

ЗАСТОСУВАННЯ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ІНТЕРВАЛЬНОЇ ДОСТОВІРНОСТІ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ АВІАЦІЙНОГО ДВИГУНА ТВ3-117**С. І. Владов, Ю. М. Шмельов, І. Г. Дерев'янюк, Л. М. Пилипенко, І. О. Дерябіна**Кременчуцький льотний коледж Харківського національного університету внутрішніх справ
вул. Перемоги, 17/6, м. Кременчук, 39605, Україна. E-mail: ser26101968@gmail.com

Розроблено метод оцінювання інтервальної достовірності прогнозування технічного стану авіаційного двигуна ТВ3-117, який базується на ймовірності знаходження випадкового нормального скалярного процесу, представлено у вигляді часткової суми з доданків ряду Карунена-Лоева, у заданих часових межах, яким характеризується розподіл значень термогазодинамічних показників двигуна. Отримано вираз, що визначає одну з можливих верхніх меж достовірності прогнозу невиходу на інтервалі часу нормального стаціонарного процесу за межі постійних верхньої і нижньої меж. Отримано залежності оцінок ймовірностей недосягнення випадковим нормальним стаціонарним процесом симетричних нормованих меж при використанні методу різницевої схеми, що дозволило визначити критерії підвищення точності обчислень розкладання випадкового нормального скалярного процесу у ряд, коефіцієнтів цього ряду, ортонормальних базисних функцій й середньоквадратичного функціоналу похибки представлення випадкового процесу. Виведено систему рівнянь, яка характеризує область допустимих значень випадкових величин, що дозволило отримати нерівність для оцінювання допустимої нормованої похибки середньоквадратичного наближення випадкового процесу.

Ключові слова: інтервальна достовірність, випадковий нормальний скалярний процес, ряд Карунена-Лоева, середньоквадратичний функціонал похибки, область допустимих значень.

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ОЦЕНИВАНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ТВ3-117**С. И. Владов, Ю. Н. Шмелев, И. Г. Деревянюк, Л. Н. Пилипенко, И. А. Дерябина**Кременчугский летный колледж Харьковского национального университета внутренних дел
ул. Победы, 17/6, г. Кременчуг, 39605, Украина. E-mail: ser26101968@gmail.com

Разработан метод оценки интервальной достоверности прогнозирования технического состояния авиационного двигателя ТВ3-117, основанный на вероятности нахождения случайного нормального скалярного процесса, представленного в виде частичной суммы из слагаемых ряда Карунена-Лозева, в заданных временных границах, которой характеризуется распределение значений термогазодинамических показателей двигателя. Получено выражение, которое определяет одну из возможных верхних границ достоверности прогноза невыхода на интервале времени нормального стационарного процесса за пределы постоянных верхней и нижней границ. Получены зависимости оценок вероятностей недостижения случайным нормальным стационарным процессом симметричных нормированных границ при использовании метода разностных схем, что позволило определить критерии повышения точности вычислений разложения случайного нормального скалярного процесса в ряд, коэффициентов этого ряда, ортонормального базисных функций и среднеквадратичного функционала погрешности представления случайного процесса. Выведено систему уравнений, которая характеризует область допустимых значений случайных величин, что позволило получить неравенство для оценки допустимой нормированной погрешности среднеквадратичного приближения случайного процесса.

Ключевые слова: интервальная достоверность, случайный нормальный скалярный процесс, ряд Карунена-Лозева, среднеквадратический функционал погрешности, область допустимых значений.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Ефективність безпеки польотів повітряних суден залежить від багатьох факторів, у тому числі від надійності авіаційного двигуна. Надійність авіаційного двигуна ТВ3-117 залежить від своєчасного контролю, діагностики та технічного обслуговування. До задачі технічного обслуговування входять не тільки відновлення або ремонт вузла двигуна, що відмовив, а й попередження відмов самого двигуна в цілому. Обслуговування авіаційної техніки, у тому числі і авіаційних двигунів, за станом, засноване на оцінюванні технічного стану за даними контролю і прогнозування дрейфу параметрів [1–7].

У задачі прогнозування надійності авіаційного двигуна ТВ3-117 велике значення має оцінка ймовірності того, що вектор параметрів, що характеризує стан контрольованого об'єкта, при відомих початкових умовах на обраному інтервалі часу жодного разу не вийде за межі заданої області, тобто інтервальна достовірність прогнозу сигналів. Початковою умо-

вою приймається одне з таких положень:

1. У початковий момент часу відомо значення оцінюваного процесу.

2. Отримано реалізацію досліджуваного процесу на попередньому відрізку часу інтервалу прогнозування значень.

3. Відомий закон розподілу оцінюваного процесу в початковий момент часу прогнозування його значень.

Існуючі методи розв'язку поставленої задачі в разі, коли моделлю сигналу є випадковий марковський процес, ґрунтуються на розв'язку рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) [8, 9]. Для розв'язку задачі з поглинаючими межами на основі розв'язку ФПК, окрім марковості досліджуваного процесу, потрібно в загальному випадку визначити регулярні межі [8, 9]. Аналітичний розв'язок зазначених задач є трудомістким, і на даний час він отриманий для марковських нормальних стаціонарних процесів не вище другого порядку при незалеж-

них від часу допустимих межах і при початкових умовах, що визначаються випадками 1 і 3.

