УДК 666.97.033.16 DOI: 10.30929/1995-0519.2019.5.129-134

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ВИБРАЦИОННОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА С УПЛОТНЯЕМОЙ СРЕДОЙ

**Жанар Батсайхан, А. Г. Маслов**
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: kmto.43@gmail.com

На основе анализа существующих реологических моделей уплотняемых строительных смесей предложено использовать для определения основных параметров вибрационного рабочего органа реологическую модель, учитывающую упругие, вязкие, инерционные и энергетические свойства уплотняемой бетонной среды. Для определения характебра взаимодействия вибрационного рабочего органа с бетонной смесью произведено исследование динамической системы «виброплита – уплотняемая среда». При этом уплотняемая бетонная среда представлена в виде системы с распределенными параметрами, которая учитывает действие на виброплиту рабочего органа упругих, вязких, инерционные и диссипативных сил, возникающих при деформировании формуемой бетонной смеси. Составлено уравнение в частных производных, описывающее зависимость напряжения в уплотняемой среде от ее деформации при вибрационном воздействии. Составлено волновое уравнение колебаний, описывающее распространение вязко-упруго-пластических волн деформаций в бетонной смеси, уплотняемой движущимся вибрационным рабочим органом. В результате решения волнового уравнения колебаний установлена закономерность распространения вязко-упруго-пластических волн деформаций, найден закон колебаний виброплиты рабочего органа, взаимодействующей с бетонной смесью, определены напряжения, возникающие в уплотняемой среде по мере нарастания плотности.

**Ключевые слова:** вибрационный рабочий орган, бетонная смесь, взаимодействие, закон колебаний.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ПОВЕРХНЕВОГО ВІБРАЦІЙНОГО РОБОЧОГО ОРГАНУ З УЩІЛЬНЮЮЧИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

**Жанар Батсайхан, О. Г. Маслов**
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: kmto.43@gmail.com

На основі аналізу існуючих реологічних моделей ущільнюваних будівельних сумішей запропоновано використовувати для визначення основних параметрів вібраційного робочого органу реологічну модель, що враховує пружні, в'язкі, інерційні та енергетичні властивості ущільнюваного середовища. Для визначення характебра взаємодії вібраційного робочого органу з бетонною сумішшю проведено дослідження динамічної системи «віброплита - ущільнюване середовище». При цьому ущільнюване бетонне середовище представлено у вигляді системи з розподіленими параметрами, яка враховує дію на віброплиту робочого органу пружних, в'язких, інерційних і дисипативних сил, що виникають при деформуванні бетонної суміші. Складено рівняння в приватних похідних, що описує залежність напруги ущільнюваного середовища від його деформації при вібраційної дії на бетонну суміш, характер деформації якої залежить від динамічного модуля пружної деформації, коефіцієнта динамічної в'язкості, коефіцієнт непружного опору і інерційності ущільнюваного середовища у функціональній залежності від густини, відносної деформації і консистенції бетонної суміші. Складено хвильове рівняння коливань, що описує поширення в'язко-пружно-пластичних хвиль деформацій в бетонній суміші, ущільнюваної рухомим вібраційним робочим органом. Для вирішення хвильового рівняння коливань використовувалися граничні умови. Перша гранична умова описує взаємодію рухомої віброплити з ущільнюваної бетонною сумішшю, а друге крайове умова показує, що бетонна суміш покладена на недеформовану поверхню. Знайдені постійні інтегрування (комплексні функції), що задовольняють граничним умовам. На підставі рішення хвильового рівняння коливань, що описує поширення хвиль деформацій в ущільнюваному середовищі із змінними параметрами, визначено: закон поширення в'язко-пружно-пластичних хвиль деформацій в ущільнюваної бетонної суміші, а також наведені значення жорсткості, маси і коефіцієнта непружного опору бетонної суміші, які призначені для використання в континуально-дискретної розрахункової моделі, що описує взаємодію вібраційного робочого органу з бетонною сумішшю при різних методах вібраційної дії, різної його конструкції і різного технологічного призначення. Знайдені напруги, що виникають в бетонній суміші при вібраційної дії та дозволяють обґрунтувати режими вібраційної дії на бетонне середовище. Отримані залежності дозволять обґрунтувати раціональні параметри вібраційного робочого органу і вибір його конструкції залежно від технологічного призначення.

