

УДК 622.831.32

УЗАГАЛЬНЕНА УМОВА СТРАГУВАННЯ ТРІЩИНИ, ЩО ІНІЦІЙОВАНЕ КОЛИВАННЯМИ В ПОРОДНОМУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Ю. М. Головка, О. О. Сдвижкова, Д. В. Клименко

Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет»
просп. Д. Яворницького, 19, Дніпро, 49027, Україна. E-mail: dinklim@mail.ru

Виведено узагальнену умову страгування тріщини, що знаходиться під впливом квазістатичного, повільно змінюемого та гармонійно коливального напружень. Методологічною основою вирішення поставленого завдання є просторово-часовий підхід, який використовується в теорії крихкого руйнування. Досліджено залежності довжини стартуючої тріщини (критична довжина) від параметрів навантажень та характеристик середовища. Показана можливість та детально проаналізовані умови стрибка критичної довжини тріщини. У разі навантаження гірської породи такі умови можна розглядати як умови швидкого розвинення руйнування. Теоретична основа для критерію переходу породного масиву в критичний стан з точки зору безпеки динамічного явища розвинена недостатньо. Раніше було досліджено можливість страгування тріщини з урахуванням тільки напруження розтягування. У даній статті запропоновано узагальнену умову страгування тріщини при будь-якому напруженні в породному масиві. Результати, отримані при дослідженні умови страгування тріщини, можна використовувати для вдосконалення акустичного прогнозу газодинамічних явищ по амплітудно-частотних характеристиках.

Ключові слова: тріщина, страгування, амплітуда, коефіцієнт тріщиностійкості, критична довжина тріщини.

ОБОБЩЕННОЕ УСЛОВИЕ СТРАГИВАНИЯ ТРЕЩИНЫ, ИНИЦИИРОВАННОЕ КОЛЕБАНИЯМИ В ПОРОДНОЙ НАПРЯЖЕНО-ДЕФОРМИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Ю. Н. Головка, Е. А. Сдвижкова, Д. В. Клименко

Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет»
просп. Д. Яворницкого, 19, Днепр, 49027, Украина. E-mail: dinklim@mail.ru

Выведено обобщенное условие страгивания трещины, находящейся под влиянием квазистатического, нестационарного и гармонично колебательного напряжений. Методологической основой решения поставленной задачи является пространственно-временной подход, используемый в теории хрупкого разрушения. Исследованы зависимости длины стартующей трещины (критическая длина) от параметров нагрузок и характеристик среды. Показана возможность и детально проанализированы условия скачка критической длины трещины. При напряженном состоянии горной породы такие условия можно рассматривать как условия быстрого развития разрушения. Теоретическая основа для критерия перехода породного массива в критическое состояние с точки зрения опасности динамического явления развития недостаточна. Ранее была исследована возможность страгивания трещины с учетом только растягивающего напряжения. В данной статье предложено обобщенное условие страгивания трещины при любом напряжении в породном массиве. Результаты, полученные при исследовании данного условия, можно использовать для усовершенствования акустического прогноза газодинамических явлений по амплитудно-частотным характеристикам.

Ключевые слова: трещина, страгивание, амплитуда, коэффициент трещиностойкости, критическая длина трещины.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. При шахтному видобутку корисних копалин одна з найбільших небезпек є раптове катастрофічно швидке руйнування гірської породи. Прогноз та попередження таких динамічних прояв гірського тиску є актуальним науковим та практичним завданням, що спрямоване на безпеку праці в умовах шахти. Одним з методів прогнозу є аналіз акустичних сигналів, що генеруються в породному масиві видобувними механізмами (Правила ведення гірничих робіт на пластах схильних до газодинамічних явищ. Стандарт Мінвуглепрому України, 2005). Акустичний контроль стану вугільного пласта включає наступні основні стадії: зондування пласта акустичними сигналами, прийом сигналу, який вже пройшов через пласт і подальший його аналіз.

Теоретична основа для критерію переходу породного масиву в критичний стан з точки зору безпеки динамічного явища розвинена недостатньо. Аналіз спектрів різних інструментів (відбійного молотка, ріжучого органу очисного комбайна, бурового верстата) показав, що вони мало відрізняються.

Це означає, що джерелом коливань, що посилюються в масив, є не тільки самі ці інструменти, а й результати їх взаємодії з масивом, тобто процес руйнування порід. Таким чином, акустичні імпульси в твердому тілі генеруються порушеннями його цілісності, такими як дислокації і тріщини. Тріщини, які од початку присутні у породному середовищі, знаходяться під впливом двох видів навантаження. По-перше, це напружено-деформований стан масиву, що змінюється повільно в процесі гірничих робіт. По-друге, це коливання, що генеруються деяким зовнішнім для кожної індивідуальної тріщини джерелом і змінюються дуже швидко. Сумісна дія цих навантажень призводить до зростання тріщини та появи нових поверхонь ослаблення. Цей процес можна розглядати як передумову динамічного явища. Визначення умов, необхідних для збільшення розмірів тріщини (страгування тріщини), є важливим теоретичним кроком для підвищення надійності методів прогнозу динамічних явищ на основі аналізу акустичних сигналів, що реєструються в породному масиві.

Метою цієї статті є розробка узагальненої умови страгування (старту) тріщини, яке обумовлене коливаннями, що поширюються в гірській породі. Також вивчення впливу коливальних процесів на розвиток тріщини в попередньо напружено-деформованому середовищі. Отже, досліджуємо далі поведінку тріщини під впливом коливань.

МАТЕРІАЛ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Раніше [1] досліджена можливість страгування тріщини під дією напруження, що розтягує. У даній статті запропоновано узагальнену умову страгування тріщини при будь-якому (розтягуюче, стискує) напруженні в породному масиві. Тобто враховуємо знакозмінне поле напружень у породному середовищі. А також розглянуті залежності довжини стартової тріщини (критична довжина) від параметрів навантажень, характеристик середовища та зроблені певні висновки. Показана можливість та детально досліджені умови стрибка критичної довжини тріщини.

Будемо розглядати тріщину в безмежному просторі, що знаходиться в нестационарному полі напружень. Потрібно визначити умови навантаження, при яких розміри даної тріщини можуть збільшитися.