Отже, метою роботи є розробка методу розв'язку поставленої задачі, який не вимагає наявності власливості марковості і стаціонарності у досліджуваному випадковому процесі, що знімає обмеження, пов'язані з незалежністю допустимих меж від часу, включає різні початкові умови, що забезпечує зв'язок з відомими моделями випадкових процесів, для яких знайдені оцінки інтервальних достовірностей традиційними способами.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Нехай $X(t - \tau)$ – випадковий нормальний скалярний процес з відомими математичним сподіванням $m_X(t - \tau)$ і локально інтегрованою кореляційною функцією $K_X(t - \tau_1, t - \tau_2)$ на квадраті $[0, T] \times [0, T]$, $\tau, \tau_1, \tau_2 \in T$, де T – інтервал прогнозування випадкового процесу [10]. Необхідно оцінити інтервальну достовірність прогнозу сигналу, яка визначається ймовірністю невиходу випадкового процесу $X(t - \tau)$ з допустимою областю $g_0(t - \tau)$ на інтервалі часу $\tau \in T$, якщо область допустимих значень процесу визначена верхньої $A_{g_0}(t - \tau)$ і нижньої $A_n(t - \tau)$ межами. Уявімо випадковий процес канонічним розкладанням на інтервалі часу $[t - \tau, t]$ щодо координатних функцій $\psi_k(t, \tau, T)$, $k = \overline{1, \infty}$:

$$X(t - \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k(t) \psi_k(t, \tau, T) + m_X(t - \tau), \tau \in T. \quad (1)$$

Обмежуючись кінцевою сумою N ряду отримаємо нове представлення для розглянутого випадкового процесу, причому в межах кореляційної теорії похибка наближення представлення вихідного процесу $X(t - \tau)$ залежить від розмірності спектра N [10]. Як відомо [10, 11], серед всіх рядів Фур'є розкладання Карунена-Лоева забезпечує найкращу в середньоквадратичному на інтервалі часу T рівномірну збіжність ряду. При цьому коефіцієнти ряду Карунена-Лоева є некорельованими, а з огляду на нормальність закону розподілу випадкового процесу $X(t - \tau)$, і незалежними випадковими величинами. Таким чином, ряд Карунена-Лоева є канонічним рядом. Використовуючи в якості моделі представлення для випадкового процесу $X(t - \tau)$ часткову суму розкладання Карунена-Лоева, можна наближено представити розглянутий випадковий процес в наступному вигляді:

$$X^N(t - \tau) = \sum_{k=1}^N C_k(t) \psi_k(t, \tau, T) + m_X(t - \tau), \tau \in T. \quad (2)$$

Коефіцієнти ряду $C_k(t)$ і ортонормальні базисні функції $\psi_k(t, \tau, T)$, $k = 1, 2, \dots$ визначаються співвідношеннями [11]:

$$C_k(t) = \int_0^T (x(t - \tau) - m_X(t - \tau)) \psi_k^*(t, \tau, T) d\tau; \quad (3)$$

$$\lambda_k(t) \psi_k(t, \tau, T) = \int_0^T K_X(t - \tau, t - \tau_1) \psi_k(t, \tau, T) d\tau_1; \quad (4)$$

де $\psi_k^*(t, \tau, T)$ і $\lambda_k(t)$ – відповідно k -а сполучена базисна (власна) функція і власне значення інтегрального рівняння Фредгольма другого роду. Метод розв'язку рівняння (4) для стаціонарних процесів

можна знайти в [12]. Якщо кореляційна функція $K_X(t - \tau, t - \tau_1)$ позитивно визначеною, то власні функції утворюють повний ортогональний ряд [11].

Середньоквадратичний функціонал похибки представлення випадкового процесу $X(t - \tau)$ на інтервалі часу $\tau \in T$ при ортонормальному базисі на підставі теореми Мерсера [10, 11] дорівнює

$$I_N(t) = \int_0^T K_X(t - \tau, t - \tau_1) d\tau - \sum_{k=1}^N \lambda_k(t) = \sum_{k=N+1}^{\infty} \lambda_k(t); \quad (5)$$

де власні числа $\lambda_k(t)$ дійсні, невід'ємні і розташовані в порядку убывання $\lambda_1(t) \geq \lambda_2(t) \geq \dots \geq \lambda_N(t)$. Спектральна розмірність N в рівнянні (5) визначається виходячи з заданої відносної точності наближення R^2 випадкового процесу $X(t - \tau)$ частковою сумою (2).

$$R^2(t, T) \leq \min_N \frac{\sum_{k=1}^N \lambda_k(t)}{\int_0^T K_X(t - \tau, t - \tau_1) d\tau}. \quad (6)$$

Спектральна розмірність N є функцією від значень $R^2(t, T)$ і $K_X(t - \tau_1, t - \tau_2)$. Коефіцієнти $C_k^*(t)$ ряду (1) є ортогональні центровані випадкові величини, дисперсії яких дорівнюють $M[C_k(t) C_l^*(t)] = \lambda_k(t) d_{kl}$, $k, l = \overline{1, N}$, де d_{kl} – символ Кронекера, $C_1(t)$ – сполучений коефіцієнт ряду (1).

У випадку нормального розподілу, в загальному випадку, випадкового нестационарного процесу щільність розподілу N перших нормованих коефіцієнтів $C_{nk}(t) = \frac{C_k(t)}{\sqrt{\lambda_k(t)}}$ буде визначатися співвідношенням

$$f(C_n(t)) = \prod_{k=1}^N f_k(C_{nk}(t)), \quad (7)$$

де $f_k(C_{nk}(t)) = N[0, 1]$ – стандартний нормальний розподіл; $C_n(t)$ – вектор, який визначається коефіцієнтами $C_{nk}(t)$.