**Ключові слова:** вібраційний робочий орган, бетонна суміш, взаємодія, закон коливань.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В практике современного строительства широко используют для уплотнения бетонных смесей поверхностные вибрационные рабочие органы [1–5]. Их применяют в дорожном строительстве, на бетоноукладочных машинах, при формовании бетонных и железобетонных изделий, при изготовлении бетонных блоков, несущих колонн, плит перекрытия, лестниц и т.д. [6–9]. Для обеспечения эффективной работы вибрационного рабочего органа поверхностного действия необходимо точно определить его основные параметры и режимы работы в зависимости от физико-механических характеристик уплотняемой среды, которые могут быть представлены реологической моделью в упругих, упруго-вязких или упруго-вязко-пластических тел. Поэтому проведение исследований, обеспечивающих создание высокопроизводительного и высокотехнологичного вибрационного рабочего органа, имеющего высокую надежность и обеспечивающего уплотнение бетонных смесей различной консистенции, является актуальной задачей.

Цель работы – определение теоретическим путем характера взаимодействия вибрационного рабочего органа поверхностного действия с бетонной смесью.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Закономерность колебаний вибрационного рабочего органа и эффективность вибрационной машины, предназначенной для уплотнения и обработки бетонных смесей, во многом определяются физико-механическими характеристиками обрабатываемой среды, направлениями и режимами вибрационного воздействия, толщиной бетонного слоя, подвергающегося вибрационному воздействию и основными параметрами вибрационной машины. В результате взаимодействия вибрационного рабочего органа с обрабатываемой средой в последней возникают инерционные, упругие и неупругие силы сопротивления, характер которых зависит от консистенции и гранулометрического состава смеси, толщины бетонного слоя, частоты и амплитуды колебаний, направления и условий вибрационного воздействия на обрабатываемую среду. Достаточно точное определение силовых взаимодействий вибрационного рабочего органа с обрабатываемой средой позволяет установить рациональные параметры вибрационной машины, обеспечивающие эффективное уплотнение и обработку бетонной смеси с малой энергоемкостью и высокой производительностью.

Для определения характебра взаимодействия поверхностного вибрационного уплотнителя с бетонной средой исследуем динамическую систему «Вибрационная плита – уплотняемая среда» (рис. 1). Здесь вибрационная плита 1, подвешенная к верхней раме 2 на упругих амортизаторах 3 и снабженная вибровозбудителем колебаний 4, осуществляет уплотнение бетонной смеси 5, уложенной на жесткое основание 6. При этом виброплита конструктивно выполнена с плоским днищем, а обрабатываемая среда представлена в виде системы с распределенными параметрами. Под действием вертикально направленной гармонической силы $Q\sin\omega t$ вибрационная плита совершает вертикальные колебания и осуществляет уплотнение бетонной смеси, одновременно перемещаясь в направлении по стрелке со скоростью $V$. Здесь $Q$ – амплитуда возмущающей силы; ω – угловая частота вынужденных колебаний; $t$ – время. Считаем, что нарастание плотности происходит равномерно по всей длине виброплиты. Уплотняемую смесь, находящуюся под виброплитой, условно разобьем на ряд элементарных вертикальных объёмов, каждый из которых имеет свою плотность и обладает, инерционными, упругими и диссипативными свойствами.

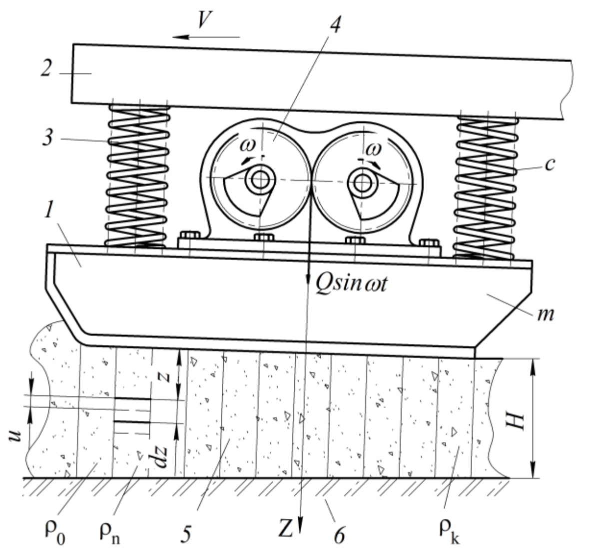


Рисунок 1 – Расчетная схема взаимодействия поверхностного вибрационного уплотнителя с бетонной средой

Реологическая модель $n$- ного элементарного объема уплотняемой среды показана на рис. 2.