Як відомо, тріщина є порушенням суцільності середовища, що викликає концентрацію напружень в області, що примикає до її вершини. Згідно силового критерію розвитку тріщини величина напруження в вершині тріщини може перевищити межу міцності матеріалу (згідно критерію Ірвіна – перевищити граничне значення коефіцієнта інтенсивності напруження), в результаті чого відбувається зростання тріщини, створення умов для утворення нових тріщин і, як наслідок, руйнування певного обсягу матеріалу. Але ці критерії не враховують час процесу руйнування: найчастіше після досягнення певного критичного рівня локальної інтенсивності напружень руйнування відбувається не миттєво, а протягом часу τ (інкубаційний час). В роботі [2] запропоновано найбільш загальний критерій, заснований на просторово-часовому підході до опису руйнування:

$$\frac{1}{\tau \cdot d} \int_{x_0-d}^{x_0} \int_{t_0-\tau}^{t_0} \sigma_1(x, t) dt dx \geq \sigma_{1c}, \quad (1)$$

де $\sigma_1(x, t)$ – головне напруження; σ_{1c} – міцність на розрив; τ – часовий параметр, що характеризує затримку відгуку матеріалу, що руйнується на розглянутому структурному рівні (інкубаційний час); d – параметр довжини; x – координата уздовж осі, перпендикулярної головній напрузі; t – час; x_0, t_0 – координата точки та момент часу руйнування.

Введемо слідуєчи величини: коефіцієнт інтенсивності напруги $K_1(t)$, K_{1c} – критичне значення коефіцієнта інтенсивності напруги K_l [3]. Тоді розглянемо також структурно-часовий критерій руйнування [4, 5], що впливає з (1)

$$\frac{1}{\tau} \int_{t_0-\tau}^{t_0} K(t) dt \geq K_{1c}. \quad (2)$$

Коефіцієнт інтенсивності напружень висловимо через регулярне головне напруження σ_1 для дискової тріщини з характерним розміром (радіусом) l . Тоді з (2) отримаємо умову старту тріщини при даному рівні напруження:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t_0-\tau}^{t_0} \sigma_1(t) dt = \frac{\sqrt{\pi} \cdot K_{1c}}{2 \cdot \sqrt{l}}. \quad (3)$$

У загальному випадку в породному масиві, діють не тільки квазістатичні напруження, зміна яких в просторі і часі викликаються проведенням підземних виробок і здійсненням очисних робіт, а й знакозмінні напруження в пружних хвилях, що виникають при ударних впливах на масив і генеруються всередині масиву при його крихкому руйнуванні.

Напруження, нормальне площині тріщини, в околиці моменту страгування тріщини подаємо у вигляді:

$$\sigma_1(t) = \sigma_0 + k(t - t_0) + a \cdot \cos[2\pi\vartheta(t - t_0) + \varphi_0] \quad (4)$$

Тут $\sigma_0 + k(t - t_0)$ – складова напруження, що не пов'язана з коливаннями; $k = \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{t=t_0}$ – швидкість змінення квазістатичного напруження; a, ϑ, φ_0 – амплітуда, частота і фаза в момент страгування тріщини.

Підставляючи (4) в (3), після перетворень, отримаємо умову, що виконується в момент страгування тріщини з урахуванням впливу пружних коливань:

$$a \cdot \text{sinc}(\pi \cdot \tau \cdot \vartheta) \cos(\varphi_0 - \pi \cdot \tau \cdot \vartheta) + \sigma_0 - \frac{\tau \cdot k}{2} \geq \frac{\sqrt{\pi} \cdot K_{1c}}{2\sqrt{l}}.$$

Тут функція $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

Вибираючи значення фази $\varphi_0 = \pi \cdot \tau \cdot \vartheta - \pi \cdot \lfloor \tau \cdot \vartheta \rfloor$, при якому перший доданок в лівій частині досягає свого найбільшого значення, отримаємо:

$$a \cdot \text{sinc}(\pi \cdot \tau \cdot \vartheta) \cos(\pi \cdot \lfloor \tau \cdot \vartheta \rfloor) + \sigma_0 - \frac{\tau \cdot k}{2} \geq \frac{\sqrt{\pi} \cdot K_{1c}}{2\sqrt{l}}, \quad (5)$$

де $\lfloor \tau \cdot \vartheta \rfloor$ – ціла частина значення $\tau \cdot \vartheta$, що округлена до найближчого цілого в меншу сторону.

Перевагою умови (5) є можливість використання як при високих, так і при низьких (включаючи $\vartheta = 0$) частотах коливань.

Інкубаційний час τ не є однозначним параметром і його значення може по-різному вибиратися і інтерпретуватися [2, 6]. У будь-якому випадку τ слід розглядати (як зазначалося вище) як параметр, що характеризує затримку відгуку матеріалу, що руйнується, на розглянутому структурному рівні при нестационарному навантаженні. Коли критеріальне співвідношення виражено через повне напруження, параметр τ визначається як час передачі енергії між

сусідніми елементарними структурами руйнування з характерним розміром d . Якщо ж використовується тільки регулярна складова напруження, як в (3), то оцінити час відгуку можна на основі рішення задачі про падіння хвилі розширення на тріщину кінцевої довжини. Чисельне рішення такої задачі і його аналіз (Партон, Борисовський) показав, що коефіцієнт інтенсивності напруження в вершині тріщини монотонно зростає, досягаючи максимуму в момент приходу хвилі Релея з протилежної вершини, і далі коливається біля його стаціонарного значення. На цій підставі прийемо:

$$\tau = \frac{l}{c_R},$$

де c_R – швидкість хвилі Релея. Тоді, вводячи такі безрозмірні величини:

$$\text{приведена довжина тріщини } \bar{l} = \frac{l\vartheta}{c_R};$$

$$\text{приведена амплітуда коливання } \bar{a} = \frac{a}{|\sigma_0|};$$

приведений коефіцієнт зміни напружень у часі

$$\alpha = \frac{k}{|\sigma_0| \cdot \vartheta};$$

приведений показник тріщиностійкості:

$$K_{cv} = \frac{K_{1c}}{2 \cdot |\sigma_0|} \cdot \sqrt{\frac{\pi\vartheta}{c_R}} \quad (6)$$

перетворимо (5) до вигляду:

$$\bar{a} \sin c(\pi \cdot \bar{l}) \cos(\pi \lfloor \bar{l} \rfloor) \geq \frac{K_{cv}}{\sqrt{\bar{l}}} + \frac{\alpha \cdot \bar{l}}{2} - \text{sign}(\sigma_0) \quad (7)$$

де $\lfloor \bar{l} \rfloor$ – ціла частина значення \bar{l} , округлена до найближчого цілого в меншу сторону. Застосовуючи (6), передбачається, що $\sigma_0 \neq 0$, але (7) залишається чинним і коли $\sigma_0 = 0$.

