

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА С ОДНОСТОРОННИМ НАРАЩИВАНИЕМ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА

Асадов Эльчин Зирадин оглы

Государственное Агентство по Надзору по Безопасности в Строительстве МЧС Азербайджанской Республики
ул. М. Мушвига, 501, г. Баку, 1073, Республика Азербайджан. E-mail: asadov_elchin@rambler.ru

Исследован железобетонный элемент прямоугольного профиля, усиленный в растянутой зоне наращиванием, с применением нелинейной деформационной модели с учетом нелинейных длительных процессов, происходящих в бетоне. Принятое нелинейное уравнение ползучести бетона при сжатии учитывает как нелинейность упруго мгновенных деформаций, так и нелинейность длительных деформаций. Для старого бетона, принимая меру ползучести разностного типа, интегральное нелинейное уравнение ползучести представлено в форме нелинейного дифференциального уравнения первого порядка. В соответствии с традиционными гипотезами, применяемые при расчете изгибаемых железобетонных элементов с учетом упруго пластической работы арматуры, решение задачи сведено к решению задачи Коши для нелинейной системы дифференциальных уравнений первого порядка. Построенная разрешающая система нелинейных дифференциальных уравнений решается численно с привлечением метода Рунге-Кутты четвертого порядка. При этом численно легко учитывается увеличение во времени модуля упруго мгновенных деформаций и прочности бетона. С применением разработанной методики на основании численных экспериментов показана эффективность предложенного способа расчета.

Ключевые слова: ползучесть, бетон, арматура, относительная высота.

РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННОГО ЕЛЕМЕНТУ З ОДНОСТОРОННІМ НАРОЩУВАННЯМ З ВРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОЇ ПОЛЗУЧОСТІ БЕТОНУ

Асадов Эльчин Зирадин оглы

Державна Агенція за Наглядом за Безпекою у Будівництві МЧС Республіки Азербайджан
вул. М. Мушвига, 501, м. Баку, 1073, Республіка Азербайджан. E-mail: asadov_elchin@rambler.ru

Досліджено залізобетонний елемент прямокутного профілю, посилений у розтягнутій зоні нарощуванням, із застосуванням нелінійної деформаційної моделі з урахуванням нелінійних тривалих процесів, що відбуваються у бетоні. Прийняте нелінійне рівняння повзучості бетону при стискуванні враховує як нелінійність пружно миттєвих деформацій, так і нелінійність тривалих деформацій. Для старого бетону з урахуванням міри повзучості різницевого типу, інтегральне нелінійне рівняння повзучості приведено у формі нелінійного диференційного рівняння першого порядку. З урахуванням традиційних гіпотез, що застосовуються при розрахунку залізобетонних елементів, що вигинаються, з приєднанням пружно пластичної роботи арматури, розв'язання задачі зведено до вирішення задачі Коші для нелінійної системи диференційних рівнянь першого порядку. Побудована роздільна система нелінійних диференційних рівнянь вирішується чисельно із залученням методу Рунге-Кутта четвертого порядку. Так як задача вирішується чисельно, то легко враховується збільшення в часі модулю пружно миттєвих деформацій і міцності бетону. Із застосуванням розробленої методики на базі чисельних експериментів показано ефективність запропонованої методики розрахунку.

Ключові слова: повзучість, бетон, арматура, відносна висота.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Последнее время интенсивно развиваются методы расчета усиливаемых и реконструируемых конструкций [1, 2]. Это связано с тем, что бурное развитие технологий вызывает необходимость реконструкции и усиления существующих зданий и сооружений. Традиционные методики расчета железобетонных конструкций не пригодны для любого уровня нагружения. Поэтому в последние десятилетия интенсивно развивается нелинейная деформационная модель расчета железобетонных конструкций [3–6] с применением реальных нелинейных диаграмм [7, 8]. Отличительной особенностью обычных и усиленных железобетонных конструкций является то, что на формирование напряженно деформированного состояния сильное влияние оказывает ползучесть бетона [3, 7, 9, 11, 13]. При нелинейной ползучести построение аналитического решения не представляется возможным. Поэтому при решении подобных задач применяются различные численные методы

математического анализа [9, 10, 12]. Вышеизложенное позволяет констатировать, что разработка эффективной численной методики расчета усиливаемых изгибаемых элементов железобетонных конструкций с учетом нелинейной ползучести бетона является актуальной задачей теории железобетонных конструкций.