У цьому випадку оцінка апіорної ймовірності прогнозу буде дорівнювати

$$D_0 = \int_{g_0^N(t, T)} f(C_n(t)) dC_n(t), \quad (8)$$

де $g_0^N(t, T)$ – N -вимірна область допустимих значень нормованих коефіцієнтів $C_{nk}(t)$, знаходження в якій вектору $C_n(t)$ відповідає невиходу нормованого випадкового процесу $X_n^N(t - \tau)$ протягом інтервалу часу $\tau \in T$ за межі нормованих меж $[A_{g_n}(t - \tau) - m_{X_n}(t - \tau)]$ і $[A_{n,n}(t - \tau) - m_{X_n}(t - \tau)]$. Нормовані значення процесу $X_n^N(t - \tau)$, математичного сподівання $m_{X_n}(t - \tau)$ і допустимі межі визначаються наступними значеннями:

$$X_n^N(t - \tau) = \frac{X(t - \tau)}{\sigma_X(t - \tau)}, \quad m_{X_n}(t - \tau) = \frac{m_X(t - \tau)}{\sigma_X(t - \tau)},$$

$$A_{g_n}(t - \tau) = \frac{A_g(t - \tau)}{\sigma_X(t - \tau)}, \quad A_{n,n}(t - \tau) = \frac{A_n(t - \tau)}{\sigma_X(t - \tau)},$$

де $\sigma_X(t - \tau)$ – середньоквадратичне значення процесу $X(t - \tau)$.

Для визначення меж області $g_0^N(t)$ необхідно знайти допустимі значення $B_{a,nk}(t)$, $B_{n,nk}(t)$ коефіцієнтів $C_{nk}(t)$, для всіх $\tau \in T$ з наступної системи співвідношень:

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{k=1}^N C_{nk}(t) \sqrt{d_k(t)} \frac{K_X(t-\tau, t-\tau) d\tau}{\sigma_X^2(t-\tau)} \times \\ & \times \psi_k(t, \tau, T) \leq k \{ (t, T) A_{a,n}(t-\tau) - m_{Xn}(t-\tau) \} \\ & \sum_{k=1}^N C_{nk}(t) \sqrt{d_k(t)} \frac{K_X(t-\tau, t-\tau) d\tau}{\sigma_X^2(t-\tau)} \times \\ & \times \psi_k(t, \tau, T) \geq k \{ (t, T) A_{n,n}(t-\tau) - m_{Xn}(t-\tau) \} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$0 \leq \tau \leq T, -4 \leq C_{nk}(t) \leq 4,$$

де $k(t, T)$ – коефіцієнт, що враховує задану відносно точність наближення випадкового процесу $X(t - \tau)$ часткової суми (2), котрий може бути визначений

виразом $k(t, T) = \sqrt{\sum_{k=1}^N d_k}$, де

$$d_k(t) = \frac{\lambda_k(t)}{\int_0^T K_X(t-\tau, t-\tau) d\tau}. \quad (10)$$

Якщо в початковий момент часу $t - T$ прогнозування сигналу значення процесу $X(t - T)$ відома або отримана реалізація процесу на попередньому моменті часу $t - T$ інтервалі часу T_1 , то в співвідношеннях (4) і (10) використовуються відповідні умовні математичні сподівання $m\left(\frac{X(t-\tau)}{x(t-\tau)}\right)$ або

$$m\left(\frac{X(t-\tau)}{c(t-\tau)}\right), \quad \text{середньоквадратичні значення}$$

$$\sigma_X\left(\frac{t}{x(t-\tau)}\right) \text{ або } \sigma_X\left(\frac{t}{c(t-\tau)}\right) \text{ і кореляційні функції}$$

$$\text{процесу } X(t - T) \quad K_X\left(\frac{t-\tau_1, t-\tau_2}{x(t-\tau)}\right) \text{ або}$$

$$X^N = (t - T + \tau) K_X\left(\frac{t-\tau_1, t-\tau_2}{c(t-\tau)}\right). \text{ У виразі (10) ви-}$$

користовуються відповідно умовні щільності розподілу $f\left(\frac{c(t)}{x(t-\tau)}\right)$ або $f\left(\frac{c(t)}{c(t-\tau)}\right)$, де $C(t - T)$ – вектор

компонент спектрального представлення сигналу на інтервалі часу $[t - T - T_1, t - T]$. На основі використання в інтегральному рівнянні (4) умовних

$$\text{кореляційних функцій } K_X\left(\frac{t-\tau_1, t-\tau_2}{x(t-\tau)}\right) \text{ або}$$

$$K_X\left(\frac{t-\tau_1, t-\tau_2}{c(t-\tau)}\right) \quad \tau, \tau_1 \in T \text{ визначаються відповідні}$$

власні функції $\psi_k(t, \tau, T, x(t - T))$ або $\psi_k(t, \tau, T, c(t - T))$ і власні числа $\lambda_k(t, x(t - T))$ або $\lambda_k(t, c(t - T))$, $k = 1 \dots N$.

У тому випадку, коли перед прогнозом на інтер-

вал часу $\tau \in T$ спостерігається реалізація випадкового стаціонарного процесу $X(t - T - \tau_1)$ на інтервалі часу $\tau_1 \in [0, T_1]$, $T_1 \geq T$, оптимальна середньоквадратична прогнозована оцінка сигналу $X^N(t - T)$, $\tau \in [0, T]$ на момент часу $t - T + \tau$ може бути визначена наступним співвідношенням [10]

$$X^N(t - T + \tau) = h(t - T, T_1) W(t - T + \tau, T_1) C(t - T),$$

де $h(t - T, T_1)$ – вектор перетворення сигналу розмірності $1 \times N$, компоненти $h_k(t - T, T_1)$ якого визначаються для всіх лінійних операторів перетворення $G[\cdot]$ наступною формулою:

$$h_k(t - T, T_1) = \lim_{\mu \rightarrow 0} G \psi_k(t - T - \mu, T_1), \mu \in [0, T_1].$$