Крім того, повинна виконуватися умова:

$$\frac{K_{cv}}{\sqrt{\bar{l}}} + \frac{\alpha \cdot \bar{l}}{2} - \text{sign}(\sigma_0) \geq 0 \quad (8)$$

Останнє обумовлено тим, що якщо умова (8) не виконується, страгування для тріщини відповідної довжини може статися і без впливу коливального навантаження.

Умова (7) і є узагальненою умовою страгування тріщини у породному напружено-деформованому середовищі. У статті [1] була пропонується умова страгування тріщини при дії лише розтягуючого напруження σ_0 , умова (7) діє для будь-яких (розтягуючих чи стискуючих) напруженнях.

Коли $K_{1c}, c_R, \sigma_0, k, \vartheta$ – постійні величини, тоді параметри K_{cv} та α також є постійними величинами.

Змінними в критеріальній умові (7) є тільки приведені довжина \bar{l} та амплітуда \bar{a} , тобто страгування тріщини з характерною довжиною \bar{l} визначається тільки амплітудою коливань \bar{a} . Зв'язок між зазначеними величинами може бути отримана як рішення рівняння (7).

З (7) отримаємо приведену амплітуду \bar{a} як функцію приведеної довжини тріщини:

$$\bar{a}(\bar{l}) = \frac{\frac{K_{cv}}{\sqrt{\bar{l}}} + \frac{\alpha \bar{l}}{2} - \text{sign}(\sigma_0)}{\sin c(\pi \bar{l}) \cos(\pi \lfloor \bar{l} \rfloor)}, \quad (9)$$

$$\text{де } \sin c(\pi \bar{l}) \cos(\pi \lfloor \bar{l} \rfloor) \neq 0 \quad (10)$$

і виконується умова (8). У той же час неоднозначність виразу (9) не дозволяє застосовувати його безпосередньо і вимагає проведення попереднього дослідження.

Зворотна залежність $\bar{l}(\bar{a})$ може бути також знайдена в результаті рішення трансцендентного рівняння (7). При цьому при будь-якому значенні наведеної амплітуди \bar{a} відповідне значення наведеної довжини \bar{l} визначається як найменший позитивний корінь (7), що задовольняє умові (8).

Далі будуть застосовуватися обидва зазначених підходу до визначення зв'язку між приведеною амплітудою \bar{a} і приведеною довжиною \bar{l} .

Дослідження умови страгування тріщини при постійному квазістатичному розтягуючому напруженні і гармонійному навантаженні. Спочатку розглянемо випадок, коли в околиці тріщини, крім коливального навантаження, діє тільки постійне розтягуючесь напруження, тобто в (4) $\sigma_0 > 0$ та $k = 0$. Відповідно, тоді $\text{sign}(\sigma_0) = 1$, $\alpha = 0$ і умови (7) і (9) приймають вигляд:

$$\bar{a} \sin c(\pi \cdot \bar{l}) \cos(\pi \lfloor \bar{l} \rfloor) \geq \left(\frac{K_{cv}}{\sqrt{\bar{l}}} - 1 \right) \quad (11)$$

$$\bar{a}(\bar{l}) = \frac{\cos(\pi \lfloor \bar{l} \rfloor)}{\sin c(\pi \cdot \bar{l})} \left(\frac{K_{cv}}{\sqrt{\bar{l}}} - 1 \right), \quad (12)$$

$$\text{де } \bar{l} \neq 1, 2, \dots \text{ и } 0 < \bar{l} \leq K_{cv}^2 \quad (13)$$

Графіки функції (12) при різноманітних значеннях величини K_{cv} , не враховуючи умову (13), не при усіх значеннях \bar{l} співпадають з фізичним змістом задачі. Графіки залежності амплітуди від критичної довжини тріщини $\bar{a}(\bar{l})$ (12) (рис. 1) відповідним чином скориговані до фізичного змісту задачі, щоб виконувалася умова (13). Залежності $\bar{a}(\bar{l})$ при показниках тріщиностійкості $K_{cv} \geq 1$ мають розрив в точці $\bar{l} = 1$, що бачимо з умови $\bar{l} \neq 1$ (13), та графічно мають вигляд, принаймні, двох гілок. Найбільш цікавий момент, коли точка, відповідна залежності $\bar{a}(\bar{l})$, переходить з однієї гілки на іншу. Тоді при відповідному значенні амплітуди критична

довжина тріщини змінюється стрибком. На скоригованому графіку залежності $\bar{a}(\bar{l})$ (рис. 1) цієї ситуації буде відповідати горизонтальний відрізок, який з'єднає точки на двох різних гілках функції (12), які лежать зліва та справа від прямої $\bar{l} = 1$. Координати лівого кінця даного відрізка (\bar{l}_-, \bar{a}_*) можна знайти як точку, в котрій похідна до лівої гілки (12) дорівнює нулю.