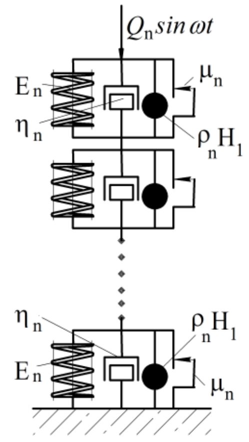


Рисунок 2 – Реологическая модель $n$ - ного элементарного объема уплотняемой среды

Исследуем одноосное напряженное состояния, возникающее в $n$ - ном элементарном объеме при действии вибрационного возмущения $Q\sin\omega t$. Зависимость между напряжением и деформацией в уплотняемом элементарном объеме представим в виде следующего уравнения:

$$\sigma_n(z,t) = E_n \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} + \eta_n \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} - \\ - \rho_n H_1 \frac{\partial^2 u_n(z,t)}{\partial t^2} + \mu_n u_n(z,t), \quad (1)$$

где $\sigma_n(z,t)$ – напряжения, возникающие в $n$ - ном элементарном объеме; $u_n$ и $z$ – эйлерова и лагранжева координаты; $E_n$ – динамический модуль упругой деформации бетонной смеси $n$ - ного элементарного объема; $\eta_n$ – коэффициент динамической вязкости бетонной смеси $n$ - ного элементарного объема, учитывающий внутреннее трение в бетонной смеси; $\rho_n$ – плотность бетонной смеси $n$ -

ного элементарного объема; $H_1$ – приведенная эффективная высота $i$ - того элементарного объема; $\mu_n$ – коэффициент сопротивления в $n$ - ном элементарном объеме, учитывающий затраты энергии на разрушение внутренних связей, вытеснение воздуха, переориентацию частиц и другие явления в уплотняемой среде, сопровождающие вибрационное уплотнение [5, 10].

Колебания слоев уплотняемого $i$ - того элементарного объема в направлении координаты $Z$ за время $t$ представим известной зависимостью:

$$\frac{\partial\sigma_n(z,t)}{\partial z} = \rho_n \frac{\partial^2 u_n(z,t)}{\partial t^2}, \qquad (2)$$

которая на основании выражения (1) приводит к следующему волновому уравнению колебаний:

$$E_n \frac{\partial^2 u_n(z,t)}{\partial z^2} + \eta_n \frac{\partial^2 u_n(z,t)}{\partial z \partial t} - \rho_n H_1 \frac{\partial^3 u_n(z,t)}{\partial z \partial t^2} +$$

$$+ \mu_n \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} = \rho_n \frac{\partial^2 u_n(z,t)}{\partial t^2}. \qquad . (3)$$

Решение уравнения (3) представим в виде мнимой части комплексной функции [10, 11 vibrating working body, concrete mixture, interaction, the law of oscillations.]:

$$u_n(z,t) = U_n(z) e^{i\omega t}, \qquad (4)$$

где $U_n(z)$ – комплексная амплитуда колебаний, удовлетворяющая краевым (граничным) условиям для расчетной схемы, приведенной на рис. 1

При этом решение волнового уравнения колебаний (3) будем находить при следующих краевых (граничных) условиях:

– при взаимодействии поверхности $n$ - ного элементарного объема уплотняемой смеси с днищем виброплиты,

$$-m_n \frac{\partial^2 u_n(0,t)}{\partial t^2} - b_n \frac{\partial u_n(0,t)}{\partial t} - c_n u_n(0,t) +$$

$$+ E_n F_n \frac{\partial u_n(0,t)}{\partial z} + \eta_n F_n \frac{\partial u_n(0,t)}{\partial t} -$$

$$-\rho_n H_1 F_n \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2} + \mu_n F_n u(0,t) = -Q_n \sin\omega t; \quad (5)$$

– при взаимодействии основания $n$ - ного элементарного объема уплотняемой смеси с жестким основанием,

$$u_n(H,t) = 0. \qquad (6)$$

Здесь $m_n$ – удельная масса виброплиты, $m/n$; $c_n$, $b_n$ – удельные коэффициенты жесткости и неупругого сопротивления амортизаторов в вертикальном направлении, $c/n$, $b/n$; $F_n$ – удельная площадь днища виброплиты, контактирующая с уплотняемым материалом, $F/n$; $m$ – масса виброплиты; $c$, $b$ – коэффициенты жесткости и неупругого сопротивления амортизаторов в вертикальном направлении; $F$ – опорная площадь днища виброплиты, контактирующая с уплотняемым материалом; $n$ – число элементарных вертикальных объемов; $H_1$ – приведенная высота уплотняемого слоя; $H$ – высота уплотняемого слоя.

На основании функции (4) выражение $Q_i \sin\omega t$ в граничном условии (5) может быть представлено также в виде мнимой части комплексной функции, т.е. $Q_n \sin\omega t = Q_n e^{i\omega t}$.