У разі прогнозування самого сигналу $G\{X(t - \tau)\} = X(t - T + \tau) \cdot h_k(t - T, T_1) = \psi_k(t - T, T_1)$. Матриця прогнозу $W(t - T + \tau, T)$ розмірності $N \times N$ має наступний вигляд:

$$W(t - T + \tau, T_1) = K_{C(t-T+\tau), C(t-T)} K_{C(t-T), C(t-T)}^{-1},$$

де $K_{C(t-T+\tau), C(t-T)}$, $K_{C(t-T), C(t-T)}$ – кореляційні матриці відповідно векторів $C(t - T + \tau)$ і $C(t - T)$ й $C(t - T)$ і $C(t - T)$, $C(t - T)$ – вектор коефіцієнтів представлення сигналу $X(t - T - \tau_1)$ на інтервалі часу $\tau_1 \in [0, T_1]$ частковою сумою розкладання Карунена-Лоева. Вектор $C(t - T)$ розмірності $N \times 1$ визначається співвідношенням (3), де верхня межа інтегрування T замінюється T_1 . При цьому матриця $K_{C(t-T), C(t-T)}$ є діагональною. Оптимальна середньоквадратична прогнозована оцінка вектору $C(t)$ на момент часу $t - T + \tau$, $\tau \in [0, T]$ в цьому випадку буде дорівнює:

$$C(t - T + \tau) = W(t - T + \tau, T_1) C(t - T).$$

Оптимальна середньоквадратична прогнозована оцінка сигналу $X(t - T + \tau)$ буде дорівнювати

$$X(t - T + \tau) = \sum_{k=1}^N C(t - T + \tau) \Psi(t, \tau, T)$$

Середньоквадратичний функціонал помилки оптимального прогнозу $X^N(t - T)$ в цьому випадку визначається таким чином [10]:

$$D_E(t) = Tr \left\{ h(t - T, T_1) \left(K_{C(t-T+\tau), C(t-T+\tau)} - W(t - T + \tau, T_1) K_{C(t-T), C(t-T+\tau)} \right) h^T(t - T, T_1) \right\},$$

де $Tr\{\cdot\}$ – слід матриці. У багатьох випадках матриця $W(t - T + \tau, T_1)$ може бути замінена діагональною матрицею без істотного збільшення дисперсії похибки оцінки. Зазначений підхід може бути також використаний, якщо замість базису, визначається співвідношенням (4), буде використаний будь-який повний ортогональний на інтервалі T_1 базис типу Лежандра, Фур'є, експоненційних поліномів тощо.

Оцінка апріорної ймовірності невиходу випадкового m -вимірного процесу $X(t)$ за межі області допустимих значень на інтервалі часу $(t - T, t)$ при припущенні, що компоненти прогнозованого вектору незалежні, а область допустимих значень буде обумовлена N -вимірним паралелепіпедом, коли ребра його орієнтовані по базових функціях $\psi_k(t, \tau, T)$ буде дорівнювати

$$D_0(t, T) = \prod_{i=1}^m D_{0i}(t, T), \quad (11)$$

де величини $D_{0i}(t, T)$, $i = \overline{1, m}$ визначаються співвідношенням (8) для i -ї компоненти вектору $X(t)$.

Розв'язок задачі оцінки достовірності $D_0(t)$ недосягнення заданих меж на обраному інтервалі часу довільним випадковим гаусовським процесом з кореляційною функцією $K_{X_{c1}}(t - \tau_1, t - \tau_2)$ можна звести до задачі оцінки недосягнення стандартним гаусовським процесом перетворених кордонів, для якого базис, який визначається рівнянням (8), відомий або легко визначається. Наприклад, всі стаціонарні нормально розподілені процеси, спектральні щільності яких представлені у вигляді дрібно-раціональних функцій від квадрата частоти ω^2 , можуть бути зведені до випадкового стаціонарного процесу з кореляційною функцією $K_{X_c}(\tau) = \sigma^2 e^{-|\alpha|\tau}$ або до стандартного чисто дифузійного процесу з кореляційною функцією $K_{X_{c1}}(t_1, t_2) = 2\pi \min(t_1, t_2)$ на основі використання формулюючого фільтра. В цьому випадку у виразі (9) змінюється тільки область допустимих значень вектору C_n відповідно до перетворень граничних умов $A_6(t)$ і $A_n(t)$ у нові межі $A_{1n}(t)$ і $A_{16}(t)$, що визначаються функціональним перетворенням формулюючого фільтра наступним співвідношенням:

$$A_1(t) = \int_0^t g(t, \tau) A(\tau) d\tau,$$

де $g(t, \tau)$ – вагова функція, яка задовольнить рівнянню

$$K_{X_c}(t_1 - t_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} g(t_1, \tau_1) g(t_2, \tau_2) K_X(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2.$$

У тому випадку, коли випадковий процес $X(t)$ є стаціонарним процесом визначення вагової функції $g(\tau)$ доцільно провести на основі використання спектральної щільності випадкового процесу $S_X(\omega)$, процедури її факторизації, частотної характеристики формулюючого фільтра $W(j\omega)$ і зворотного перетворення Фур'є

$$S_{X_c}(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_X(\omega),$$

$$g(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(j\omega) e^{-j\omega\tau} d\omega,$$

де $S_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_X(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$.