Целью работы является разработка с применением нелинейной деформационной модели эффективной численной методики расчета усиленных односторонним наращиванием изгибаемого железобетонного элемента прямоугольного профиля с учетом нелинейных длительных процессов, происходящих в бетоне, когда упруго мгновенное деформирование бетона также нелинейно.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Рассмотрим железобетонный элемент, прямоугольного профиля, усиленный в растянутой зоне односторонним наращиванием [1, 2] (рис. 1).

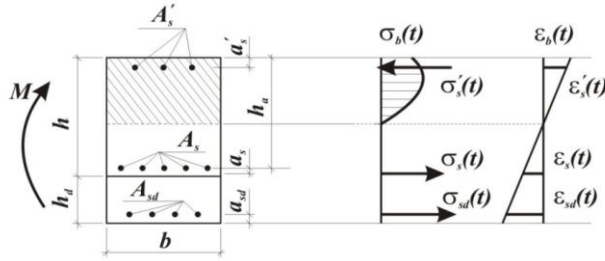


Рисунок 1 – Расчетная схема железобетонного элемента с односторонним наращиванием

Уравнение ползучести бетона при сжатии, учитывая нелинейность как мгновенного, так и длительного деформирования, было предложено

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t)}{E_b(t)} \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_1} \right] - \int_{t_0}^t \sigma_b(\tau) \cdot \left[1 + \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_b(\tau)}{R_b(\tau)} \right)^{m_2} \right] \cdot \frac{\partial C^*(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

Для достаточно зрелого бетона меру ползучести можно принимать в виде [7, 8, 9, 11, 13]:

$$C(t, \tau) = C_0 \cdot (1 - e^{-\gamma(t-\tau)}) \quad (2)$$

известным специалистом по нелинейной теории деформирования бетона В.М. Бондаренко [3–6] и аналитическая зависимость этой теории имеет вид:

Так как для зрелого бетона можно пренебречь увеличением во времени модуля упругости и прочностью, т.е. принимая $E_b(\tau) = E_b = const$ и $R_b(\tau) = R_b = const$, интегральное уравнение нелинейно-наследственной ползучести бетона (1) удастся представить в следующей дифференциальной форме:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_b(t) + \gamma \cdot \varepsilon_b(t) = & \frac{\dot{\sigma}_b(t)}{E_b} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot (m_1 + 1) \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b} \right)^{m_1} \right] + \\ & + \sigma_b(t) \cdot \frac{\gamma}{E_b} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b} \right)^{m_1} \right] + \gamma \cdot C_0 \cdot \sigma_b(t) \cdot \left[1 + \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b} \right)^{m_2} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Данное дифференциальное уравнение должно удовлетворять следующему начальному условию

$$\varepsilon_b(t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} \cdot \left[1 + \eta_1 \cdot \left(\frac{\sigma_b(t_0)}{R_b(t_0)} \right)^{m_1} \right] \quad (4)$$

С применением деформационной модели [7, 8], принимая для арматурных стержней двухлинейную диаграмму деформирования, для напряжений в арматурных стержнях имеем выражения:

$$\begin{aligned} \sigma'_s(t) = & \begin{cases} E'_s \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right); & \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| \leq \varepsilon'_{s,m}; \\ R'_s; & \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| > \varepsilon'_{s,b} \end{cases} \\ \sigma_s(t) = & \begin{cases} E_s \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1); & \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| \leq \varepsilon_{s,m}; \\ R_s; & \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| > \varepsilon_{s,m} \end{cases} \\ \sigma_{sd}(t) = & \begin{cases} E_{sd} \cdot \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right); \\ \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| \leq \varepsilon_{sd,m} \\ R_{sd}; & \text{нпу} \quad \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| > \varepsilon_{sd,m} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда для нормальной силы и изгибающего момента в арматурных стержнях имеем