Подставляя функцию (6) в волновое уравнение (5), получим уравнение для определения комплексной амплитуды колебаний:

$$\frac{\partial^2 U_n(z)}{\partial z^2} + \frac{\mu_n + \rho_n H_1 \omega^2 + i\eta_n\omega}{E} \cdot \frac{\partial U_n(z)}{\partial z} +$$

$$+ \frac{\rho_n \omega^2}{E_n} U_n(z) = 0. \qquad (7)$$

Преобразуем выражение (7) к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 U_n(z)}{\partial z^2} + 2(\delta_n + i\xi_n)\frac{\partial U_n(z)}{\partial z} + \frac{\rho_n\omega^2}{E_n} U_n(z) = 0, \quad (8)$$

где $\delta_n$ – коэффициент затухания возмущения в $n$ - ном элементарном объеме уплотняемой смеси; $\xi_n$ – коэффициент диссипации,

$$\delta_n = \frac{\mu_n + \rho_n H_1 \omega^2}{2E_n}; \qquad (9)$$

$$\xi_n = \frac{\eta_n \omega}{2E_n}. \qquad (10)$$

Решая характеристическое уравнение, составленное для уравнения (8), найдем корни этого уравнения:

$$k_n = -(\delta_n + i\xi_n) \pm i\sqrt{\frac{\rho_n\omega^2}{E_n} + \xi_n^2 - \delta_n^2 - 2i\delta_n\xi_n}. \quad (11)$$

Используя корни (11) характеристического уравнения найдем решение уравнения (8) в следующей форме:

$$U_n(z) = e^{(\delta_n + i\xi_n)z}\left(Be^{i\tilde{k}z} + De^{-i\tilde{k}z}\right), \qquad (12)$$

где $B$ и $D$ – постоянные интегрирования (комплексные величины), определяемые из краевых условий (5) и (6); $\tilde{k}$ – комплексное волновое число,

$$\tilde{k} = \sqrt{\frac{\rho_n\omega^2}{E_n} + \xi_n^2 - \delta_n^2 - 2i\delta_n\zeta_n}. \qquad (13)$$

В свою очередь комплексное волновое число $\tilde{k}$ можно представить в следующем виде:

$$\tilde{k} = k_n - i\alpha_n, \qquad (14)$$

где $k$ – волновое число; $\alpha$ – коэффициент поглощения, характеризующий уменьшение амплитуды возмущения при удалении от источника вибрационного воздействия.

Для вычисления значений $k$ и $\alpha$ приравняем выражения для определения комплексного волнового числа $\tilde{k}$ (14) и (13), возведем их в квадрат и, выделяя отдельно мнимую и вещественную части, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} k_n^2-\alpha_n^2=\dfrac{\rho_n\omega^2}{E_n}+\xi_n^2-\delta_n^2; \\ \alpha_n k_n=\delta_n\xi_n. \end{cases} \quad (15)$$

Откуда найдем

$$k_n=\sqrt{0{,}5\lambda_n+\sqrt{0{,}25\lambda_n^2+\xi_n^2\delta_n^2}}\ ; \quad (16)$$

$$\alpha_n=\sqrt{-0{,}5\lambda_n+\sqrt{0{,}25\lambda_n^2+\xi_n^2\delta_n^2}}\ , \quad (17)$$

где $\lambda_n=\dfrac{\rho_n\omega^2}{E_n}+\xi_n^2-\delta_n^2$.

На основании выражений (12) и (14) решение уравнения (8) можно представить в следующем виде:

$$U_n(z)=e^{-(\delta_n+i\xi_n)z}[Be^{(ik_n+\alpha_n)z}+De^{-(ik_n+\alpha_n)z}].\quad (18)$$

Подставляя выражение (20) в зависимость (6), найдем решение уравнения (5) в следующей форме:

$$u_n(z,t)=e^{-\delta_n z}[Be^{(ik_n+\alpha_n)z}+. \\ +De^{-(ik_n+\alpha_n)z}]e^{i(\omega t-\xi_n z)}. \quad (19)$$

Подставляя выражение (19) в краевое условие (6), найдем соотношения постоянных интегрирования $B$ и $D$:

$$B=-D\frac{e^{-(ik_n+\alpha_n)H}}{e^{(ik_n+\alpha_n)H}}. \quad (20)$$

На основании выражения (22) искомая функция преобразуется к следующему виду:

$$u_n(z,t)=De^{-\delta_n z}\,\frac{e^{(\alpha_n+ik_n)(H-z)}-e^{-(\alpha_n+ik_n)(H-z)}}{e^{(\alpha_n+ik_n)H}}\times \\ \times e^{i(\omega t-\xi_n z)}. \quad (21)$$

