; T – стандартная температура для энтальпии.

Таким образом, полученная математическая модель учитывает не только дисперсионную составляющую, но и межфазовое взаимодействие.

ВЫВОДЫ. Полученная математическая модель дисперсной составляющей охлаждения генераторного газа и межфазное взаимодействие позволяет описать особенности трехмерных процессов в камере охлаждения. В данной математической постановке, с учетом граничных условий, необходимо проводить численное моделирование оросительной системы охлаждения дымовых газов, снижения уровня диоксинов, образованных при утилизации отходов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Система управления экологической безопасностью при утилизации твердых бытовых и производственных отходов / В.Н. Кобрин, Н.В. Нечипорук.

рук, В.В. Вамболь // Экологічна безпека. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2014 (18). – С. 24–29.

2. Вамболь В.В. Математическое моделирование газовой фазы охлаждения генераторного газа установки утилизации отходов жизнедеятельности // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2014. – Вип. 6/2014 (89), част. 1. – С. 148–152.

3. Федоров Л.А. Диоксины как экологическая опасность: ретроспектива и перспективы // Распад и образование диоксина при горении отходов. – М.: Наука, 1994. – Т. 13, № 2. – С. 17–33.

4. Милош В.В. Диоксины и их потенциальная опасность в экосистеме «человек – окружающая среда» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://crowngold.narod.ru/articles/dioxini.htm>.

5. Вамболь С.А. Моделирование дисперсной фазы процесса установки водных завес в системах управления экологической безопасностью // Экологічна безпека. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (14). – С. 15–18.

6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

7. Костюк В.Е. К выбору аппроксимирующего выражения для коэффициента аэродинамического сопротивления капли // Науч.-метод. материалы по теории авиационных двигателей: сбор. науч. трудов. – Харьков: ХВВАИУ, 1988. – Вып. 6. – С. 13–21.

8. Массопередача / Т. Шервуд, Р. Пигфорд, Ч. Уилки. – М.: Машиностроение, 1988. – 600 с.

9. The particle-source-in-cell (PSICELL) model for gas-droplet flows / C.T. Crowe, M.P. Sharma, D.E. Stock // ASME Trans. J. Fluids Eng. – 1977. – PP. 325–332.

MATHEMATICAL MODELING OF DISPERSIBLE PHASE COOLING GENERATOR GAS PLANTS FOR UTILIZATION OF WASTE PRODUCTS

V. Vambol

National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute»

vul. Chkalova, 17, Kharkiv, 61070, Ukraine. E-mail: violavambol@gmail.com

Determined a mathematical model of the dispersible phase spray cooling of the product gas obtained in thermochemical pyrolysis furnace plasma afterburning. Not only a dispersible constituent but also interphase co-operation takes into account thus. The got mathematical model of dispersible constituent of cooling of generator gas and between phases co-operation allows to describe the features of three-dimensional processes in the chamber of cooling. In this mathematical raising, taking into account scope terms a leadthrough is possible numeral design of processes of cooling of smoke gases, that prevents formation of high-toxic matters.

Key words: ecological safety, recycle of waste, plasma gasification, mathematical modeling, spray cooling, dispersible phase.

REFERENCES

1. Kobrin, V.N., Nechiporuk, V.V., Vambol, V.V. (2014), “Control system of environmental safety during disposal of solid household and industrial waste”, *Scientific Journal “Environmental Safety”*, no. 2 (18), pp. 24–29.

2. Vambol, V.V. (2014), “Mathematical modeling of the gas phase cooling gas generator installation recycling wastes”, *Transaction of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy*, iss. 6 (89), part 1, pp. 148–152.

3. Fedorov, L.A. (1994), “Dioxins as an environmental hazard: Retrospect and Prospect”, *Decay and the formation of dioxin during combustion of waste*, vol. 13, no. 2, pp. 17–33.

4. Milosh, V.V. Dioxins and their potential threat to ecosystem «human–environment», access mode: <http://crowngold.narod.ru/articles/dioxini.htm>.

5. Vambol, S.A. (2012), “Modeling of the dispersed phase of the installation of water curtains in the control systems of ecological safety”, *Ecological safety*, iss. 2 (14), pp. 15–17.

6. Loytchyansky, L.G. (1978), *Meckanika zhidkosti a gaza* [Fluid Mechanics], Nauka, Moscow, USSR.

7. Kostyuk, V.E. (1988), “By choosing an approximating expression for the drag coefficient drops”, *Research and teaching materials on the theory of aircraft engines: a collection of scientific papers*, iss. 6, pp. 13–21.

8. Shervud, T., Pigford, R., Uilki, Ch. (1988), *Masoperedacha* [Mass transfer], Mashinostroyenie, Moscow, USSR.

9. Crowe, C.T., Sharma, M.P., Stock, D.E. (1977), “The particle-source-in-cell (PSICELL) model for gas-droplet flows”, *ASME Trans. J. Fluids Eng.*, pp. 325–332.

Стаття надійшла 25.03.2015.