Враховуючи, що

$$\frac{d\bar{a}}{d\bar{l}} = \frac{\pi \cos(\pi \bar{l})}{2\sqrt{\bar{l}} \sin^2(\pi \bar{l})} \times \left\{ \sin(\pi \cdot \bar{l}) \cdot (K_{cv} - 2\sqrt{\bar{l}}) - 2\pi \bar{l} (K_{cv} - \sqrt{\bar{l}}) \cos(\pi \cdot \bar{l}) \right\}, \quad (14)$$

де $\bar{l} \neq 1$

$$\lim_{\bar{l} \rightarrow 1} \frac{d\bar{a}}{d\bar{l}} = \cos(\pi \bar{l}) \cdot \begin{cases} \text{sign}(K_{cv} - 1) \cdot \infty, & K_{cv} \neq 1 \\ \frac{1}{8}, & K_{cv} = 1 \end{cases},$$

для визначення приведеної довжини тріщини \bar{l}_- отримуємо трансцендентне рівняння:

$$\sin(\pi \bar{l}_-) \cdot (K_{cv} - 2\sqrt{\bar{l}_-}) - 2\pi \bar{l}_- \cdot (K_{cv} - \sqrt{\bar{l}_-}) \cos(\pi \bar{l}_-) = 0 \quad (15)$$

В якості \bar{l}_- слід брати найменший позитивний корінь рівняння (15). Підставляючи знайдене значення \bar{l}_- у вираз (12), знаходимо значення амплітуди \bar{a}_* , при котрій має місце стрибок критичної довжини тріщини. Для визначення абсциси правого кінця горизонтальної ділянки кривої \bar{l}_+ необхідно знайти абсцису точки перетину прямої $\bar{a} = \bar{a}_*$ з другою гілкою функції (12), тобто знайти найменше рішення трансцендентного рівняння (11), що більше 1.

Проведені розрахунки дозволяють побудувати шукану залежність $\bar{a}(\bar{l})$ для певних значень величини K_{cv} (рис. 1).

Попередньо при цьому до кожного параметру K_{cv} обчислюються найменша і найбільша критичні довжини тріщини при її стрибкоподібній зміні. Їх значення, а також відповідні амплітуди коливань наведені на рис. 2.

Безсумнівно, практичний інтерес має зворотна залежність $\bar{l}(\bar{a})$, тобто залежність критичної довжини тріщини від амплітуди. Вона може бути отримана обертянням залежності $\bar{a}(\bar{l})$. Однак, з огляду на те, що при цьому доводиться двічі наближено шукати коріння рівнянь, простіше відразу вирішувати трансцендентне рівняння (11) щодо приведеної амплітуди \bar{a} .

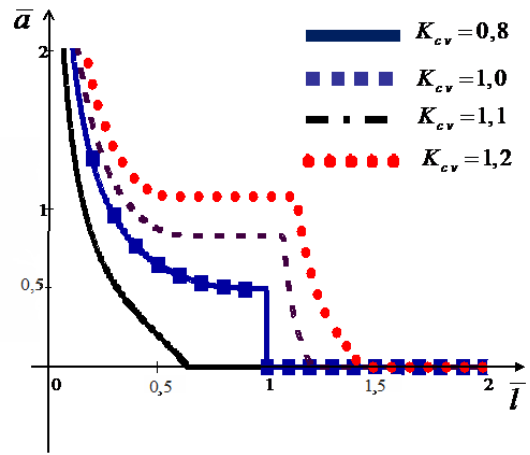


Рисунок 1 – Скореговані графіки залежності амплітуди коливань \bar{a} від критичної довжини тріщини \bar{l}

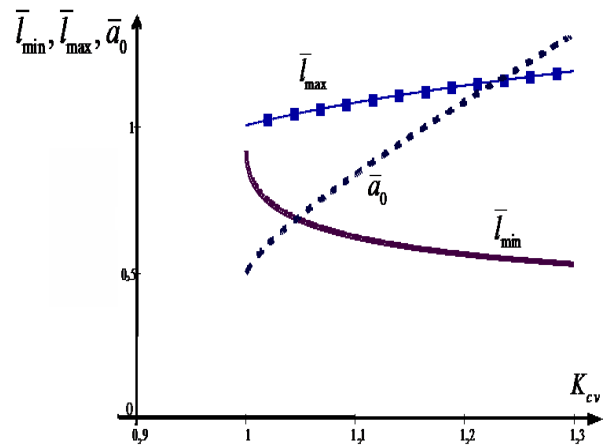


Рисунок 2 – Початкові і кінцеві значення критичної довжини тріщини при її стрибкоподібній зміні і амплітуда коливань, що викликали стрибок

З проведеного вище аналізу випливає, що для $K_{cv} \geq 1$ дані криві повинні мати вертикальні ділянки. При наближеному вирішенні рівняння відхилення від вертикалі можуть бути обумовлені недостатньою точністю обчислень.

Залежності $\bar{l}(\bar{a})$ для певних значень показника тріщиностійкості K_{cv} показані на рис. 3. З наведених графіків бачимо, що збільшення амплітуди коливань призводить до нестійкості тріщин (тобто виконання умов страгування) меншої довжини. Найбільш характерною є залежність, що отримана при $K_{cv} = 1$ з різким падінням критичної довжини тріщини \bar{l} , яке спостерігається після ділянки, що паралельна до осі абсцис. Значення амплітуд та відповідні критичні розміри тріщини (приведені) можна бачити також на рис. 3. При показнику тріщиностійкості $K_{cv} = 1$ зміна приведеної амплітуди коливань \bar{a} у два рази (з 0,4 до 0,8) призводить до зменшення приведеної критичної довжини тріщини \bar{l} майже у 3 рази.

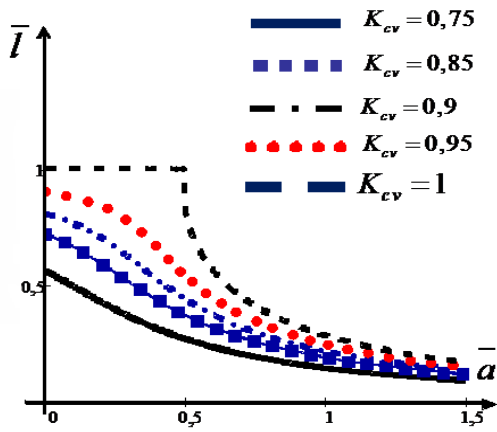


Рисунок 3 – Графіки залежності приведеної довжини тріщини $\bar{l}(a)$ при певних значеннях показника тріщиностійкості K_{cv}

З графіків функцій (рис. 3) ступінь зменшення критичної довжини тріщини при збільшенні амплітуди істотно залежить від значень показника тріщиностійкості.