$$\begin{aligned} N_{s,tor}(t) &= N'_s(t) - N_s(t) - N_{sd}(t) = \sigma'_s(t) \cdot A'_s + \sigma_s(t) \cdot A_s + \sigma_{sd}(t) \cdot A_{sd}; \\ M_{s,tor}(t) &= M'_s(t) - M_s(t) - M_{sd}(t) = \sigma'_s(t) \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) - \sigma_s(t) \cdot A_s \cdot (h_d + a_s - a_{sd}) \end{aligned}$$

Вводя параметр полноты эпюры напряжений [4, 5] для главного вектора и главного момента сжимающих напряжений в бетоне, можно записать:

$$\begin{aligned} n_{\sigma}(t) &= 1 - (1 - f_0) \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b(t)} \right)^{m_{\sigma}}; \\ N_b(t) &= b \cdot h_0 \cdot \frac{\sigma_b(t) \cdot \xi(t)}{n_{\sigma}(t) + 1}; \\ M_b(t) &= b \cdot h_0^2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \left[\frac{\xi(t) \cdot (1 - \xi(t))}{n_{\sigma}(t) + 1} + \frac{\xi^2(t)}{n_{\sigma}(t) + 2} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда уравнения равновесия для рассматриваемого комплексного сечения примет вид:

$$\begin{aligned} N_b(t) + N_{s,tot}(t) &= 0; \\ M_b(t) + M_{s,tot}(t) &= M(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Так как основное уравнение нелинейной ползучести дифференциальное, уравнение первого порядка продифференцируем, полученные выше зависи-

мости присоединим к дифференциальному уравнению ползучести. Тогда получим:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}'_s(t) &= A_1 \cdot \dot{\varepsilon}_b(t) + A_2 \cdot \dot{\xi}(t); \\ \dot{\sigma}_s(t) &= A_3 \cdot \dot{\varepsilon}_b(t) + A_4 \cdot \dot{\xi}(t); \\ \dot{\sigma}_{sd}(t) &= A_5 \cdot \dot{\varepsilon}_b(t) + A_6 \cdot \dot{\xi}(t); \\ \dot{N}_{s,tot}(t) &= \dot{\sigma}'_s(t) \cdot A'_s + \dot{\sigma}_s(t) \cdot A_s + \dot{\sigma}_{sd}(t) \cdot A_{sd}; \\ \dot{M}_{s,tot}(t) &= \dot{\sigma}'_s(t) \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) - \\ &\quad - \dot{\sigma}_{sd}(t) \cdot A_{sd} \cdot (h_d + a_s - a_{sd}) \\ \dot{n}_{\sigma}(t) &= A_7 \cdot \dot{\sigma}_b(t) + A_8; \\ \dot{N}_b(t) &= A_9 \cdot \dot{\sigma}_b(t) + A_{10} \cdot \dot{\xi}(t) - A_{11} \cdot \dot{n}_{\sigma}(t); \\ \dot{M}_b(t) &= A_{12} \cdot \dot{\sigma}_b(t) + A_{13} \cdot \dot{\xi}(t) - A_{14} \cdot \dot{n}_{\sigma}(t); \\ \dot{N}_b(t) + \dot{N}_{s,tot}(t) &= 0; \\ \dot{M}_b(t) + \dot{M}_{s,tot}(t) &= \dot{M}(t); \\ \dot{\varepsilon}_b(t) &= A_{15} \cdot \dot{\sigma}_b(t) + A_{16}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{cases} \frac{\partial \sigma'_s(t)}{\partial \varepsilon_b(t)} = \frac{E'_s}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right); \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| \leq \varepsilon'_{s,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| > \varepsilon'_{s,m} \end{cases}; \\ A_2 &= \begin{cases} \frac{\partial \sigma'_s(t)}{\partial \xi(t)} = E'_s \cdot \varepsilon_b(t) \cdot \frac{a'_s}{h_0 \cdot \xi^2(t)}; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| \leq \varepsilon'_{s,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a'_s}{h_0} \right) \right| > \varepsilon'_{s,m} \end{cases}; \\ A_3 &= \frac{\partial \sigma_s(t)}{\partial \varepsilon_b(t)} = \begin{cases} \frac{E_s}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1); \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| \leq \varepsilon_{s,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| > \varepsilon_{s,m} \end{cases}; \\ A_4 &= \frac{\partial \sigma_s(t)}{\partial \xi(t)} = \begin{cases} \frac{E_s \cdot \varepsilon_b(t)}{\xi^2(t)}; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| \leq \varepsilon_{s,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot (\xi(t) - 1) \right| > \varepsilon_{s,m} \end{cases}; \\ A_5 &= \begin{cases} \frac{E_{sd}}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right); \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| \leq \varepsilon_{sd,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| > \varepsilon_{sd,m} \end{cases}; \\ A_6 &= \begin{cases} \frac{E_{sd} \cdot \varepsilon_b(t)}{\xi^2(t)} \cdot \left(1 + \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} \right); \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| \leq \varepsilon_{sd,m} \\ 0; \text{ npu } \left| \frac{\varepsilon_b(t)}{\xi(t)} \cdot \left(\xi(t) - \frac{a_s + h_d - a_{sd}}{h_0} - 1 \right) \right| > \varepsilon_{sd,m} \end{cases}; \end{aligned}$$