Розглянемо випадковий нормальний стаціонарний скалярний процес $X(t - \tau)$, визначений на інтервалі часу $\tau \in [t - T, t]$, кореляційна функція якого $K(\tau) = \sigma_x^2 e^{-|\alpha_x|\tau}$, а математичне сподівання $m_X = 0$. Оцінимо апіорну інтервальну ймовірність $D_0(t)$ невиходу процесу $X(t)$ за симетричні допустимі межі $g_0 = (A_6 \div A_n)$, $A_6 = -A = A$, які не залежать від часу на заданому інтервалі часу T . У початковий момент часу $t = 0$ ймовірність знаходження процесу $X(0)$ в заданих межах визначається таким виразом:

$$D_0(0) = \int_{-A}^A f(x_0) dx_0,$$

де $f(x_0) = N[0, \sigma_X]$ – щільність ймовірності нормального закону розподілу випадкової величини X_0 . Представимо процес $X(t)$ на інтервалі часу T частковою сумою з N доданків ряду Карунена-Лоева. Ортонормальні базисні функції розкладання Карунена-Лоева розглянутого випадкового процесу відповідно до співвідношення (4) визначатимуться як [11]:

$$\psi_k(t) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{\lambda_k}} \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{1}{d_k}}} \sin\left(\omega_k \left(t - \frac{T}{2}\right) + k \frac{\pi}{2}\right), \quad (12)$$

де власні значення λ_k інтегрального рівняння (4) і нормовані дисперсії d_k , $k = 1, 2, \dots, \infty$ коефіцієнтів розкладання Карунена-Лоева визначаються наступними співвідношеннями:

$$\lambda_k = \frac{2(\alpha_x T) \sigma_x^2 T}{(\alpha_x T)^2 + (\omega_k T)^2}, \quad (13)$$

$$d_k = \frac{\lambda_k}{\sigma_x^2 T}, \quad (14)$$

де ω_k , $k = 1, 2, \dots, \infty$ – позитивні корені наступного рівняння, розташовані в порядку зростання

$$\text{tg}(\omega_k T) = -\frac{2\alpha_x T \omega_k T}{(\alpha_x T)^2 - (\omega_k T)^2}. \quad (15)$$

Аналіз зміни значень $\omega_k T$ від зміни величин $\alpha_x T$ і до показав, що зі збільшенням k при заданому $\alpha_x T$ значення $\omega_k T$ необмежено зростають, а при збільшенні $\alpha_x T$ при заданому k значення $\omega_k T$ зростають, прагнучи до усталених значень $\omega_k T = k\pi$, $k = 1, 2, \dots, \infty$, при цьому, чим менше до, то більша зміна значення $\omega_k T$. Залежності нормованих дисперсій d_k коефіцієнтів $C_{nk}(t) = \frac{C_k(t)}{\sqrt{\lambda_k(t)}}$, $k = 1, 2, \dots, 10$ показані

на рис. 1.

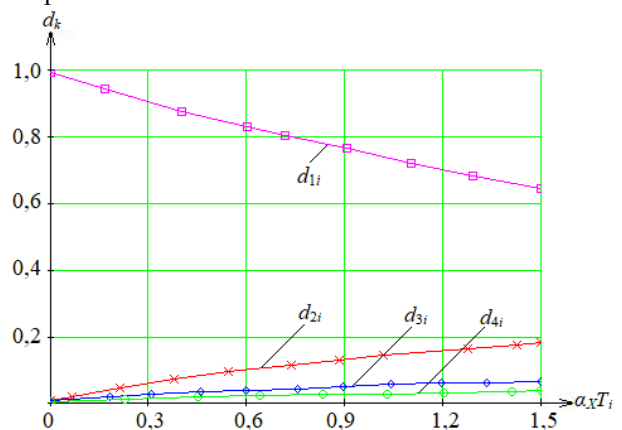


Рисунок 1 – Графік залежності дисперсій d_k коефіцієнтів C_{nk} ряду (4) від $\alpha_x T_i$

Сума нормованих дисперсій $M_N = \sum_{k=1}^N d_k$ харак-

теризує точність представлення випадкового процесу $X(t)$ рядом Карунена-Лоева.

Зміна значень λ_{nk} $k = 1, 2, \dots, \infty$ при збільшенні $\alpha_X T$ і $T = \text{const}$ в діапазоні $0 < \alpha_X T < \infty$ характеризується монотонним збільшенням, потім наявністю максимуму і надалі асимптотичним прагненням до нуля при величині $\alpha_X T$, яке прагне до нескінченності. Якщо розглядається зміна значень λ_{nk} від $\alpha_X T$ ($0 < \alpha_X T \leq \infty$) при $\alpha_X = \text{const}$, то значення λ_{nk} $k = 1, 2, \dots, \infty$, монотонно збільшуючись, досягають максимуму і потім асимптотично прагнуть до встановлених значень $\lambda_{nk} \rightarrow \frac{2\alpha_X}{\alpha_X^2 + (k\pi)^2}$. Значення d_1 у всьому

діапазоні зміни $\alpha_X T$, а d_k , $k = 2 \dots \infty$ і M_N ($N < \infty$) після досягнення максимуму асимптотично прямують до нуля при $\alpha_X T \rightarrow \infty$, при цьому $M_\infty = 1$ для будь-якого значення $\alpha_X T$. Початкові ($\alpha_X T = 0$) значення $d_1 = 1$, $d_k = 0$, $k = 2 \dots \infty$. З наведених графіків видно, що найбільш істотний внесок у забезпечення необхідної точності середньоквадратичної апроксимації випадкового процесу $X(t)$ частковою сумою ряду Карунена-Лоева в області значень $0 < \alpha_X T < 1$ (в ближній зоні) вносять перших одна-три компоненти ряду (4). Зі збільшенням значення $\alpha_X T$ число N компонент ряду, необхідне для забезпечення відносної точності R^2 , зростає.

Значення $\omega_k T$, що визначаються розв'язком рівняння (15), d_k , λ_k , M_N , $k = 1 \dots 3$, $N = 3$ для ряду величин $\alpha_X T$ при значеннях $\alpha_X = 0,01 C^{-1}$, $\alpha_X = 1$ приведені у табл. 1.