Розглянемо випадок, коли стаціонарне розтягуюче напруження $\sigma_0 = 0$. Тоді з (12) з умовою, що $\sigma_0 = 0$, одержуємо:

$$\bar{a}(\bar{l}) = \frac{\pi K_{cv} \sqrt{\bar{l}} \cos(\pi \bar{l})}{\sin(\pi \cdot \bar{l})} \quad (17)$$

Графіки функції (17) стосовно двох значень параметру K_{cv} показані на рис. 4.

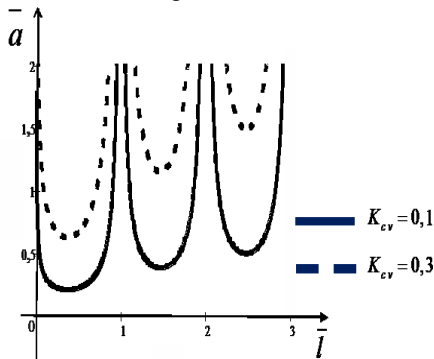


Рисунок 4– Графіки функції $\bar{a}(\bar{l})$ у випадку, коли стаціонарне напруження $\sigma_0 = 0$

Таблиця 1 – Значення характеристик в’язкості руйнування K_{Ic} , швидкість подовжніх хвиль C_p , коефіцієнта Пуассона ν , швидкість хвиль Релея c_R

Гірська порода	$K_{Ic}, \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$	$C_p, \text{м/с}$	ν	$C_R, \text{м/с}$	Джерела
Пісковик	0,36-1,42 (1,4*)	0,8-4,5 (3,5*)	0,1-0,3 (0,2*)	1954	[7],[8]
Вапняк	0,36-1,24 (1,2*)	1,0-5,5 (4*)	0,27	2073	[7]
Алевроліт	0,53	0,8-4,0 (3,2*)	0,17-0,25 (0,2*)	1786	[7], [9]
Кам’яне вугілля	0,27	0,8-2,5 (1,7*)	0,1	1012	[7], [8], [9]

* - значення, які взяти до розрахунків

Збільшення початкових стискаючих напружень, природно, призводять до необхідності збільшувати амплітуду коливань для створення умов страгування.

Аналіз впливу частоти коливань на можливе зростання тріщини (оцінка критичних значень). Значення параметру $K_{cv} = 1$ пропонуване як критичне [1]. Коли $K_{cv} = 1$, тоді критична довжина тріщини найбільш чутлива до зміни амплітуди коливань. Причому за таку чутливість можна казати не тільки, коли значення амплітуди фіксоване (амплітуда стрибка), але й на деякому інтервалу зміни амплітуди коливань, починаючи від нуля.

Усі проведені вище дослідження і висновки були зроблені, коли величини прийняти безрозмірними, тому необхідно оцінити діючи (розмірні) значення параметрів з метою визначити, чи можливо таке у реальних процесах гірського виробництва.

Згідно з (6), щоб перейти до розмірних величин треба надати значення в’язкості руйнування K_{Ic} та швидкості хвилі Релея c_R . Значення швидкості хвилі Релея обчислювалось за експериментально визначеною швидкістю подовжніх хвиль C_p та коефіцієнту Пуассона ν з застосуванням апроксимації $\frac{c_R}{C_s} = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}$ (Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах; Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике), де C_s – швидкість поперечних хвиль, тобто обчислювалось таким чином:

$$c_R = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2 \cdot (1 - \nu)}} \cdot \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} C_p$$

Застосовані параметри є характеристиками відповідних гірських порід та, взагалі, однозначно не визначені, тому що порода природно змінна. Тому значення, які в табл. 1, слід приймати як деяку оцінку відповідних величин.

Далі розглянемо пісковик та кам'яне вугілля, як породи, що найбільш відрізняються за своїми властивостями.

Залежності початкової l_0 і кінцевої l_N значень критичної довжини тріщини на стрибку та відповідні частоти коливань ϑ і амплітуди розраховані за формулами:

$$l(K_{cv}, \bar{l}, K_{1c}, \sigma_0) = \frac{\pi \cdot K_{1c}^2 \cdot \bar{l}}{4 \cdot \sigma_0^2 \cdot K_{cv}^2},$$

$$l_0(\sigma_0) = l(1; 1; K_{1c}; \sigma_0), l_N(\sigma_0) = l(1; 0,65; K_{1c}; \sigma_0),$$

$$\vartheta_N(K_{cv}, C_R, K_{1c}, \sigma_0) = \frac{4 \cdot C_R \cdot \sigma_0^2 \cdot K_{cv}^2}{\pi \cdot K_{1c}^2},$$

$$\vartheta(\sigma_0) = \vartheta_N(1, C_R, K_{1c}, \sigma_0).$$

Числові значення показані на рис. 5 і 6. Як аргумент тут прийнята стаціонарна складова напруження. Амплітуда коливань при цьому дорівнює $0,5\sigma_0$.

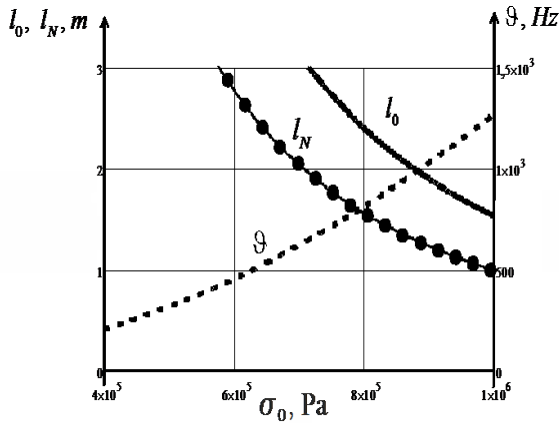


Рисунок 5 – Початкова і кінцева критичної довжини тріщини на стрибку та відповідна частота від стаціонарної складової напружень (пісковик)