$$A_7 = -(1 - f_0) \cdot \left(\frac{\sigma_b(t)}{R_b} \right)^{m_\sigma - 1} \cdot \frac{1}{R_b}; \quad A_8 = 0; \quad ; \quad f_2(t) = \frac{B_{13} \cdot B_{18} - B_{15} \cdot B_{16}}{B_{13} \cdot B_{17} - B_{14} \cdot B_{16}} \quad (11)$$

$$A_{12} = b \cdot h_0^2 \cdot \left[\frac{\xi(t) \cdot (1 - \xi(t))}{n_\sigma(t) + 1} + \frac{\xi^2(t)}{n_\sigma(t) + 2} \right],$$

$$A_{10} = b \cdot h_0 \cdot \frac{\sigma_b(t)}{n_\sigma(t) + 1}; \quad A_{11} = b \cdot h_0 \cdot \frac{\sigma_b(t) \cdot \xi(t)}{(n_\sigma(t) + 1)^2}$$

$$A_9 = b \cdot h_0 \cdot \frac{\xi(t)}{n_\sigma(t) + 1};$$

$$A_{13} = b \cdot h_0^2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \left[\frac{1 - 2\xi(t)}{n_\sigma(t) + 1} + \frac{2\xi(t)}{n_\sigma(t) + 2} \right];$$

$$A_{14} = b \cdot h_0^2 \cdot \sigma_b(t) \cdot \left[\frac{\xi(t) \cdot (1 - \xi(t))}{(n_\sigma(t) + 1)^2} + \frac{\xi^2(t)}{(n_\sigma(t) + 2)^2} \right]. \quad (9)$$

Так как полученная нелинейная система дифференциальных уравнений линейна относительно производных, она легко приводится к нормальной форме [10,12]:

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_b(t) = f_1(t) \\ \dot{\xi}(t) = f_2(t) \\ \dot{\varepsilon}_b(t) = A_{15} \cdot f_1(t) + A_{16} \\ \dot{n}_\sigma(t) = A_7 \cdot f_1(t) + A_8 \\ \dot{\sigma}'_s(t) = A_1 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_2 \cdot f_2(t) + A_1 \cdot A_{16} \\ \dot{\sigma}_s(t) = A_3 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_4 \cdot f_2(t) + A_3 \cdot A_{16} \\ \dot{\sigma}_{sd}(t) = A_5 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_6 \cdot f_2(t) + A_5 \cdot A_{16} \\ \dot{N}_{s,tot}(t) = B_5 \cdot f_1(t) + B_2 \cdot f_2(t) + B_6 \\ \dot{M}_{s,tot}(t) = B_7 \cdot f_1(t) + B_4 \cdot f_2(t) + B_8 \\ \dot{N}_b(t) = B_9 \cdot f_1(t) + A_{10} \cdot f_2(t) - B_{10} \\ \dot{M}_b(t) = B_{11} \cdot f_1(t) + A_{13} \cdot f_2(t) - B_{12} \end{cases} \quad (10)$$