Подставим зависимость (21) в краевое условие (5) и найдем комплексную постоянную интегрирования $D$:

$$D=\frac{Qe^{(\alpha_n+ik_n)H}}{e^{(\alpha_n+ik_n)H}-e^{-(\alpha_n+ik_n)H}}\Big\langle c_n-m_n\omega^2+ib_n\omega+ \\ +F_n\{E_n\delta_n-\mu_n-\rho_nH_1\omega^2+i(E_n\xi_n-\eta_n\omega)+ \\ +E_n(\alpha_n+ik_n)cth[(\alpha_n+ik_n)H]\}\Big\rangle^{-1}. \quad (22)$$

Приведем в выражении (22) гиперболический тангенс к следующему виду:

$$cth[(\alpha_n+ik_n)H]=\frac{sh(2\alpha_nH)-i\sin(2k_nH)}{ch(2\alpha_nH)-\cos(2k_nH)}. \quad (23)$$

После подстановки значения гиперболического тангенса (23) в выражение (22) и преобразования этого выражения найдем комплексную постоянную интегрирования $D$ в следующей форме:

$$D=\frac{Qe^{(\alpha_n+ik_n)H}}{e^{(\alpha_n+ik_n)H}-e^{-(\alpha_n+ik_n)H}}\times \\ \times\frac{1}{c_n+c_{bn}-(m_n+m_{bn})\omega^2+i(b_n+b_{bn})\omega}, \quad (24)$$

где $c_{bn}$ – приведенная жесткость $n$-ного элементарного объема уплотняемой смеси; $b_{bn}$ – приведенный коэффициент неупругого сопротивления $n$-ного элементарного объема уплотняемой смеси; $m_{bn}$ – приведенная масса $n$-ного элементарного объема уплотняемой смеси,

$$c_{bn}=E_nF_n\frac{\alpha_n sh(2\alpha_nH)+k_n\sin(2k_nH)}{ch(2\alpha_nH)-\cos(2k_nH)}; \quad (25)$$

$$b_{bn}=\frac{E_nF_n}{\omega}\left[\frac{\alpha_n\sin(2k_nH)-k_n sh(2\alpha_nH)}{ch(2\alpha_nH)-\cos(2k_nH)}-\xi_n\right]; \quad (26)$$

$$m_{bn}=0{,}5F_n\left(\frac{\mu_n}{\omega^2}+\rho_nH_1\right). \quad (27)$$

Подставим комплексную постоянную интегрирования $D$ (24) в зависимость (21) и найдем искомое решение волнового уравнения колебаний (3), удовлетворяющего краевым условиям (5) и (6), в комплексной форме:

$$u_n(z,t)=\frac{Q[e^{(\alpha_n+ik_n)(H-z)}-e^{(\alpha_n+ik_n)(H-z)}]}{e^{(\alpha_n+ik_n)H}-e^{-(\alpha_n+ik_n)H}}e^{-\delta_n z}\times \\ \times\frac{1}{c_n+c_{bn}-(m_n+m_{bn})\omega^2+i(b_n+b_{bn})\omega}e^{i(\omega t-\xi_n z)}. \quad (28)$$

Умножая числитель и знаменатель выражения (28) на сопряженные комплексные числа $[c_n+c_{bn}-(m_n+m_{bn})\omega^2]-i(b_n+b_{bn})\omega$ и $e^{(\alpha_n+ik_n)H}+ie^{-(\alpha_n+ik_n)H}$, выделяя из полученной зависимости мнимую часть комплексной функции и преобразовывая её, получим искомое решение волнового уравнения (3), удовлетворяющее краевым условиям (5) и (6), в следующей форме:

$$u_n(z,t)=\frac{Qe^{-\delta_n z}}{\sqrt{[c_n+c_{bn}-(m_n+m_{bn})\omega^2]^2+(b_n+b_{bn})^2\omega^2}}\times \\ \times\sqrt{\frac{ch[2\alpha_n(H-z)]-\cos[2k_n(H-z)]}{ch(2\alpha_nH)-\cos(2k_nH)}}\times \\ \times\sin[\omega t-\xi_n z-\varphi_n+\varsigma_n(z)], \quad (29)$$

