

УТОЧНЕННЯ АНАЛІТИЧНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ ПІД ЧАС ВИТЯГУВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ДЕТАЛЕЙ**Р. Г. Аргат, В. В. Драгобецький, В. Р. Пузир, В. Т. Щетинін**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: argat.rg@gmail.com**Р. Г. Пузир**Коледж Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського
вул. Чумацький шлях, 7, м. Кременчук, 39621, Україна. E-mail: puzyruslan@gmail.com

Розглянуто процес витягування листового металу, який є окремим випадком пружної пластичної деформації об'ємного тіла. Показано, що пріоритетним завданням встановлення меридіональних напружень на заокругленій ділянці матриці було прагнення мати досить прості залежності, що дозволяють адекватно описати фізичні закономірності пластичної деформації на цій ділянці. Представлення заокругленої зони заготовки у вигляді тороїдальної поверхні обертання дозволило застосувати для аналізу напруженого стану математичний апарат технічної теорії оболонок з гіпотезами і припущеннями, що впливають. Аналітичне рішення, отримане спільно з рівняннями пластичності методом підстановки, задовільно описує приріст меридіональних напружень на витяжній кромці матриці під час витягування. Однак представлена залежність практично не реагує на зміну товщини заготовки, що є її значним недоліком. Це обумовлюється постановкою завдання в безмоментному формулюванні, де товщина заготовки не входить в рівняння рівноваги в явному вигляді. Однак отриману аналітичну залежність можна використовувати для розрахунку приросту меридіональних напружень на витяжній кромці матриці під час витягування в першому наближенні.

Ключові слова: витягування, циліндрична деталь, радіус заокруглення, матриця, листова заготовка.**УТОЧНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ВЫТЯЖКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ****Р. Г. Аргат, В. В. Драгобецкий, В. Р. Пузырь, В. Т. Щетинин**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: argat.rg@gmail.com**Р. Г. Пузырь**Колледж Кременчугского национального университета имени Михаила Остроградского
ул. Чумацкий шлях, 7, г. Кременчуг, 39621, Украина. E-mail: puzyruslan@gmail.com

Рассмотрен процесс вытяжки листового металла, который является частным случаем упругопластической деформации объемного тела. Показано, что приоритетной задачей установления меридиональных напряжений на закругленном участке матрицы было стремление иметь достаточно простые зависимости, позволяющие адекватно описать физические закономерности пластической деформации на этом участке. Представление закругленной зоны заготовки в виде тороидальной поверхности вращения позволило применить для анализа напряженного состояния математический аппарат технической теории оболочек с вытекающими гипотезами и допущениями. Аналитическое решение, полученное совместно с уравнением пластичности методом подстановки, удовлетворительно описывает прирост меридиональных напряжений на вытяжной кромке матрицы при вытяжке. Однако представленная зависимость практически не реагирует на изменение толщины заготовки, что является ее значительным недостатком. Это обуславливается постановкой задачи в безмоментной формулировке, где толщина заготовки не входит в уравнения равновесия в явном виде. Однако полученную аналитическую зависимость можно использовать для расчета приращения меридиональных напряжений на вытяжной кромке матрицы при вытяжке в первом приближении.

Ключевые слова: вытяжка, цилиндрическая деталь, радиус закругления, матрица, листовая заготовка.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Циліндричні деталі, які виготовлені з плоских заготовок витяганням, набули широкого поширення в різних галузях промисловості. З таких деталей виготовляють днища ресиверів вантажних автомобілів, диски сталевих коліс, паливні баки і ін. в автомобільній промисловості, кришки, заглушки і днища емностей і цистерн, з'єднувальні елементи трубопроводів, ковпачки клапанів тарілок ректифікаційних і абсорбційних колон в нафтохімічній промисловості, кришки, обтічники, люки в літакобудуванні, ракетобудуванні та ін. Практично в кожному транспортному засобі, в конструкції сільськогосподарської техніки, літаків і кораблів більше 30% ваги конструкції складають деталі, виготовлені витягуванням листового металу [1].

Витягування циліндричних деталей з плоских заготовок характеризується осесиметричним деформуванням з плоским напруженим станом, що обумовлює відсутність дотичних напружень і спрощує рішення диференціального рівнянь рівноваги [2]. Однак для фізично точного рішення задачі по визначенню поля напружень і деформацій у виділеному об'ємі заготовки необхідно враховувати умови переходу металу заготовки в пластичний стан з пружною складовою, зміцнення, початкову і придбану анізотропію, що призводить до громіздкості формул, а іноді і до неможливості аналітичного рішення задачі.