Здесь введены обозначения

$$B_1 = A_1 \cdot A'_s + A_3 \cdot A_s + A_5 \cdot A_{sd};$$

$$B_2 = A_2 \cdot A'_s + A_4 \cdot A_s + A_6 \cdot A_{sd};$$

$$B_3 = A_1 \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) - A_5 \cdot A_{sd} \cdot (h_d + a_s - a_{sd});$$

$$B_5 = B_1 \cdot A_{15}; \quad B_6 = B_1 \cdot A_{16};$$

$$B_4 = A_2 \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) - A_6 \cdot A_{sd} \cdot (h_d + a_s - a_{sd})$$

$$B_7 = B_3 \cdot A_{15}; \quad B_8 = B_3 \cdot A_{16};$$

$$B_9 = A_9 - A_7 \cdot A_{11}; \quad B_{10} = A_8 \cdot A_{11};$$

$$B_{11} = A_{12} - A_7 \cdot A_{14}; \quad B_{12} = A_8 \cdot A_{14};$$

$$B_{13} = B_5 + B_9; \quad B_{14} = B_2 + A_{10};$$

$$B_{15} = B_{10} - B_6; \quad B_{16} = B_7 + B_{11};$$

$$B_{17} = B_4 + A_{13}; \quad B_{18} = \dot{M}(t) + B_{12} - B_8;$$

$$f_1(t) = \frac{B_{15} \cdot B_{17} - B_{14} \cdot B_{18}}{B_{13} \cdot B_{17} - B_{14} \cdot B_{16}};$$

Более сокращенно данную систему можно представить в виде

$$\{\dot{X}\} = \{F(\{X\}, t)\} \quad (12)$$

Здесь

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} \sigma_b(t) \\ \xi(t) \\ \varepsilon_b(t) \\ n_\sigma(t) \\ \sigma'_s(t) \\ \sigma_s(t) \\ \sigma_{sd}(t) \\ N_{s,tot}(t) \\ M_{s,tot}(t) \\ N_b(t) \\ M_b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \\ x_8(t) \\ x_9(t) \\ x_{10}(t) \\ x_{11}(t) \end{Bmatrix};$$

$$\{F(\{X\}, t)\} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ A_{15} \cdot f_1(t) + A_{16} \\ A_7 \cdot f_1(t) + A_8 \\ A_1 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_2 \cdot f_2(t) + A_1 \cdot A_{16} \\ A_3 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_4 \cdot f_2(t) + A_3 \cdot A_{16} \\ A_5 \cdot A_{15} \cdot f_1(t) + A_6 \cdot f_2(t) + A_5 \cdot A_{16} \\ B_5 \cdot f_1(t) + B_2 \cdot f_2(t) + B_6 \\ B_7 \cdot f_1(t) + B_4 \cdot f_2(t) + B_8 \\ B_9 \cdot f_1(t) + A_{10} \cdot f_2(t) - B_{10} \\ B_{11} \cdot f_1(t) + A_{13} \cdot f_2(t) - B_{12} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

В начальный момент времени при $t = t_0$ решение строится по алгоритму, предложенному М.А. Гаджиевым [7]. Принимая шаг решения Δt для определения решения при $t = t_1 = t_0 + \Delta t$, нужно вычислить следующие четыре вектора коэффициентов [10, 12]:

$$\{K_1\} = \Delta t \cdot \{F(\{X\}_0, t_0)\};$$

$$\{K_2\} = \Delta t \cdot \left\{ F \left(\{X\}_0 + \frac{1}{2} \cdot \{K_1\}, t_0 + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\};$$

$$\{K_3\} = \Delta t \cdot \left\{ F \left(\{X\}_0 + \frac{1}{2} \cdot \{K_2\}, t_0 + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\};$$

$$\{K_4\} = \Delta t \cdot \{F(\{X\}_0 + \{K_3\}, t_0 + \Delta t)\}.$$

При этом в очередном шаге решение вычисляется по зависимости [10, 12]:

$$\{X\} = \{X\}_0 + \frac{1}{6} \cdot \{K_1\} + \frac{1}{3} \cdot \{K_2\} + \frac{1}{3} \cdot \{K_3\} + \frac{1}{6} \cdot \{K_4\}. \quad (14)$$