где $\varphi_n$ – сдвиг фаз между перемещением виброплиты и амплитудой возмущающей силы,

$$\varphi_n=\varphi_{n1}+\varphi_{n2}; \quad (30)$$

$$\varphi_{n1}=arctg\frac{(b_n+b_{bn})\omega}{c_n+c_{bn}-(m_n+m_{bn})\omega^2}; \quad (31)$$

$$\varphi_{n2}=arctg\frac{ch(\alpha_nH)\sin(k_nH)}{sh(\alpha_nH)\cos(k_nH)}; \quad (32)$$

$$\varsigma_n(z)=arctg\frac{ch[\alpha_n(H-z)]\sin[k_n(H-z)]}{sh[\alpha_n(H-z)]\cos[k_n(H-z)]}. \quad (33)$$

Приведенное выражение (29) описывает закон колебаний $n$- ного элементарного объема уплотняемой смеси изучаемой динамической системы “Вибрационная плита – уплотняемая среда” в зависимости от координаты $z$, т.е. при $H\le z\ge 0$. При $z=0$ эти зависимости описывают закон колебания верхнего слоя $n$- ного элементарного объема уплотняемой смеси и одновременно днища виброплиты:

$$u_n(0,t) = Q\sin(\omega t - \varphi_{n1}) \times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{[c_n + c_{bn} - (m_n + m_{bn})\omega^2]^2 + (b_n + b_{bn})^2 \omega^2}} . \quad (34)$$

Анализ законов колебаний элементарного объема бетонной среды (29) и вибрационной плиты (34) показывает, что выражение

$$A = \frac{Q}{\sqrt{[c_n + c_{bn} - (m_n + m_{bn})\omega^2]^2 + (b_n + b_{bn})^2 \omega^2]}} \quad (35)$$

служит для определения амплитуды вынужденных колебаний вибрационной плиты и верхнего слоя элементарного объема.

В этом случае выражения для определения законов колебаний элементарного объема уплотняемой смеси и вибрационной плиты примут следующий вид:

$$u_n(z,t) = Ae^{-\delta_n z}\sqrt{\frac{ch[2\alpha_n(H-z)] - \cos[2k_n(H-z)]}{ch(2\alpha_n H) - \cos(2k_n H)}} \times$$

$$\times \sin[\omega t - \xi_n z - \varphi_n + \varsigma_n(z)]; \quad (36)$$

$$u_n(0,t) = A\sin(\omega t - \varphi_{n1}). \quad (37)$$

Подставляя выражение (36) в зависимость (1), определим закон изменения напряжений, возникающих в $n$ - ном элементарном объеме уплотняемой смеси, т.е.

$$\sigma_n(z,t) = \frac{-AE_n e^{\delta_n z}\sqrt{k_n^2 + \alpha_n^2}}{\sqrt{ch^2\alpha_n H \sin^2 k_n H + sh^2\alpha_n H \cos^2 k_n H}} \times$$

$$\times \{ch[\alpha_n(H-z)]\cos[k_n(H-z)]\cos[\omega t - \theta_n(z) - \varphi_{n3}] -$$

$$- sh[\alpha_n(H-z)]\sin[k_n(H-z)]\sin[\omega t - \theta_n(z) - \varphi_{n3}]\} -$$

$$- \frac{Ae^{-\delta_n z}\sqrt{(1{,}5\rho_n H_1 \omega^2)^2 + (0{,}5\eta_n \omega)^2}}{\sqrt{ch^2\alpha_n H \sin^2 k_n H + sh^2\alpha_n H \cos^2 k_n H}} \times \quad (38)$$

$$\times \{ch[\alpha_n(H-z)]\sin[k_n(H-z)]\cos[\omega t - \theta_n(z) - \varphi_{n4}] +$$

$$+ sh[\alpha_n(H-z)]\cos[k_n(H-z)]\sin[\omega t - \theta_n(z) - \varphi_{n3}]\},$$

где $\varphi_{n3}$, $\varphi_{n4}$ – углы сдвига фаз,

$$\varphi_{n3} = arctg\frac{\alpha_n}{k_n}; \ \varphi_{n4} = arctg\frac{\eta_n \omega}{3\rho_n H_1 \omega^2 - \mu_n}; \quad (39)$$

$$\theta_n(z) = \xi_n z + \varphi_n . \quad (40)$$

Из выражения (39) найдем закон изменений напряжений, возникающих в основании $n$ - ного элементарного объема уплотняемой смеси,

$$\sigma_n(H,t) = -\frac{AE_n e^{\delta_n H}\sqrt{k_n^2 + \alpha_n^2}}{\sqrt{ch^2\alpha_n H \sin^2 k_n H + sh^2\alpha_n H \cos^2 k_n H}} \times$$