Процес витягування листового металу є окремим випадком пружно-пластичної деформації об'ємного тіла. Рівняння механіки пружно-пластичних дефор-

мацій в загальному вигляді представлені в роботах А. А. Ільюшина [3] і М. І. Безухова [4]. У своїй роботі А. А. Ільюшин показав, що рівняння механіки пружно-пластичної деформації тіла припускають, що процес відповідає умовам простого навантаження. Питання пластичного формозмінення листового металу, а також інших процесів обробки металів тиском викладені в чотиритомному довіднику «Кування і штампування» [5–8], який підготовлений колективом авторів Є. І. Семеновим, О. А. Гонаго, Л. І. Живовим, Г. Д. Лепеншиним, Г. О. Навроцьким, А. Д. Матвієвим, І. Н. Фількінім. В четвертому томі наводяться, в основному, практичні рекомендації для розробки технологічних процесів листового штампування, які цікаві, як для інженерних працівників, так і для науковців. Механіка пластичних деформацій, а також напружено-деформований стан виділеного обсягу в процесах листового штампування розглянуті в роботах М. В. Сторожева [9], Р. Хілла [10], Д. Колларова [11], Е. Томсена [12]. У роботі Р. Хілла представлена можливість обліку анізотропії листового металу шляхом введення коефіцієнтів в рівняння рівноваги. Класична теорія листового штампування викладена в роботах Є. О. Попова і Л. А. Шофман [13, 14]. Численні експериментальні дослідження листового штампування, що підтверджені теоретичними рішеннями, представлені в роботі [15] під редакцією М. В. Сторожева. Тут висвітлюються практичні методи дослідження процесів листового штампування, такі як методи робіт, лійної ковзання, опору деформації, верхньої оцінки. Особливе місце серед всіх видань займає практичний довідник з холодного штампування В. П. Романовського [16], де узагальнені результати як виробничого, так і науково-дослідницького досвіду з цих процесів.

Останнім часом процес витягування з листа продовжує привертати увагу науковців і виробників. Так, в роботах С. С. Яковлева та О. В. Пилипенко [17, 18, 19] висвітлюються питання витягування листового металу з урахуванням плоскої анізотропії. Чисельне моделювання процесу і порівняння результатів витягування ізотропного і анізотропного металу приведено в роботі [20], теоретичний аналіз витягування без притискання фланця заготовки з урахуванням анізотропії представлений в статті [21]. Інтерес до цього процесу простежується і в роботах зарубіжних дослідників. Так великий огляд по прийомам інтенсифікації витяжних операцій подано в праці С. Yang [22]. У публікаціях [23–25] вивчаються питання напружено-деформованого стану для різних умов навантаження заготовки і умов тертя на фланці і радіусі заокруглення витяжної кромки матриці шляхом чисельного моделювання процесу. Вплив анізотропії на якість деталей і економію металу висвітлюється в публікаціях D. M. Neto і J. W. Yoon [26, 27].

Мета роботи – уточнення аналітичних залежностей для визначення напружень, що виникають на витяжному ребрі матриці під час витягування циліндричної деталі з листової заготовки.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Точне визначення поля напружень у фланці заготовки

залежить від прийнятих припущень, висунутих гіпотез, кількості врахованих членів в рівняннях рівноваги, умов переходу металу в пластичний стан, анізотропії, зміцнення, умов тертя і т. д. Зіставлення різних підходів до теоретичного аналізу способів витягування показує [28, 29], що неможливо охопити всі фізичні процеси, супутні операції витягування, з огляду на громіздкість остаточних формулювань і їх складності до сприйняття та аналізу. Тому математичні моделі процесу необхідно спрощувати, щоб з одного боку отримати досить просте і наочне рішення, а з іншого – не втратити найбільш істотних чинників процесу, які впливають на точність і істинність отриманих результатів.

У своїх роботах Є. О. Попов, Л. А. Шофман, В. Л. Калюжний [13, 30, 31] для аналізу розподілу меридіональних напружень на витяжному ребрі матриці виходять з передумов осесиметричного осередку пластичної деформації, сталості кута нахилу твірної фланця до осі симетрії, незалежності напружень плинності від радіуса заготовки і відсутності тертя між заготовкою і інструментом. Приймають, що елементи заготовки в процесі її деформування переміщуються з осередку пластичної деформації з прямолінійною твірною на округлену кромку матриці, отримуючи в точці сполучення різке збільшення кривизни в меридіональному перерізі. Подальше переміщення елементів по кромці матриці відбувається без змін кривизни середньої поверхні в меридіональному перерізі. Для спрощення отриманих математичних рішень сходяться на думці, що величина розрахованого моменту з точністю до 15–20% дорівнює моменту вигину смуги одиничної ширини без урахування зміцнення, стоншування заготовки, і впливу пружно-деформованого шару. Це дозволило застосувати досить просту залежність для врахування меридіональних напружень на заокругленій ділянці матриці.

З представленого аналізу питання випливає, що пріоритетним завданням встановлення меридіональних напружень на заокругленій ділянці матриці було прагнення мати досить прості залежності, що дозволяють простежити вплив основних чинників процесу витягування на величину меридіональних напружень, що і вдалося здійснити. Однак, в описаних роботах автори не повною мірою враховували той факт, що під час заходу ділянок заготовки на округлену кромку матриці, заготовка, пластично деформується, набуває просторову форму поверхні обертання, в цьому випадку тороїдальну поверхню. Це дає можливість проаналізувати розподіл меридіональних напружень на ділянці заокруглення, використовуючи добре розвинений математичний апарат технічної теорії оболонок обертання [30, 31]. Зважаючи на складність теоретичного аналізу пластичної деформації оболонок обертання з урахуванням згинальних моментів розглядали безмоментний стан відкритої тороїдальної оболонки. При цьому приймалися допущення технічної теорії оболонок і гіпотези Кірхгофа-Лява для оболонок обертання [32, 33]. Кінцеве рівняння рівноваги для внутрішніх зусиль з урахуванням осесиметричності осередку деформації