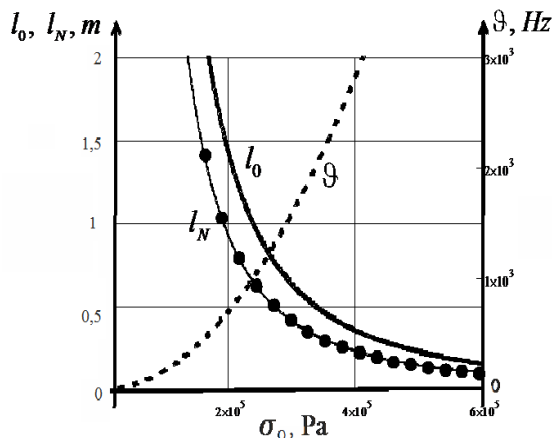


Рисунок 6 – Початкова і кінцева критичної довжини тріщини на стрибку та відповідна частота від стаціонарної складової напружень (кам'яне вугілля)

З даних графіків випливає, наприклад, що до кам'яного вугілля, коли початковий тиск усього $0,2 \text{ MPa}$ коливання з частотою 800 Hz та амплітудою $0,1 \text{ MPa}$ можуть призвести до стрибкоподібної зміни

критичної довжини тріщини с $1,5$ до $1,0 \text{ м}$. Іншими словами, коли амплітуда коливань у певний момент зросла до зазначеного рівня, то усі тріщини довжиною з 1 до $1,5 \text{ м}$ можуть почати зростати. У пісковика таке явище спостерігається під час більшої величини початкового тиску (1 MPa), але у всіх випадках значення розмірних величин цілком реальні (рис. 5).

Експериментально встановлено (Мирер, Масленников, Хмара) і нормативно визнано (Правила ведення гірничих робіт на пластах схильних до газодинамічних явищ. Стандарт Мінвуглепрому України, 2005), що дворазове збільшення амплітуди реєстрованих коливань на інтервалі $800 - 1200 \text{ Hz}$ є індикатором можливого динамічного прояву гірського тиску. Тому доцільно досліджувати, як змінюються розміри критичної тріщини (здатної почати рости), під час дворазового збільшення амплітуди коливань і які особливості змін, що відбуваються саме на цьому інтервалі частот. Підсумки таких розрахунків наведені на рис. 7 і 8. В обох випадках

$K_{cv} = 1$, а безрозмірна початкова амплітуда $\bar{a} = 0,35$.

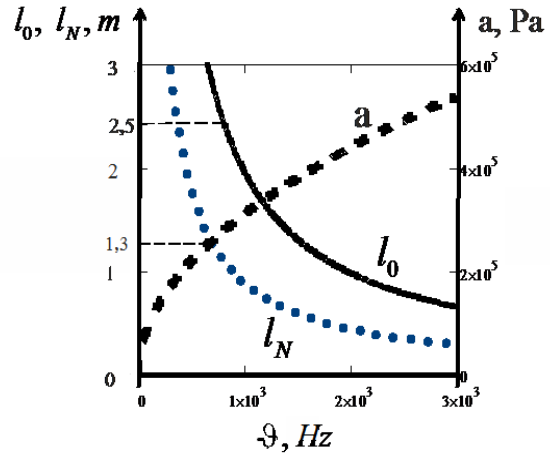


Рисунок 7 – Початкова і кінцева критичні довжини тріщини під час збільшенні амплітуди коливань у 2 рази і відповідна амплітуда в залежності від частоти (пісковик)

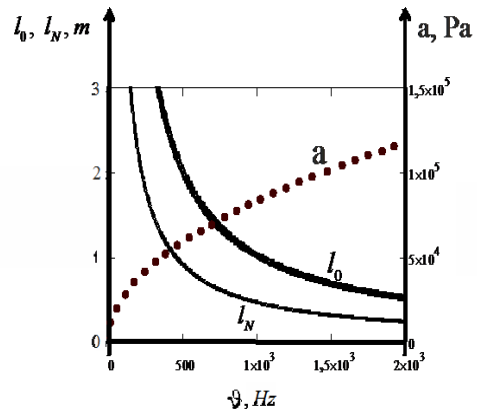


Рисунок 8 – Початкова і кінцева критичні довжини тріщини під час збільшенні амплітуди коливань у 2 рази і відповідна амплітуда в залежності від частоти (кам'яне вугілля)

Аналіз наведених графіків дозволяє в такий спосіб інтерпретувати небезпеку збільшення амплітуди коливань в зазначеному інтервалі частот. Розглянемо на рис. 7 та 8 інтервал, в якому частота нижче 1000 Hz. Значення можливих критичних довжин тріщин в цьому інтервалі зменшуються, але є досить великими для страгування тріщин (для пісковика це значення становить близько 1,3 м, для вугілля - близько 1,1 м). В цілому, в даному інтервалі частот значення критичних довжин тріщин, які страгуються, змінюються для пісковика від 1,3 м до 2,5 м, для кам'яного вугілля – від 1,1 м до 1,5 м. Кількість тріщин такої довжини незначне і ймовірність попадання їх в область з необхідною амплітудою коливань дуже мала. Коли значення частот більше 2000 Hz відмінність між початковою і кінцевою критичними довжинами тріщин помітно менше, тому ефект можливого розвитку тріщин також істотно менше. Крім того, для забезпечення умов страхування потрібна наявність значно більшої амплітуди коливань. Коли значення частот близькі до 1000 Hz, відмінність між початковою і кінцевою критичними довжинами тріщин збільшується в порівнянні з цією відмінністю призначеннях частот, які більше ніж 2000 Hz. Таким чином, значення частот в межах 1000 Hz в рамках викладених уявлень є компромісом між описаними ситуаціями. При цьому інтервал зміни значень критичної довжини тріщини досить великий (більше 1 м для пісковика і близько 0,5 м для вугілля), найменша критична довжина тріщини для пісковика - 0,7 м, для вугілля - 0,45 м і початкове напруження є цілком реальним (0,3 MPa для пісковика, 0,07 MPa для вугілля). Отримуємо, що при частоті близько 1000 Hz зміни значень критичних довжин тріщин значні.