Таблиця 1 – Значення основних величин для рівняння (15)

$\alpha_X T$	k	$\omega_k T$	d_k	λ_k	M_N
0,01	1	0,142634	0,996721	0,996728	0,996724
	2	3,148213	0,002022	0,002032	0,998731
	3	6,287412	0,000602		0,999225
0,1	1	0,443825	0,967633	9,675371	0,967612
	2	3,211002	0,019528		0,986999
	3	6,315152	0,005117	0,050152	0,992032
0,3	1	0,756012	0,907605	27,22638	0,907558
	2	3,322105	0,054026		0,961501
	3	6,377885	0,014801		0,976214
0,5	1	0,960523	0,853315	42,66428	0,853354
	2	3,431812	0,083339	4,158832	0,936568
	3	6,439126	0,024125	1,198768	0,960513
0,7	1	1,118632	0,804214	56,29421	0,804242
	2	3,533135	0,108169		0,912198
	3	6,498302	0,032815	2,294235	0,944935
0,9	1	1,249014	0,759601	68,30156	0,759611
	2	3,628218	0,129121	11,59458	0,888454
	3	6,556155	0,041156	3,699398	0,929535
1,1	1	1,360523	0,719125	79,09245	0,718989
	2	3,717153	0,146512	16,10518	0,865455
	3	6,614212	0,049157	5,384538	0,914487

Область допустимих значень випадкових величин C_{nk} , $k = 1 \dots N$ відповідно до виразу (11) у цьому випадку визначається наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N C_{nk} \sqrt{\frac{2}{1+\frac{1}{d_k}}} \sin\left(\omega_k\left(t-\frac{T}{2}\right)+k\frac{\pi}{2}\right) \leq k(T)A_{\sigma,n} \\ \sum_{k=1}^N C_{nk} \sqrt{\frac{2}{1+\frac{1}{d_k}}} \sin\left(\omega_k\left(t-\frac{T}{2}\right)+k\frac{\pi}{2}\right) \leq k(T)A_{\sigma,n} \end{cases} \quad (16)$$

$$\tau \in T, -4 \leq C_{nk}(t) \leq 4.$$

Допустима нормована похибки середньоквадратичного наближення випадкового процесу $X(t)$ частковою сумою (2) може бути оцінена на основі співвідношення (6) нерівністю $1 - R^2 \leq 1 - \sum_{k=1}^N d_k$.

Як видно з табл. 1, наприклад, значення $R^2 = 0,95$ забезпечується при $N = 2$ в діапазоні $0 < \alpha_X T < 0,4$, при $N = 3$ в діапазоні $0 < \alpha_X T < 1,25$. Область допустимих значень коефіцієнтів C_{nk} , $k = 1, 2$ і області її апроксимації при забезпеченні $R^2 > 0,9$ для $\alpha_X T = 0,01$, $A_{\sigma,n} = -A_{n,n} = A_n$, $A_n = 3$ наведені на рис. 1. На рис. 2 представлена область допустимих значень g_0^2 випадкових величин C_{n1} (абсциса) і C_{n2} (ордината), обумовлена співвідношенням (9), (траса x_2) і результати її апроксимації ромбом (траса r_2), прямокутником, вписаним в допустиму область (траса p_2), прямокутником, описаним близько області (траса b_2), і еліпсом, вписаним в область (траса xx_2). Аналіз отриманих результатів при різних значеннях $0,01 < \alpha_X T < 1$ показав, що при збільшенні $\alpha_X T$ площа допустимої області значень помітно зменшується, а найкращою апроксимацією допустимої області є ромб, при цьому чим менше значення $\alpha_X T$, $A_{\sigma,n} = -A_{n,n} = A_n$, тим точніше апроксимація. Якщо в досліджуваній задачі врахувати три компоненти C_{nk} , $k = 1, 2, 3$ вектору коефіцієнтів розкладання випадкового процесу $X(t)$ в ряд Карунена-Лоева, то область допустимих значень буде близька до гексаедра й при збільшенні N з розглянутих областей апроксимації найбільш близькими до допустимої області g_0^N будуть N -вимірні ромби.

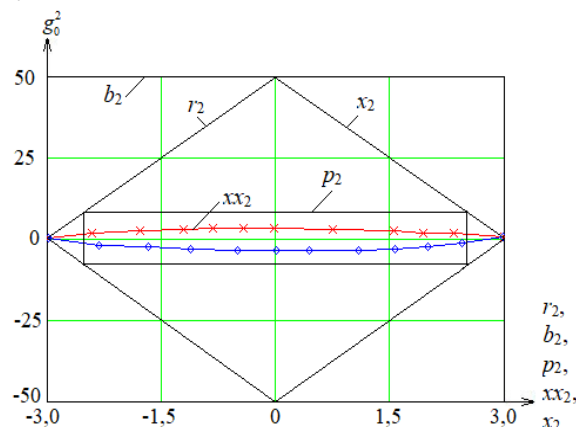


Рисунок 2 – Область допустимих значень g_0^2 і способи її апроксимації при $\alpha_X T = 0,01$, $A_{\sigma,n} = -A_{n,n} = 3$

Залежності інтервальної достовірності $D_0(\alpha_X T)$, яка визначається співвідношенням (9), від $\alpha_X T$ для значень $A_{\sigma,n} = -A_{n,n} = A_n = 3$, при використанні в яко-

сті області інтегрування тривимірних ромба $D_{01}(\alpha_X T)$ і паралелепіпеда $D_{02}(\alpha_X T)$, вписаних в допустиму область $g_0(\alpha_X T)$, показані відповідно на рис. 3. На рис. 3 представлені залежності ймовірностей недосягнення розглядаються випадковим процесом заданих меж на інтервалі часу T $D_{03}(\alpha_X T)$ від $\alpha_X T$, отримані при використанні методу різницьових схем.