для поверхні заготовки у вигляді тороїдальної поверхні обертання буде мати вигляд [34, 35]

$$\frac{\partial((A_1)N_2)}{\partial\theta} - N_1 \frac{\partial A_1}{\partial\theta} = 0, \quad (1)$$

де $A_1 = R_1 \sin \theta = \frac{r_m(1+k \sin \theta)}{k \sin \theta}$; N_1 , N_2 – внутрішні тангенціальні і меридіональні зусилля; θ – полярний кут в площині меридіана (координатна вісь).

Диференціюючи рівняння (1), матимемо наступну рівність:

$$\frac{\partial N_2}{\partial\theta} \frac{1}{k} (1+k \sin \theta) + (N_2 - N_1) \cos \theta = 0, \quad (2)$$

де $k = \frac{r_m}{R}$; $R = R_\delta + r_m + 0,5s$; r_m – радіус заокруглення матриці; R_δ – радіус деталі; s – товщина заготовки.

Для вирішення отриманого рівняння використаємо рівняння пластичності за гіпотезою сталості максимальних дотичних напружень [36-39], яке з урахуванням $N_2 = s\sigma_\rho$, $N_1 = s\sigma_\theta$, $N_s = s\sigma_s$ матиме вигляд [38]

$$N_2 - N_1 = N_s, \quad (3)$$

де N_s – напруження плинності.

Спільне рішення (2) і (3) дає диференціальне рівняння

$$dN_2 = -N_s \frac{k \cos \theta}{1+k \sin \theta} d\theta. \quad (4)$$

Інтеграл цього диференціального рівняння знаходимо методом підстановки, де $\sin \theta = u$, а $\cos \theta d\theta = du$. Тоді інтеграл вираження (4) дорівнюватиме:

$$N_2 = -N_s \ln(k \sin \theta + 1) + C,$$

де C – постійна інтегрування.

Переходячи до напружень, матимемо

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \ln(k \sin \theta + 1) + C. \quad (5)$$

Постійну C знайдемо з граничних умов, таких, що на кордоні зон фланця і радіусу заокруглення витяжної кромки матриці [40] $\theta = 0$,

$\sigma_\rho = \sigma_s \ln \frac{R_3}{R_\delta + r_m}$. Тут R_3 – радіус заготовки. Тоді

залежність для розрахунку меридіональних напружень на витяжній кромці матриці з урахуванням

того, що $k = \frac{r_m}{R}$, $R = R_\delta + r_m + 0,5s$ матиме вигляд

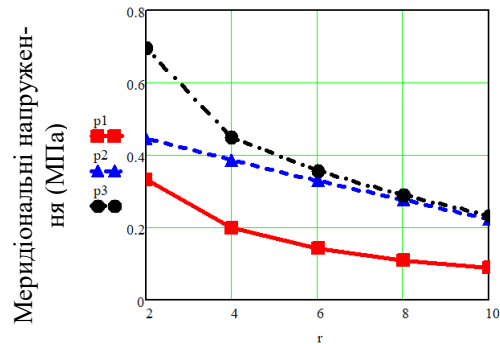
$$\sigma_\rho = \sigma_s \left(\ln \frac{R_3}{R_\delta + r_m} - \ln \left(\frac{r_m}{R_\delta + r_m + 0,5s} \sin \theta + 1 \right) \right). \quad (6)$$

Найбільші меридіональні напруги будуть діяти тоді, коли метал заготовки повністю охопить кромку матриці, тобто при $\theta = \frac{\pi}{2}$ і $\sin \theta = 1$. Рівняння (6) перетвориться у вид

$$\sigma_\rho = \sigma_s \left(\ln \frac{R_3}{R_\delta + r_m} - \ln \left(\frac{r_m}{R_\delta + r_m + 0,5s} + 1 \right) \right). \quad (7)$$

Оцінимо вплив основних геометричних чинників процесу витягування на величину меридіональних

напружень, що діють на витяжному ребрі матриці (рис. 1, рис. 2). Оцінку і порівняння результатів проводимо в середовищі Mathcad.

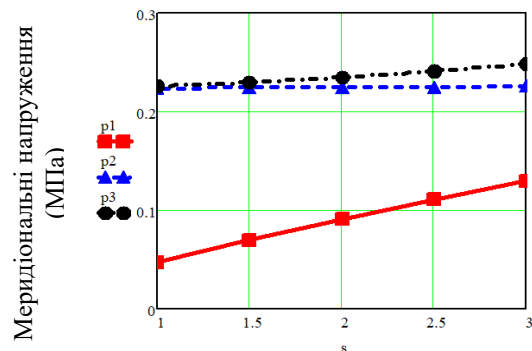


Радіус заокруглення витяжної кромки матриці (мм)