После чего принимая $t_0 = t_1$ и $\{X\}_0 = \{X\}$ решение продолжается.

Программа составлена на алгоритмическом языке TurboPascal ABC. С применением этой программы рассмотрен численный пример.

Пример. Рассмотрим железобетонный элемент, усиленный в растянутой зоне наращиванием при следующих данных: $R_b(t_0) = 17 \text{ МПа}$; $E_b(t_0) = 32500 \text{ МПа}$; $\eta_1 = 1,3$; $m_1 = 4,3$; $\eta_2 = 1,2$; $m_2 = 4,0$; $b = 40 \text{ см}$; $h = 60 \text{ см}$; $a'_s = a_s = a_{sd} = 5 \text{ см}$; $h_d = 20 \text{ см}$; $R_s = R'_s = R_{sd} = 350 \text{ МПа}$; армирование в сжатой зоне А 400 4 Ø 16 ; $A'_s = 8,04 \text{ см}^2$; в растянутой зоне А 400 4 Ø 32 ; $A_s = 32,17 \text{ см}^2$; в наращиваемой зоне А 400 4 Ø 25 ; $A_{sd} = 19,63 \text{ см}^2$; $\gamma = 0,03 \text{ суток}^{-1}$; $C_0 = 0,0000000975 \frac{\text{М}^2}{\text{кН}}$; $\beta_E = 0,575$; $\alpha_E = 0,072 \text{ суток}^{-1}$; $\beta_R = 0,585$; $\alpha_E = 0,076 \text{ суток}^{-1}$; $M = 507,45 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $t_0 = 28 \text{ суток}$.

На основании проведенных вычислений на нижеприведенных графиках (рис. 2, 3) представлены изменения некоторых параметров напряженно деформированного состояния по истечении времени.

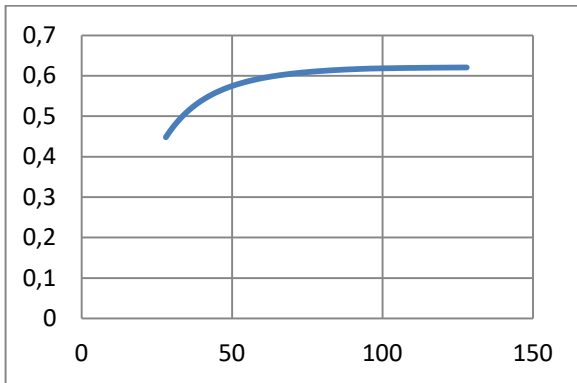


Рисунок 2 – График изменения относительной высоты сжатия сечения ζ в зависимости от времени t [сутки]

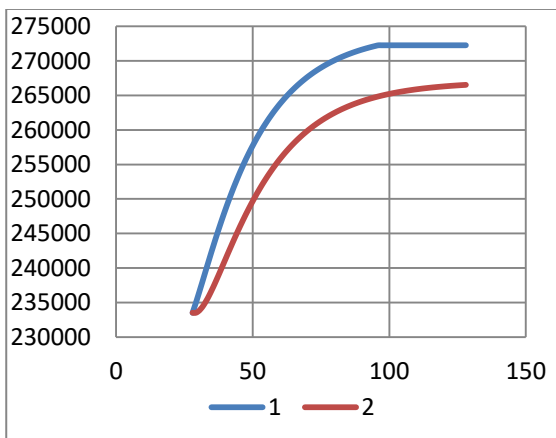


Рисунок 3 – График изменения напряжения $\sigma_{sd} \left[\frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \right]$ в арматуре наращиваемой части от времени t [сутки]