У статті [10] зазначалося, що збільшення амплітуди коливань у 2 рази (приведена амплітуда змінюється з 0,4 до 0,8) веде до зменшення довжин тріщин, які страгуються, у 2-3 рази відносно дрібнозернистого пісковика. Розрахунки показали, що такий ефект спостерігається при пружних коливаннях в діапазоні частот 900-1200 Hz. Проведемо також аналітичні розрахунки, що підтверджують той факт, що пружні коливання в діапазоні частот 800 – 1200 Hz є «небезпечними» з точки зору стрибка критичної довжини тріщини, так як можуть викликати динамічні прояви гірського тиску. Розрахунки проведені для наступних гірських порід: вапняк, алевроліт (аргіліт), кам'яне вугілля.

Значення приведених довжин тріщин отримані, коли вирішувалось трансцендентне рівняння:

$$\bar{a} \cdot \sin c(\pi \bar{l}) - \left(\frac{K_{CV}}{\sqrt{\bar{l}}} - 1 \right) = 0$$

Параметр тріщиностійкості K_{CV} гірської породи та частота коливань ϑ визначалися з рівності (6). Результати були отримані для початкового розтягуючого напруження $\sigma_0 = 0,9 \text{ MPa}$, наведена амплітуда \bar{a} змінюється від 0,4 до 0,8.

Щодо вапняку збільшення амплітуди коливань у 2 рази веде до зменшення довжин тріщин, які страгуються, у 2-2,6 рази. Цей ефект спостерігається у діапазоні частот 890 – 1400 Hz.

Щодо алевроліту (аргіліту) збільшення амплітуди коливань у 2 рази веде до зменшення довжин тріщин, які страгуються, у 2,3 рази меншої довжини у діапазоні частот 2000–3000 Hz. При напруженні розтягу $\sigma_0 = 0,9 \text{ MPa}$ діапазон частот 900–1200 Hz можна вважати «безпечним» з точки зору стрибка критичної довжини тріщини.

Щодо кам'яного вугілля збільшення амплітуди в двічі веде до страгування тріщин в 1,67 разів меншою довжини в діапазоні частот 600–3600 Hz. Тобто діапазон частот 600–3600 Hz для кам'яного вугілля можна вважати «безпечним» з точки зору стрибка критичної довжини тріщини при початковому напруженні розтягу $\sigma_0 = 0,9 \text{ MPa}$ (рис. 6). Але ситуація докорінно змінюється, коли початкове розтягуюче напруження стає $\sigma_0 = 0,25 \text{ MPa}$. Збільшення амплітуди в двічі веде до страгування тріщин у 2-4 рази меншою довжини. Причому важливо зазначити (рис. 8): при частоті коливань $\vartheta = 1300 \text{ Hz}$ існує величина амплітуди коливань $\bar{a} = 0,8$ ($a = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) до досягнення якої критична довжина тріщини практично не змінюється при зростанні амплітуди $l \in [0,9 \text{ м}; 1,2 \text{ м}]$, а після досягнення різко падає, зменшуючись в 4 рази ($l = 0,29 \text{ м}$). Таким чином, для кам'яного вугілля вважаємо «небезпечним» діапазон частот 700 – 1400 Hz з точки зору стрибка критичної довжини тріщини, коли початкове розтягуюче напруження складає $\sigma_0 = 0,25 \text{ MPa}$, що демонструє рис. 6.

Зауважимо, що аналогічно у разі алевроліту (аргіліту), коли розтягуюче напруження σ_0 є меншим ніж розглянуте вище значення $\sigma_0 = 0,9 \text{ MPa}$, то діапазон «небезпечних» частот буде 900–1200 Hz з точки зору стрибка критичної довжини тріщини. Отже, аналітичні розрахунки і графічні дослідження підтверджують факт, що збільшення амплітуди коливань у двічі у діапазоні частот 800–1200 Hz веде до значного зменшення критичних довжин (стрибок) тріщин гірських порід, які страгуються.

ВИСНОВКИ.

1. Визначено узагальнену умову страгування (старту, ініціації) тріщини у безмежному просторі при гармонічному навантаженні. Дана умова пов'язує характерний розмір (радіус) дискової тріщини l , напруження у гірській породі σ_0 , амплітуду a частоту ϑ коливань. Умову страгування тріщини отримано за допомогою просторово-часового критерію руйнування Морозова Н. Ф. і Петрова Ю. В.

2. Досліджено узагальнену умову страгування тріщини при зміні вхідних параметрів. Встановлено,

що існують такі режими навантаження, під час яких критична довжина тріщини змінюється стрибком. Визначено параметри, при яких цей стрибок можливий. Ідентифікована ситуація, у якій для відповідного значення амплітуди критична довжина тріщини змінюється стрибком. Відзначено вплив значення початкового розтягуючого напруження σ_0 на стрибкоподібну зміну довжин тріщин.

3. Побудовані графіки залежності критичної довжини тріщини $\bar{l}(\bar{a})$ від амплітуди при різних значеннях величини K_{CV} , яка пов'язана з тріщиностійкістю гірської породи та стаціонарним напруженням.

4. Обчислені критичні довжини l тріщин при конкретних умовах в породному масиві. Визначено діапазони частот гармонійних коливань в деяких гірських породах (дрібнозернистий пісковик, вапняк, алевроліт, кам'яне вугілля), в яких спостерігається страгування «коротких» тріщин.

5. Аналіз впливу частоти коливань на можливе зростання тріщин дозволив інтерпретувати небезпеку збільшення амплітуди коливань в деякому зазначеному інтервалі частот для конкретної гірської породи (дрібнозернистий пісковик, алевроліт, вапняк, кам'яне вугілля). Наприклад, для кам'яного вугілля при початковому тиску $0,2 \text{ MPa}$ коливання (частота 800 Hz) з амплітудою $0,1 \text{ MPa}$ можуть привести до стрибкоподібної зміни критичної довжини тріщини з $1,5 \text{ м}$ до $1,0 \text{ м}$. У випадку пісковика аналогічне явище спостерігається при більшій величині початкового тиску $\sigma_0 = 1 \text{ MPa}$, але у всіх випадках значення розмірних величин цілком реальні.

ЛИТЕРАТУРА

1. Определение условий страгивания трещин, инициированного колебаниями в породной напру-

женно-деформированной среде / Ю.Н. Головки, Е.А. Сдвижкова, И.В. Кондратюк // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Випуск 4/2014(87). – С. 100–104.

2. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. Проблемы динамики разрушения твердых тел // СПб.: Из-во Санкт-Петербургский университет, 1997. – 132 с.

3. Иванов Д.А., Ситников И.А., Шляпин С.Д. Дисперсно-упрочненные волокнистые и слоистые неорганические композиционные материалы: Учебное пособие. Под редакцией ак. РАН Ильина А.А. – М.: МГИУ, 2010.– 230 с.

4. Morozov N.F., Petrov Y.V. Dynamics of fracture. – Springer, 2000. – 98 p.

5. Распространение трещины при динамическом разрушении полиметилметакрилата / С.А. Атрошенко, С.И. Кривошеев, А.Ю. Петров // Журнал технической физики, 2002. – Том 72, Вып. 2. – С. 62–69.

6. Каштанов А.В., Петров Ю.В. Континуальный подход к описанию процесса динамического разрушения. Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород. Сб. статей к 75-летию Е.И. Шемякина. Под ред. Д.Д. Ивлева и Н.Ф. Морозова. – М.: Физматлит, 2006. – 864 с.

7. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика – Москва, Недра, 1999 – 447 с.

8. Геомеханические процессы в породных массивах / А.Н. Шашенко, Т. Майхерчик, Е.А. Сдвижкова. – Днепропетровск: НГУ, 2005. – 320 с.

9. Marcote A., Mavko G. and Prasad M. Dynamic elastic properties of coal – Geophysics, vol. 75, No. 6 (November-December 2010) – p. E227 – p.E234.

10. Pivnyak G. G., Sdvyzhkova G. G., Dychkovskiy R.O., Golovko Yu. N. Acoustic method for structural and stress changes prognosis in rock mass. Wrocław: Cuprum – Czasopis monaukowo-technicznego rnicztwarud, № 4 (77), 2015, pp. 89–95.

GENERALIZED CRITERION OF CRACK INITIATION IN TERMS OF OSCILLATIONS IN STRESS STRAIN ROCK MASS

Yu. Golovko, E. Sdvyzhkova, D. Klymenko

State High Educational Establishment «National mining university»
prosp. D. Yavornytskyu, 19, Dnepr, 49027, Ukraine. E-mail: dinklim@mail.ru

Purpose. To develop a generalized criterion of the crack initiation in terms of oscillations, which are distributed in the rock mass. To study the influence exerted on the cracks development in terms of oscillatory processes in stress strain rock mass. **Methodology.** The methodological basis of the solution of the problem is the space-time criterion used in the theory of brittle fracture. **Results.** We have derived a generalized criterion of the crack initiation at changing the parameters are in this criterion. The crack is influenced by a harmonic oscillating stresses. We have investigated the function of the length of the crack, which initiated (the critical length), from the stress parameters and characteristics of the rock mass. We have shown the ability and analyzed the conditions of a jump of the critical crack length. Such conditions in the case of the rock stress can be regarded as the rapid development of the rock breaking. We have proposed a generalized criterion of the crack initiation, which takes into account the physical characteristics of the rock mass and the stress parameters, in order to evaluate the possibility of such a situation. **Originality.** The theoretical basis for the transition criterion of rock mass in a critical state is not sufficiently developed in terms of the danger of dynamic phenomena (sudden outburst of the coal and gas, rock burst). Earlier we have investigated the possibility of the crack initiation at tensile load (2014). In this paper, we have proposed a generalized criterion of the crack initiation at any load in the rock mass. **Practical value.** The results obtained in the study of a criterion of the crack initiation, can be used to improve the acoustic forecast of the gas-dynamic phenomena on the amplitude-frequency characteristics. For this purpose, we have defined ranges frequencies of the harmonic oscillation for some rocks (grained sandstone, limestone,

aleurolite, coal) in which there is the initiating of "short" cracks. Also we have defined the real conditions (for coal), in which a slight change in the oscillation amplitude in the rock mass leads to the effect of changes in the lengths of the cracks in the form of jump.

Key words: crack, crack initiation, amplitude, crack resistance coefficient, critical crack length.

REFERENCES

1. Golovko, Yu., Sdvizhkova, E., Kondratuk, I. (2014), Studying a crack initiation in terms of elastic oscillations in stress strain rock mass. *Visnyk Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyy National University*. Issue 4 (87). p. 100-104.
2. Morozov, N., Petrov, Yu. (1997), *The problems of the solids destruction dynamics*. Publishing by St-Petersburg University. 132 p.
3. Ivanov, D. A., Sitnikov, I. A., Shlyapin, S. D. (2010), *Dispersion-strengthened fibrous and layered inorganic composite materials: a training manual*. Edited by the ac. RAS Ilyin A. A. M. : MGIU. 230 p.
4. Morozov, N.F., Petrov, Y.V. (2000), *Dynamics of fracture*. Springer. P. 98.
5. Atroshenko, S., Krivosheev, S., Petrov, A. (2002), Crack propagation at dynamic destruction of the polymethylmethacrylate. *Journal of technic physics*. Vol. 72, №2. p.62-69.
6. Kashtanov, A. V., Petrov, Y. V. (2006), Continual approach to the description of the dynamic destruction process. *Problems of the deformable solids and rocks mechanics*. Collection of the articles on the 75th anniversary of the Shemyakin E. I. Edited by the Ivlev D. D. and Morozov N. F. M. : Fizmatlit. 864 p.
7. Nikolaevskyy, V. *Geodynamics and fluid dynamics* (1999), Moscow: Nedra. 447 p.
8. Shashenko, A., Mayherchyk, T., Sdvizhkova, E. (2005), *Geodynamic processes in rock masses*. Dnepropetrovsk: NMU. 320 p.
9. Marcote, A., Mavko, G. and Prasad, M. (2010), Dynamic elastic properties of coal - *Geophysics*. Vol. 75, №6. p. E227- E234.
10. Pivnyak, G., Sdvizhkova, E., Dychkovskiy, R., Golovko, Yu. (2015), Acoustic method for structural and stress changes prognosis in rock mass. *Wroclaw: Cuprum. Czasopis monaukowo-technicznego rniactwarud*, №4 (77), pp. 89-95.

Стаття надійшла 06.02.2017.