Рисунок 1 – Залежність меридіональних напружень від зміни радіуса заокруглення витяжної кромки матриці $R_3 = 100$ мм, $s = 2$ мм, $R_\delta = 60$ мм:

p_1 – приріст меридіональних напружень за залежністю Попова Є. О., ($p_1 = \sigma_\rho / \sigma_s$);

p_2 – приріст меридіональних напружень за залежністю (7), ($p_2 = \sigma_\rho / \sigma_s$); приріст меридіональних напружень за залежністю [37], ($p_3 = \sigma_\rho / \sigma_s$)



Товщина заготовки (мм)

Рисунок 2 – Залежність меридіональних напружень від зміни товщини заготовки з $R_3 = 100$ мм,

$s = 1-3$ мм, $R_\delta = 60$ мм і $r_m = 10$ мм: p_1 – приріст

меридіональних напружень за залежністю Попова Є. О.,

($p_1 = \sigma_\rho / \sigma_s$); p_2 – приріст меридіональних напружень за залежністю (7), ($p_2 = \sigma_\rho / \sigma_s$); приріст

меридіональних напружень за залежністю [37], ($p_3 = \sigma_\rho / \sigma_s$)

Аналізуючи отримані графічні залежності, можна зробити висновок, що меридіональні напруження зі зменшенням радіуса заокруглення витяжної кромки матриці зменшуються, що характерно для всіх досліджуваних залежностей і не суперечить фізичній стороні питання. Однак якщо при $r_m = 10$ мм $\sigma_\rho / \sigma_s = 0,09$ за залежністю Попова Є. О., то для формул (7) і [37] $\sigma_\rho / \sigma_s = 0,225$ і $\sigma_\rho / \sigma_s = 0,235$ від-

повідно. Для $r_m=4$ мм – $\sigma_p/\sigma_s=0,2$ (Є. О. Попов), $\sigma_p/\sigma_s=0,39$ (7), $\sigma_p/\sigma_s=0,45$ [37]. Це в першому крайньому випадку більше на 60 і 62%, у другому – на 49 і 56%. Тобто, результати, отримані за виразом (7) виходять досить завищеними в порівнянні з дослідженнями Є. О. Попова і Л. А. Шофмана.

Що стосується рис. 2, то приріст меридіональних напружень за формулою Є. О. Попова значно збільшується, реагуючи на збільшення товщини заготовки. Для залежності (7) меридіональні напруження практично не залежать від товщини заготовки в межах досліджуваних величин. Так, при $s=1$ мм $\sigma_p/\sigma_s=0,224$, а при $s=3$ мм $\sigma_p/\sigma_s=0,226$. Це говорить про те, що завдання розглядалося наближено для безмоментного напруженого стану, де товщина заготовки не входить явно в рівняння рівноваги, тому її вплив незначний для даного випадку дослідження.

ВИСНОВКИ. Проведені дослідження з розподілу меридіональних напружень на витяжному ребрі матриці з використанням рівнянь рівноваги технічної теорії оболонок для поверхонь у вигляді тороїдальної поверхні обертання показали, що аналітичне рішення, отримане спільно з рівнянням пластичності методом підстановки, задовільно описує приріст меридіональних напружень на витяжній кромці матриці під час витягування. Однак дана залежність (7) практично не реагує на зміну товщини заготовки, що є її значним недоліком. Це обумовлюється, на наш погляд, постановкою завдання в безмоментному формулюванні, де товщина заготовки не входить в рівняння рівноваги в явному вигляді. Цей недолік можна виправити, розглянувши задачу перетягування металу через витяжну кромку матриці з урахуванням згинального моменту, що діє в меридіональному напрямку. Завдання в такій постановці буде пріоритетом для наших подальших теоретичних досліджень процесу витягування.

Отриману аналітичну залежність (7) можна використовувати для розрахунку приросту меридіональних напружень на витяжній кромці матриці під час витягування в першому наближенні. Це твердження ґрунтується на її наочності. Формула (7) розбивається на два члена, перший з яких показує залежність меридіональних напружень від граничних умов під час підходу металу до витяжної кромки матриці, і його величина залежить від коефіцієнта витягування та радіуса заокруглення кромки матриці. Зі зменшенням коефіцієнта витягування приріст меридіональних напружень знижується, зі збільшенням радіуса заокруглення матриці відбувається аналогічне явище. Другий член рівняння (7) залежить від тих же величин, що і перший, але зі збільшенням радіуса заокруглення матриці він зростає, а зі збільшенням радіуса деталі (зменшенні коефіцієнта витягування) – зменшується. Це призводить до зменшення приросту меридіональних напружень в першому випадку, а в другому – до їх зростання. Тобто в ідеалізованому випадку можна домогтися такого співвідношення діаметрів заготовки, деталі радіуса заокруглення витяжної кромки матриці, що