$$\times \cos(\omega t - \xi_n H - \varphi_n - \varphi_{n3}), \quad (41)$$

а также на поверхности $n$ - ного элементарного объема уплотняемой смеси,

$$\sigma_n(0,t) = -\frac{AE_n\sqrt{k_n^2 + \alpha_n^2}}{\sqrt{ch^2\alpha_n H \sin^2 k_n H + sh^2\alpha_n H \cos^2 k_n H}} \times$$

$$\times [ch(\alpha_n H)\cos k_n H \cos(\omega t - \varphi_n - \varphi_{n3}) -$$

$$- sh(\alpha_n H)\sin k_n H \sin(\omega t - \xi_n z - \varphi_n - \varphi_{n3})] -$$

$$- \frac{A\sqrt{(1{,}5\rho_n H_1 \omega^2)^2 + (0{,}5\eta_n \omega)^2}}{\sqrt{ch^2\alpha_n H \sin^2 k_n H + sh^2\alpha_n H \cos^2 k_n H}} \times$$

$$\times [ch(\alpha_n H)\sin k_n H \cos(\omega t - \varphi_n - \varphi_{n4}) +$$

$$+ sh(\alpha_n H)\cos k_n H \sin(\omega t - \varphi_n - \varphi_{n4})]. \quad (42)$$

Таким образом, на основе изучения распространения волн деформации в уплотняемой среде, представленной в виде системы с распределенными параметрами, получены зависимости для определения физико-механических характеристик уплотняемой среды. Эти зависимости с достаточно высокой степенью точности могут быть использованы в сложных дискретных динамических системах поверхностного уплотнения бетонных смесей.

ВЫВОДЫ. Составлена расчетная схема динамической системы «виброплита – уплотняемая среда» в которой реологическая модель уплотняемой среды представлена в виде упругих, вязких, инерционные и диссипативных сил, возникающих при деформировании формуемой бетонной смеси. Определена закономерность движения уплотняемой смеси и вибрационного рабочего органа в зависимости от физико-механических характеристик уплотняемой среды, толщины уплотняемого слоя, угловой частоты колебаний и геометрических параметров вибрационного уплотнителя. Приведенные зависимости позволяют обосновать рациональные параметры вибрационной машины и режимы вибрационного воздействия на бетонную среду.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов А. Г., Саленко Ю. С. Вибрационные машины и процессы в дорожно-строительном производстве: монография. Кременчук: ПП Щербатих О. В, 2014. 262 с.

2. Волков С. А., Евтюков С. А. Строительные машины. СПб.: ДНК, 2012. 597 с.

3. Стаценко А. С. Технология каменных работ в строительстве. Минск: Выш. шк. 2010. 255 с.

4. Маслов А. Г. Иткин А. Ф., Саленко Ю. С. Вибрационные машины для приготовления и уплотнения бетонных смесей: монография. Кременчуг: ЧП Щербатых А. В, 2014. 324 с.

5. Жанар Батсайхан. Исследование взаимодействия вибрационной плиты рабочего органа с уплотняемой средой. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського.* 2015. Вип. 1 (90), част. 1. С. 92–97.

6. Chen X., Wu S., Zhou J. Experimental study and analytical formulation of mechanical behavior of concrete. *Construction and Buildings Materials*. 2013. Vol. 47. P. 662–670.

7. P. F. G. Banfill, et al. Rheology and vibration of fresh concrete: Predicting the radius of action of poker vibrators from wave propagation. *Cement and Concert Research*. 2011. Vol. 41, № 9. P. 932–941.

8. Hu C., Larrard F. The Rheology of Fresh High-Performance Concrete. *Cement and Concrete Research*. 1996. Vol. 26, №. 2. P. 283–294.

9. Burlion N., Gatuingt F., Pijaudier-Cabot G., Daudeville L. Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics. Comput. *Methods Appl. Mech. Engrg*. 2000. Issue (183), pp. 291–308.

10. Maslov A., Janar Batsaikhan, Puzyr R, Salenko Yu. The Determination of the Parameters of a Vibration Machinef the Internal Compaction of Concrete Mixtures. *International Journal of Engineering & Technology*, 2018, Vol. 7 (4.3), pp. 12–19.

11. Maslov O., Janar Batsaikhan, Salenko Yu. The Theory of Concrete Mixture Vibratory Compacting. *International Journal of Engineering & Technology*, 2018, Vol. 7 (3.2), pp. 239–244.