ВЫВОДЫ. В заключение отметим, что разработана эффективная численная методика расчета усиленных с односторонним наращиванием железобетонных элементов прямоугольного профиля по нормальным сечениям с учетом нелинейно наследственной ползучести бетона, которое позволяет проследить механизм перераспределения внутренних напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астафьев Д.О. Расчет реконструируемых железобетонных конструкций. – СПб.: СПбГАСУ, 1995. – 158 с.
2. Баранова Т.И., Гриньков В.Н., Лаврова О.В. Методы расчета и усиления железобетонных конструкций на основе аналоговых стержневых моделей. – Саратов, Изд-во СГТИ, 2003. – 276 с.
3. Беглов А.Д., Санжаровский Р.С. Теория расчета железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и стандарты. – М.-СПб.: АСВ, 2006. – 212 с.
4. Бондаренко В.М., Боровских А.В., Марков С.В., Римшин В.И. Элементы теории реконструкции железобетона / Под общ. ред. В.М. Бондаренко. – Н. Новгород: Нижегород. гос. архит.-строит. ун-в., 2002. – 190 с.
5. Бондаренко В.М. Некоторые фундаментальные вопросы развития теории железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2010. – № 2. – С. 5–11.
6. Бондаренко В.М., Иванов А., Байдин О.В., Царева А.В. Некоторые вопросы развития теории железобетона // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 4 (42). – С. 25–29.
7. Гаджиев М.А. Расчет армированных элементов строительных конструкций с применением реальных нелинейных диаграмм деформирования материалов. – Баку, 1996. – 266 с.
8. Гаджиев М.А., Алаева С.М., Гаджиева Г.М. Дискретная методика решения нелинейно наследственного интегрального уравнения ползучести бетона // Теоретическая и прикладная механика. – 2012. – № 1. – С. 65–70.
9. Галустов К.З. Нелинейная теория ползучести бетона и расчет железобетонных конструкций. – М.: Изд-во физ. мат. лит., 2006. – 248 с.
10. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – М.: Рипол Классик, 2013. – 437 с.
11. Крылов С.Б. Расчет железобетонных балок на основе теории упруго ползучего тела // Бетон и железобетон. – 2003. – № 5. – С. 23–25.
12. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304 с.
13. Яценко Е.А., Корнилова С.В., Бовин А.А., Соссу Г. Теория ползучести железобетонных конструкций. – Днепропетровск: Изд-во ПГАСиА, 2000. – 600 с.

**CALCULATION OF THE REINFORCED ELEMENTS IN ONE-SIDED EXPANSION
BY USING NONLINEAR CONCRETE CREEP EXTENTION**

Asadov Elchin Ziraddin oglu

MES of Azerbaijan Republic, State Agency for Control of the Construction Safety, General Administrative office for State Expertise

vul. M. Mushviga, 501, Baku, 1073, Republic of Azerbaijan. E-mail: asadov_elchin@rambler.ru

Purpose. The article investigates a reinforced concrete element of a rectangular profile, hardened in the stretched zone by upbuilding, using a nonlinear deformation model taking into account nonlinear sustained processes occurring in concrete. The adopted nonlinear equation for concrete under compression takes into account both the nonlinearity of the hardened instantaneous deformations and the nonlinearity of the long term deformations. For the old concrete, taking the measure of difference type creep, the integral nonlinear creep equation has been represented in the form of a first order nonlinear differential equation. Accepting the traditional hypotheses used in the calculation of bent reinforced concrete elements, taking into account the elastically plastic operation of the reinforcement, the solution of the problem has been reduced to solving the Cauchy problem for a nonlinear system of first-order differential equations. Further, the built resolving system of nonlinear differential equations has been solved numerically with the use of fourth-order Runge-Kutta method. Since the problem is solved numerically, the increase in the unit of time is easily accounted for elastically instantaneous deformation and strength of concrete. Using the developed method on the basis of numerical experiments it has been demonstrated the efficiency of the proposed calculation procedure.