приріст меридіональних напружень під час переходу через неї буде прагнути до нуля. Це положення є також предметом подальших теоретичних досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сивак Р. І. Підвищення міцності елементів металоконструкцій обробкою тиском. *Сучасні технології в будівництві, економіці та дизайні: матеріали всеукр. наук.-практ. конф. (Немирів, 4-5 квіт. 2019 р.)*. Немирів: Немирів. коледж будівництва, економіки та дизайну ВНАУ, 2019. С. 4.
2. Алиева Л. И., Сивак Р. И., Коцюбовская Е. И., Сухоруков С. И. Деформируемость заготовок при радиальном выдавливании с противодавлением. *Обработка материалов давлением*. Краматорск: ДГМА, 2018. № 2. С. 96–104.
3. Ильющин А. А. Пластичность. М.: Гостехиздат, 1948. 376 с.
4. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1968. 505 с.
5. Ковка и штамповка. Справочник: в 4 т. / ред. Е. И. Семенов. М.: Машиностроение. 1985. Т 1: Материалы и нагрев. Оборудование. Ковка. 568 с.
6. Ковка и штамповка. Справочник: в 4 т. / ред. Е. И. Семенов. М.: Машиностроение. 1986. Т 2: Горячая объемная штамповка. 592 с.
7. Ковка и штамповка. Справочник: в 4 т. / ред. Г. А. Навродский. М.: Машиностроение. 1987. Т 3: Холодная объемная штамповка. 384 с.
8. Ковка и штамповка. Справочник: в 4 т. / ред. А. Д. Матвеев. М.: Машиностроение. 1987. Т 4: Листовая штамповка. 544 с.
9. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
10. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
11. Коларов Д., Балтов А., Бончева Н. Механика пластических сред. М.: Мир, 1979. 302 с.
12. Томсен Э., Янг Г., Кобаяши Ш. Механика пластической деформации при обработке металлов. М.: Машиностроение, 1968. 504 с.
13. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки. М.: Машиностроение, 1977. 278 с.
14. Основы теории обработки металлов давлением / С. И. Губкин и др.; общ. ред. М. В. Сторожев. М.: Машгиз, 1959. 540 с.
15. Романовский В. П. Справочник по холодной штамповке. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. 520 с.
16. Шофман Л. А. Элементы теории холодной штамповки. М.: Машиностроение, 1952. 277 с.
17. Яковлев С. С., Трегубов В. И., Нечепуренко Ю. Г. Глубокая вытяжка анизотропного упрочняющегося материала. *Заготовительные производства (Кузнечно-штамповочное, литейное и другие производства)*. 2005. № 4. С. 38–44.
18. Пилипенко О. В. Технологические параметры ротационной вытяжки с утонением стенки трубных заготовок из анизотропного материала. *Вестник машиностроения*. 2008. № 4. С. 74–78.

19. Яковлев С. С., Ремнев К. С. Складкообразование при вытяжке осесимметричных деталей из анизотропного материала. *Изв. вузов. Машиностроение*. 2014. № 9 (654). С. 39–47.
20. Пузырь Р. Г. Моделирование вытяжки цилиндрической детали без прижима фланца заготовки из изотропного и анизотропного металла. *Вестник НТУ «ХПИ», Серия: Новые решения в современных технологиях*. Харьков: НТУ «ХПИ», 2019. № 1. С. 58–66.
21. Аргат Р. Г., Пузырь Р. Г., Вакуленко Р. А. Вплив анізотропії і зміцнення металу на втрату стійкості фланця при витягуванні циліндричної деталі без складкоутримувача. *Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПИ": зб. наук. пр. Сер.: Інноваційні технології та обладнання обробки матеріалів у машинобудуванні та металургії*. Харків: НТУ «ХПИ», 2018. № 31 (1307). С. 3–7.
22. Yang C., Li P., Fan L. Blank Shape Design for Sheet Metal Forming based on Geometrical Resemblance. *Procedia Engineering*. 2014. No. 81. PP. 1487–1492.
23. Wang G., Zhao G., Xia Sh., Luan Y. Numerical and experimental study of new cold precision forging technique of spear gears. *Trans. Nonferrous Metal Soc. China*. 2003. Vol. 13, No. 14. PP. 798–802.
24. Wang X. Y., Ouyang K., Xia J. C. FEM analysis of drawing-thickening technology in stamping-forging hybrid process. *Forging & Stamping Technology*. 2009. No. 34 (4). PP. 73–78.
25. Jurkovič M., Mustafiž E. Mathematical modeling of the torque driving electric motor production line to the profiling forming thin sheets. *Proceedings Int. Scientific Conference on Production Engineering*. Budva, 2013. PP. 47–52.
26. Neto D. M., Oliveira M. C., Alves J. L., Menezes L. F. Influence of the plastic anisotropy modelling in the reverse deep drawing process simulation. *Materials&Design*. 2014. No. 60. PP. 368–379.
27. Yoon J. W., Dick R. E., Barlat F. A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity. *International Journal of Plasticity*. 2011. No. 27 (8). PP. 1165–1184.
28. Аргат Р. Г., Пузырь Р. Г. Пути управления полем напряжений в операциях листовой штамповки. *Обработка материалов давлением: сб. науч. трудов*. Краматорск: ДГМА, 2012. № 4 (33). С. 100–104.
29. Sosenushkin E. N., Yanovskaya E. A., Sosenushkin A. E., Emel'yanov V. V. Mechanics of nonmonotonic plastic deformation. *Russian Engineering Research*. 2015. Vol. 35. No. 12. PP. 902–906.
30. Пузырь Р. Г., Троцко О. В., Черкащенко В. Ю. Влияние геометрических параметров цилиндрической заготовки на напряженно-деформированное состояние при раздате коническими пуансонами. *Обработка материалов давлением: сборник научных трудов*. Краматорск: ДГМА, 2012. № 4 (33). С. 114–121.
31. Мовшович А. Я., Пузырь Р. Г. Расчет меридиональных напряжений, возникающих на первом переходе процесса радиально-ротационного профилирования ободьев колес. *Научно-технический и производственный журнал «Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением»*. 2013. № 10. С. 3–7.
32. Мосьпан В. Д., Драгобецкий В. В., Пузырь Р. Г. Определение потребного крутящего момента при радиально-ротационном профилировании ободьев колес. *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського*. Кременчук: КДПУ, 2008. № 6 (53). частина 2. С. 64–66.
33. Аргат Р. Г., Пузырь Р. Г., Долгих О. Н. Распределение напряжений на вытяжном ребре матрицы при вытяжке цилиндрических заготовок. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ». Збірник наукових праць. Серія: Іноваційні технології та обладнання обробки матеріалів у машинобудуванні та металургії*. Харків: НТУ «ХПИ», 2014. № 43 (1086). С. 8–13.
34. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
35. Сивак Р. И., Огородников В. А., Сивак И. О. Оценка пластичности металла при холодном двухэтапном деформировании. *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Машинобудування»*. 2016. № 3 (78), С. 96–100.
36. Сивак Р. И., Рекечинский В. И. Особенности пластичной деформации металлов при немономтонном деформировании. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2019. № 2 (93). С. 50–55.
37. Аргат Р. Г., Пузырь Р. Г., Гайкова Т. В., Маркевич А. Г. Теоретичні дослідження напруженого стану на витяжному ребрі матриці при витягуванні циліндричних деталей. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки). Тематичний випуск: Машини і пластична деформація металу*. Кам'янське: ДДТУ, 2018. С. 153–158.
38. Altinbalik T., Tonka A. Numerical and experimental study of sheet thickness variation in deep drawing processes. *International Journal of Modern Manufacturing Technologies*. 2012. Vol. IV. No. 2. PP. 9–16.
39. Сивак Р. И. Визначення кінематики деформування на основі сплайн-апроксимацій. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2020. № 2 (97). С. 101–107.
40. Калюжний В. Л., Запороженко А. С., Піманов В. В. Інтенсифікація технологій виготовлення виробу «Балон 180x184». *Обработка материалов давлением: сборник научных трудов*. Краматорск: ДГМА, 2012. № 2 (31). С. 136–140.