## INVESTIGATION OF SURFACE VIBRATION INTERACTION THE WORKING BODY WITH THE SEALING MEDIUM

**Janar Batsaikhan, A. Maslov**
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: kmto.43@gmail.com

**Purpose.** The article is devoted to theoretical determination of the nature of the interaction of the vibration working body of the surface action with the concrete mixture. **Methodology.** Based on the analysis of existing rheological models of compacted building mixtures, it is proposed to use a rheological model to determine the main parameters of the vibrating working body, which takes into account the elastic, viscous, inertial and energy properties of the compacted concrete medium. To determine the character6ra of interaction of the vibrating working body with the concrete mixture, the study of the dynamic system "vibrating plate – compacted medium"was carried out. In this case, the compacted concrete medium is represented as a system with distributed parameters, which takes into account the action of elastic, viscous, inertial and dissipative forces on the vibrating plate of the working body, arising from the deformation of the molded concrete mixture. A partial differential equation describing the dependence of the stress in the compacted medium on its deformation under vibration action is developed. The wave equation of oscillations describing distribution of visco-elastic-plastic waves of deformations in the concrete mix condensed by the moving vibrating working body is made. Boundary conditions were used to solve the wave equation of oscillations. The first boundary condition describes the interaction of a moving vibrating plate with a compacted concrete mixture, and the second boundary condition shows that the concrete mixture is laid on a deformed surface. Found the constant of integration (complex function), satisfying the boundary conditions. **Results.** Based on the solution of the wave equation of oscillations describing the propagation of deformation waves in a medium with variable parameters, the following are determined: the law of propagation of visco-elastic-plastic deformation waves in the compacted concrete mixture, and the values of stiffness, mass and coefficient of inelastic resistance of the concrete mixture, which are intended for use in a continuo-discrete computational model describing the interaction of the vibrating working body with the concrete mixture with different methods of vibration action, its different design and various technological purposes. The stresses arising in the concrete mixture during vibration action and allowing to justify the modes of vibration impact on the concrete environment are found. **Originality.** The propagation of visco-elastic-plastic deformation waves in compacted concrete mixture under the action of vibration is studied. **Practical.** The obtained dependences will allow to justify the rational parameters of the vibrating working body and the choice of its design depending on the technological purpose. References 10, tables 2, figures 4.

**Keywords:** vibrating working body, concrete mixture, interaction, the law of oscillations.

REFERENCES

1 Maslov, A. G., Salenko, Y. S. (2014), *Vibratsionnyie mashinyi i protsessyi v dorozhno-stroitelnom proizvodstve* [Vibrating machines and processes in road construction industry: *monography*], PP Cherbatyh, Kremenchuk, Ukraine.

2. Volkov, S. A., Evtyukov, S. A. (2012), *Stroitel'nye mashiny* [Construction machinery], "DNK", SPb, Russia.

3. Stacenko, A. S. (2010), *Tekhnologiya kamennyh rabot v stroitel'stve* [Technology of stone works in construction], "Vysh. shk.", Minsk, Belorussiya.

4. Maslov, A. G., Itkin, A. F., Salenko, Y. S. (2014), *Vibratsionnyie mashinyi dlya prigotovleniya i uplotneniya betonnyih smesey* [Vibrating machines for the preparation and compaction of concrete mixes], PP Cherbatyh, Kremenchuk, Ukraine.

5. Batsaikhan, Zhanar (2015), Study of the interaction of the vibration plate working body with sealed medium, *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremenchug*: KRNU, Issue (90), pp. 92 – 97.

6. Chen X., Wu S., Zhou J. (2013), Experimental study and analytical formulation of mechanical behavior of concrete, *Construction and Buildings Materials*, vol. 47, pp. 662–670.

7. Banfill, P. F. G. *et al*. (2011), “Rheology and vibration of fresh concrete: Predicting the radius of action of poker vibrators from wave propagation,” *Cement and Concert Research*, vol. 41, no. 9, pp. 932-941.

8. Hu, C., Larrard, F. (1996), The Rheology of Fresh High-Performance Concrete,” *Cement and Concrete Research*, V. 26, No. 2, pp. 283-294.

9. Burlion, N., Gatuingt, F., Pijaudier-Cabot, G., Daudeville, L. (2000), Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Issue (183), pp. 291 – 308.

10. Maslov, A., Batsaikhan, Janar, Puzyr, R, Salenko, Yu (2018), The Determination of the Parameters of a Vibration Machinef the Internal Compaction of Concrete Mixtures, *International Journal of Engineering & Technology*. Vol. 7 (4.3), pp 12-19.

11. Maslov, O., Batsaikhan, Janar, Salenko, Yu. (2018), The Theory of Concrete Mixture Vibratory Compacting, *International Journal of Engineering & Technology.* Vol. 7 (3.2), pp 239-244.

Стаття надійшла 19.09.2019.