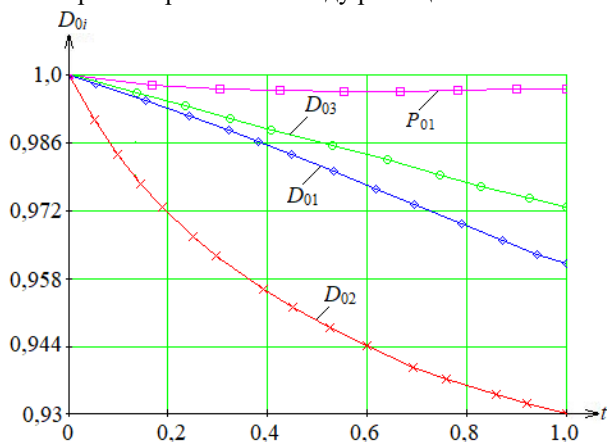


Рисунок 3 – Залежності оцінок ймовірностей недосягнення випадковим нормальним стаціонарним процесом симетричних нормованих меж $A_{н,н} = -3, A_{в,н} = 3$ від $\alpha_X T$

Проведений порівняльний аналіз результатів обчислень відповідно до виразу (8) при різних способах апроксимації області допустимих значень для $0 < \alpha_X T < 1, A = 1, 2, 3$ по відношенню до даних, отриманих при використанні різницьових схем для цих же умов $D_{03}(\alpha_X T)$ показав, що при $N = 3$ навіть в гіршому випадку ($A = 1, \alpha_X T = 1$) відміну значень $D_{01}(\alpha_X T)$, обчислених відповідно до цими двома підходами не перевищує 0,05. Точність обчислень за формулами (2)–(5) при даному N підвищується зі збільшенням значень A_n і зменшенням $\alpha_X T$. Для значень $A = 2, 3$ і $\alpha_X T < 0,5$ і при забезпеченні відхилень результатів обчислень відповідно до виразу (8) від даних, отриманих на основі різницьових схем, що не перевищують 0,02, достатньо взяти $N = 2$. При цьому оцінки $D_{01}(\alpha_X T)$, отримані відповідно до розглянутого методу, є оцінками знизу.

Залежність ймовірності $P_{01}(\alpha T)$ знаходження випадкового нормального стаціонарного процесу $X(t)$ в нормовані моменти часу 0 і $\alpha_X T$ в межах меж $A_{в,н} \div A_{н,н}$ також показана на рис. 3, а всередині цього інтервалу часу процес $X(t)$ може приймати будь-яке значення. Ймовірність $P_{01}(\alpha T)$ визначається таким виразом:

$$P_{01}(\alpha T) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-e^{-\alpha_X T}}} \int_{A_n}^{A_v} \int_{A_n}^{A_v} e^{-\left(\frac{(y-Xe^{-\alpha_X T})^2}{2(1-e^{-2\alpha_X T})} + \frac{X^2}{2}\right)} dx dy. \quad (17)$$

Вираз (17) визначає одну з можливих верхніх меж для достовірності прогнозу невиходу на інтервалі часу T нормального стаціонарного процесу за межі постійних верхньої $A_{в,н}$ і нижньої $A_{н,н}$ меж.

ВИСНОВКИ.

1. Розроблено метод оцінювання інтервальної достовірності прогнозування технічного стану авіаційного двигуна ТВ3-117, який визначається ймові-

рністю невиходу випадкового процесу з допустимою областю на заданому інтервалі часу, якщо область допустимих значень процесу визначена верхньої і нижньої межами. За допомогою розробленого методу визначено залежності ймовірностей недосягнення випадковим процесом заданих меж на заданому інтервалі часу, що є основним критерієм прогнозування технічного стану авіаційного двигуна ТВ3-117.

2. Отримано вираз, який визначає одну з можливих верхніх меж достовірності прогнозу невиходу на інтервалі часу нормального стаціонарного процесу за межі постійних верхньої і нижньої меж.

3. Проведено порівняльний аналіз результатів обчислень відповідно до виразу оцінки апріорної достовірності прогнозу при різних способах апроксимації області допустимих значень по відношенню до даних, отриманих при використанні різницьових схем для цих же умов, який установив, що точність оцінки підвищується зі збільшенням значень нижньої межі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Complex Condition Monitoring System of Aircraft Gas Turbine Engine / Pashayev A. M et al. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. 2007. Vol. 1, no. 11. P. 689–695.
2. Ntantis E. L., Botsaris P. N. Diagnostic Methods for an Aircraft Engine Performance. *Journal of Engineering Science and Technology*. 2015. Review 8, no. 4. P. 64–72.
3. Ntantis E. L., Li Y. G. The impact of measurement noise in GPA diagnostics analysis of a gas turbine engine. *International Journal of Turbo & Jet Engine*. 2013. Vol. 30, no. 4. P. 401–408.
4. Stamatis A. G. Evaluation of gas path analysis methods for gas turbine diagnostics. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2011. Vol. 25, iss. 2. P. 469–477.
5. Chachurski R., Glowacki P., Czecinski S. Methods of counting aircraft turbine engines operating cycles. *Transactions of the institute of aviation*. 2011. No. 207. P. 5–13.
6. Fedorchenko D., Novikov D. Cycle counting methods of the aircraft engine. *International journal of environmental and science education*. 2016. Vol. 11, no. 4. P. 3832–3846.
7. Shmelov Y. et all. Prediction of the technical condition of the TV3-117 aircraft engine in the conditions of on-board implementation based on neural network technologies. *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON-2019)*, Lviv, Ukraine, 02–06 July 2019. P. 883–888.
8. Vasantharaju C., Ashok B., Naiju C.D. Markov based Exploration for aircraft design time compression. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2014. Vol. 9, no. 3. P. 233–236.
9. Jianzhong Y., Julian Z. Application research of markov in flight control system safety analysis. *The 2nd International Symposium on Aircraft Airworthiness (ISAA 2011)*. 2011. P. 515–520.
10. Воробьев В. Г. и др. Диагностирование и прогнозирование технического состояния авиаци-

онного обладнання. Москва : Транспорт, 1984. 191 с.