THE SPECIFICATION OF ANALYTICAL DEPENDENCES FOR DETERMINING THE STRESSES DURING THE DRAWING OF CYLINDRICAL PARTS

R. Arhat, V. Dragobetsky, V. Puzyr, V. Shchetynin

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: argat.rg@gmail.com

R. Puzyr

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University College

vul. Chumatskyi Shliakh, 7, Kremenchuk, 39621, Ukraine. E-mail: puzyruslan@gmail.com

Purpose. The drawing of cylindrical parts from flat workpieces is characterized by axisymmetric deformation with a plane stress state, which determines the absence of shear stresses and simplifies the solution of differential equilibrium equations. However, in the described papers, the authors did not fully take into account the fact that when the sections of the workpiece enter the rounded edge of the matrix, the workpiece, being plastically deformed, acquires the spatial shape of the surface of revolution, in this case a toroidal surface. Therefore, the purpose of the paper is to clarify the analytical dependences for determining the stresses arising on the drawing edge of the matrix when drawing a cylindrical part from a sheet workpiece using the mathematical apparatus of the technical theory of shells. **Methodology.** In view of the complexity of the theoretical analysis of the plastic deformation of the shells of revolution, taking into account the bending moments, the momentless state of an open toroidal shell was considered. In this case, the assumptions of the technical theory of shells and the Kirghoff-Love hypothesis for shells of revolution were accepted. The final equilibrium equation for internal forces was considered taking into account the axisymmetry of the deformation zone for the toroidal surface of the workpiece and it was solved together with the plasticity equation by the substitution method. **Results.** The obtained analytical dependences show that the meridional stresses reduce with a decrease in the radius of curvature of the drawing edge of the matrix. This is typical of all researched dependences and does not contradict the physical part of the issue. The results obtained by the presented expression are quite overestimated in comparison with the research by E.A. Popov and L.A. Shofman. Also, the growth in meridional stresses on the rounded edge of the matrix according to the formula of E.A. Popov increases significantly, responding to an increase in the thickness of the workpiece. For the derived dependence, the meridional stresses practically do not depend on the thickness of the workpiece within the limits of the researched values. This is explained by the fact that the problem was considered approximately for a momentless stressed state, where the thickness of the workpiece does not explicitly enter the equilibrium equations. Therefore, its influence is very small for this case of the research. **Practical value.** The obtained analytical dependence can be used for practical calculation of the increment of meridional stresses at the drawing edge of the matrix during drawing in the first approximation. This statement is based on its clarity. The formula is divided into two terms, the first of which shows the dependence of the meridional stresses on the boundary conditions when the metal approaches the drawing edge of the matrix, and its value depends on the stretching ratio and the radius of curvature of the matrix edge. With a decrease in the elongation ratio, the increment in meridional stresses decreases; with an increase in the radius of the matrix rounding, a similar phenomenon occurs. The second term of the equation depends on the same values as the first one, but with an increase in the radius of rounding of the matrix, it increases, and with an increase in the radius of the part (decrease in the elongation ratio), it decreases. This results in a decrease in the increase in meridional stresses in the first case, and in their growth in the second case. References 40, figures 2.