Key words: creep, concrete, reinforcement, relative height.

REFERENCES

1. Astafiev, D.O. (1995), *Raschet rekonstruirovemykh zhelezobetonnykh konstruksiy* [Calculation of reconstructed reinforced concrete structures], SPb, SPbGASU, 158 p.
2. Baranova, T.I., Grinkov, V.N., Lavrova, O.V. (2003), *Metody rascheta i usileniya zhelezobetonnykh konstruksiy na osnove analogovykh sterzhnevyykh modely* [Methods for calculating and strengthening reinforced concrete structures based on analog rod models], Saratov, Publishing house SGTI, 276 p.
3. Beglov, A.D., Sanzharovsky, R.S. (2006), *Teoriya rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy na prochnost' i ustoychivost'. Sovremennyye normy i standarty* [Theory of calculating reinforced concrete structures for strength and stability. Modern Norms and Standards], M-Spb., 212 p.
4. Bondarenko, V.M., Borovskikh A.V., Markov, C.B., Rimshin, V.I. (2002), *Elementy teorii rekonstruksii zhelezobetona. Pod obshch. red. V.M. Bondarenko* [Elements of the theory of reinforced concrete reconstruction. Under the general editorship by V.M. Bondarenko], Nizhgorod State Architecture and construction Univ., 190 p.
5. Bondarenko, V.M. (2010), *Nekotoryye fundamental'nyye voprosy razvitiya teorii zhelezobetona* [Some fundamental questions of the development of reinforced concrete theory], *Construction mechanics of engineering structures and buildings*, No. 2, p. 5-11.
6. Bondarenko, V.M., Ivanov, A., Baidin, O.V., Tsareva, A.B. (2012), *Nekotoryye voprosy razvitiya teorii zhelezobetona* [Some questions of development of the theory of reinforced concrete], *Construction and reconstruction*, No. 4 (42), p. 25-29
7. Hajiyev, M.A. (1996), *Raschet armirovannykh elementov stroitel'nykh konstruksiy s primeneniym real'nykh nelineynykh diagramm deformirovaniya materialov* [Calculation of reinforced elements of building structures using real nonlinear diagrams of material deformation], Baku, 266 p.
8. Hajiyev, M.A., Alaeva, S.M., Hajiyeva, G.M. (2012), *Diskretnaya metodika resheniya nelineynogo nasledstvennogo integral'nogo uravneniya polzuchesti betona* [Discrete technique for solving a nonlinearly hereditary integral creep equation for concrete], *Theoretical and Applied Mechanics*, Baku, Vol.1, p. 65-70.
9. Galustov, K.Z. (2006), *Diskretnaya metodika resheniya nelineynogo nasledstvennogo integral'nogo uravneniya polzuchesti betona* [Nonlinear theory of creep of concrete and calculation of reinforced concrete structures], Publishing house fiz. mat. Lit., Moscow, 248 p.
10. Demidovich, B.P., Maron, I.A., Shuvalova, E.Z. (2013), *Chislennyye metody analiza. Priblizheniye funktsiy, differentsial'nyye i integral'nyye uravneniya* [Numerical methods of analysis. Approximation of functions, differential and integral equations], Ripol Classic, Moscow, 437 p.
11. Krylov, S.B. (2003), *Raschet zhelezobetonnykh balok na osnove teorii uprugogo polzuchego tela* [Calculation of reinforced concrete beams based on the theory of an elastically creeping body], *Concrete and reinforced concrete*, Vol. 5, p. 23-25.
12. Turchak, L.I., Plotnikov, P.V. (2003), *Osnovy chislennykh metodov* [Fundamentals of numerical methods], FIZMATLIT, Moscow, 304 p.
13. Yatsenko, E.A., Kornilova, S.V., Bovin, A.A., Sossu, G. (2000), *Teoriya polzuchesti zhelezobetonnykh konstruksiy* [The theory of creep of reinforced concrete structures], Publishing house of the State Pedagogical University of Ukraine, Dnepropetrovsk, 600 p.

Стаття надійшла 27.06.2017.