11. Каган Б. М., Мкртумян И. Б. Основы эксплуатации ЭВМ. Москва : Энергоатомиздат, 1988. 432 с.

12. Atkinson K., Han W. Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind. *Theoretical Numerical Analysis*. 2005. Vol. 39. P. 447–522.

APPLICATION OF THE SPECTRAL METHOD OF EVALUATION OF INTERVAL ACCURACY OF FORECASTING OF TV3-117 AIRCRAFT ENGINE TECHNICAL CONDITION

S. Vladov, Yu. Shmelov, I. Derevyanko, L. M. Pylypenko, I. Dieriabina

Kremenchuk Flight College of Kharkiv National University of Internal Affairs

vul. Peremogy, 17/6, Kremenchuk, 39605, Ukraine. E-mail: ser26101968@gmail.com

Purpose. The purpose of this work is to develop the method for estimating the interval reliability of predicting the aircraft engine TV3-117 technical condition of an, which is based on the probability of finding a random normal scalar process, represented as a partial sum of additions of the Karunen-Loev series, within given time limits, the distribution of values of thermodynamic parameters of the engine is characterized. **Methodology.** The work is based on methods of decomposition of a function in a series, dispersion analysis, correlation analysis, Fourier analysis. **Results.** A method for estimating the interval reliability of predicting of TV3-117 aircraft engine technical condition is developed, which is determined by the probability of failure of a random process from the admissible region at a given time interval, if the region of admissible process values is determined by the upper and lower limits. The developed method determines the dependences of the probabilities of not reaching the random process of given limits at a given time interval, which is the main criterion for predicting of TV3-117 aircraft engine technical condition. An expression is obtained that defines one of the possible upper bounds of the reliability of the prediction of absence at the time interval of a normal stationary process beyond the boundaries of the upper and lower bounds. Dependences of the estimates of the probabilities of not reaching the random normal stationary process of symmetric normalized boundaries were obtained using the difference schemes method, which allowed to determine the criteria for increasing the accuracy of calculations of the decomposition of a random normal scalar process into a series, of the coefficients of this series, of orthonormal functions. A system of equations characterizing the range of admissible values of random variables was derived, which allowed to obtain inequality for estimating the admissible normalized error of the root mean square approximation of a random process. **Originality.** The method of estimating the interval reliability of the prediction of the technical state of the dynamic systems, which due to the representation of the distribution of values of thermogasodynamic indices of TV3-117 aircraft engine in the form of a partial sum of the additions of the Karunen-Loev series, allowed to determine the basic criterion of the state of the forecasting of TV3-117 aircraft engine technical condition. **Practical value.** The developed method is a component of the intelligent system of control and diagnostics of TV3-117 aircraft engine technical condition in flight modes. References 12, table 1, figure 3.

Key words: interval reliability, random normal scalar process, Karunen-Loew series, root mean square error, domain of valid values.

REFERENCES

1. Pashayev, A. M., Askerov, D. D., Ardil, C., Sadiqov, R. A., Abdullayev, P. S. (2007), "Complex Condition Monitoring System of Aircraft Gas Turbine Engine", *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*, vol. 1, no. 11, pp. 689–695.

2. Ntantis, E. L., Botsaris, P. N. (2015), "Diagnostic Methods for an Aircraft Engine Performance", *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 8 (4), pp. 64–72.

3. Ntantis, E. L., Li, Y. G. (2013), "The impact of measurement noise in GPA diagnostics analysis of a gas turbine engine", *International Journal of Turbo & Jet Engine*, vol. 30 (4), pp. 401–408.

4. Stamatis, A. G. (2011), "Evaluation of gas path analysis methods for gas turbine diagnostics", *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 25, iss. 2, pp. 469–477.

5. Chachurski, R., Glowacki, P., Czecinski, S. (2011), "Methods of counting aircraft turbine engines operating cycles", *Transactions of the institute of aviation*, no. 207, pp. 5–13.

6. Fedorchenko, D., Novikov, D. (2016), "Cycle counting methods of the aircraft engine", *International journal of environmental and science education*, vol. 11, no. 4, pp. 3832–3846.

7. Shmelov, Y., Vladov, S., Tsarenko, A., Derevyanko,

ko, I., Dieriabina, I., Chyzhova, L., Ivanchenko, L. (2019), "Prediction of the technical condition of the TV3-117 aircraft engine in the conditions of on-board implementation based on neural network technologies", *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON-2019)*, Lviv, Ukraine, 02–06 July 2019, pp. 883–888.

8. Vasantharaju, C., Ashok, B., Naiju, C. D. (2014), "Markov based Exploration for aircraft design time compression", *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol. 9, no. 3, pp. 233–236.

9. Jianzhong, Y., Julian, Z. (2011), "Application research of markov in flight control system safety analysis", *The 2nd International Symposium on Aircraft Airworthiness (ISAA 2011)*, pp. 515–520.

10. Vorobiev, V. G., Glukhov, V. V. (1984), "Diagnosis and forecasting of the technical condition of aviation equipment", Transport, Moscow, USSR.

11. Kagan, B. M., Mkrtyumyan, I. B. (1988), "Computer Operation Fundamentals", Energoatomizdat, Moscow, USSR.

12. Atkinson, K., Han, W. (2005), "Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind", *Theoretical Numerical Analysis*, vol. 39, pp. 447–522.

Стаття надійшла 09.12.2019.