Key words: drawing, cylindrical workpiece, curvature radius, matrix, sheet workpiece.

REFERENCES

1. Sivak, R. I. (2019), "Pidvyshchennya mitsnosti elementiv metalokonstruktsiy obrobkoyu tyskom" [Increasing the strength of elements of metal structures by pressure treatment], *Suchasni tekhnolohiyi v budivnytstvi, ekonomitsi ta dyzayni: materialy vseukrayins'koyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi* [Modern technologies in construction, economics and design: materials of the all-Ukrainian scientific-practical conference], Nemyriv, April 4–5, 2019, 4 p.
2. Alieva, L. I., Sivak, R. I., Kotsyubivskaya, E. I., Sukhorukov, S. I. (2018), "Deformiruyemost' zagotovok pri radial'nom vydavlivanii s protivodavleniyem" [Deformability of workpieces during radial extrusion with back pressure], *Obrabotka materialov davleniyem* [Material processing], no. 2, pp. 96–104.
3. Ilyushin, A. A. (1948), "Plastichnost'" [Plastic], Moscow: Gostekhizdat, 376 p.
4. Bezukhov, N. I. (1968), "Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti" [Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and creep], Moscow: Vysshaya shkola, 505 p.
5. Semenov, Ye. I. (1985), "Kovka i shtampovka. Spravochnik: v 4 T, T 1: Materialy i nagrev. Oborudovaniye. Kovka" [Forging and stamping. Reference book: in 4 volumes, Vol. 1: Materials and heating. Equipment. Forging], Moscow: Mashinostroyeniye, 568 p.
6. Semenov, Ye. I. (1986), "Kovka i shtampovka. Spravochnik: v 4 T, T 2: Goryachaya ob'yomnaya shtampovka" [Forging and stamping. Reference book: in 4 volumes, Vol. 2: Hot die forging], Moscow: Mashinostroyeniye, 592 p.
7. Navrotsky, G. A. (1987), "Kovka i shtampovka. Spravochnik: v 4 T, T 3: Kholodnaya ob'yomnaya shtampovka" [Forging and stamping. Reference book: in 4 volumes, Vol. 3: Cold die forging], Moscow: Mashinostroyeniye, 384 p.
8. Matveev, A. D. (1987), "Kovka i shtampovka. Spravochnik: v 4 T, T 4: Listovaya shtampovka" [Forging and stamping. Reference book: in 4 volumes, Vol. 4: Sheet stamping], Moscow: Mashinostroyeniye, 544 p.
9. Storozhev, M. V., Popov, Ye. A. (1977), "Teoriya obrabotki metallov davleniyem" [Theory of metal forming], Moscow: Mashinostroyeniye, 423 p.

10. Hill, R. (1956), "Matematicheskaya teoriya plastichnosti" [Mathematical theory of plasticity], Moscow: Gostekhizdat, 407 p.
11. Kolarov, D., Baltov, A., Boncheva, N. (1979), "Mekhanika plasticheskikh sred" [Mechanics of plastic media], Moscow: Mir, 302 p.
12. Thomsen, E., Young, G., Kobayashi, Sh. (1968), "Mekhanika plasticheskoy deformatsii pri obrabotke metallov" [Mechanics of plastic deformation in metal processing], Moscow: Mashinostroyeniye, 504 p.
13. Popov, Ye. A. (1977), "Osnovy teorii listovoy shtampovki" [Fundamentals of sheet metal stamping theory], Moscow: Mashinostroyeniye, 278 p.
14. Gubkin, S. I. and others (1959), "Osnovy teorii obrabotki metallov davleniyem" [Foundations of the theory of metal forming], Moscow: Mashgiz, 540 p.
15. Romanovsky, V. P. (1979), "Spravochnik po kholodnoy shtampovke" [Cold forming reference], Moscow: Mashinostroyeniye. Leningr. sep., 520 p.
16. Shofman, L. A. (1952), "Elementy teorii kholodnoy shtampovki" [Elements of cold forming theory], Moscow: Mashinostroyeniye, 277 p.
17. Yakovlev, S. S., Tregubov, V. I., Nechepurenko, Yu. G. (2005), "Glubokaya vityazhka anizotropnogo uprochnyayushchegosya materiala" [Deep drawing of anisotropic hardening material], *Zagotovitel'nyye proizvodstva (Kuznechno-shtampovochnoye, liteynoye i drugie proizvodstva)* [Blank production (Forging and stamping, foundry and other industries)], no. 4, pp. 38–44.
18. Pilipenko, O. V. (2008), "Tekhnologicheskiye parametry rotatsionnoy vityazhki s utoneniyem stenki trubnykh zagotovok iz anizotropnogo materiala" [Technological parameters of rotary drawing with wall thinning of pipe billets made of anisotropic material], *Vestnik mashinostroyeniya* [Mechanical Engineering Bulletin], no. 4, pp. 74–78.
19. Yakovlev, S. S., Remnev, K. S. (2014), "Skladkoobrazovaniye pri vityazhke osesimmetrichnykh detaley iz anizotropnogo materiala" [Wrinkling when drawing axisymmetric parts from an anisotropic material], *Izv. vuzov. Mashinostroyeniye* [Notification of universities Mechanical engineering], no. 9 (654), pp. 39–47.
20. Puzyr, R. G. (2019), "Modelirovaniye vityazhki tsilindricheskoy detali bez prizhima flantsa zagotovki iz izotropnogo i anizotropnogo metalla" [Modeling the drawing of a cylindrical part without clamping the workpiece flange made of isotropic and anisotropic metal], *Visnyk Nats. tekhn. untu "KHPI": zb. nauk. pr. Ser.: Novyye resheniya v sovremennykh tekhnologiyakh* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies], Kharkiv: NTU "KhPI", no. 1, pp. 58–66.
21. Arhat, R. G., Puzir, R. G., Vakulenko, R. A. (2018), "Vplyv anizotropiyi i zmitsnennya metalu na vtratu stiykosti flantsya pry vityahuvanni tsylindrychnoyi detali bez skladkoutrymuvacha" [Innovative technologies and equipment for materials processing in mechanical engineering and metallurgy], *Visnyk Nats. tekhn. un-tu "KHPI": zb. nauk. pr. Ser.: Innovatsiyini tekhnolohiyi ta obladnannya obrobky materialiv u mashynobuduvanni ta metalurhiyi* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: Innovative technologies and equipment of materials processing in engineering and metallurgy], Kharkiv: NTU "KhPI", no. 31 (1307), pp. 3–7.
22. Yang, C., Li, P., Fan, L. (2014), Blank Shape Design for Sheet Metal Forming based on Geometrical Resemblance, *Procedia Engineering*, no. 81, pp. 1487–1492.
23. Wang, G., Zhao, G., Xia, Sh., Luan, Y. (2003), Numerical and experimental study of new cold precision forging technique of spear gears, *Trans. Nonferrous Metal Soc. China*, Vol. 13, no. 14, pp. 798–802.
24. Wang, X. Y., Ouyang, K., Xia, J. C. (2009), FEM analysis of drawing-thickening technology in stamping-forging hybrid process, *Forging & Stamping Technology*, no. 34 (4), pp. 73–78.
25. Jurkoviж, M., Mustafiж, E. (2013), Mathematical modeling of the torque driving electric motor production line to the profiling forming thin sheets, *Proceedings Int. Scientific Conference on Production Engineering*, Budva, pp. 47–52.
26. Neto, D. M., Oliveira, M. C., Alves, J. L., Menezes, L. F. (2014), Influence of the plastic anisotropy modelling in the reverse deep drawing process simulation, *Materials&Design*, no. 60, pp. 368–379.
27. Yoon, J. W., Dick, R. E., Barlat, F. (2011), A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity, *International Journal of Plasticity*, no. 27 (8), pp. 1165–1184.
28. Arhat, R. G., Puzyr, R. G. (2012), "Puti upravleniya polem napryazheniy v operatsiyakh listovoy shtampovki" [Ways to control the stress field in sheet stamping operations], *Obrabotka materialov davleniyem: sbornik nauchnykh trudov* [Processing of materials pressure: collection of scientific works]. Kramatorsk: DGMA, no. 4 (33), pp. 100–104.
29. Sosenushkin, E. N., Yanovskaya, E. A., Sosenushkin, A. E., Emel'yanov, V. V. (2015), Mechanics of nonmonotonic plastic deformation, *Russian Engineering Research*, Vol. 35, no. 12, pp. 902–906.
30. Puzyr, R. G., Trotsko, O. V., Cherkashchenko, V. Y. (2012), "Vliianie geometricheskikh parametrov tsilindricheskoy zagotovki na napriazhenno-deformirovannoe sostoianie pri razdache konicheskimi puansonami" [Influence of geometrical parameters of cylindrical preparation on the intense deformed state at distribution by conic punches], *Obrabotka materialov davleniyem: sbornik nauchnykh trudov* [Processing of materials pressure: collection of scientific works], Kramatorsk: DGMA, no. 4 (33), pp. 114–121.
31. Movshovich, I. Ja., Puzyr, R. G. (2013), "Raschet meridional'nykh napriazhenij na pervoi operacii processa radial'no-rotatsionnogo profilirovaniya obodiev koles" [Calculation of meridional stresses on the first operation of the process of radial-rotary profiling of wheel rims], *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem* [Forging and stamping production. Pressure treatment], no. 10, pp. 3–7.
32. Mos'pan, D. V., Dragobeckij, V. V., Puzyr, R. G. (2008), "Opredelenie potrebnogo krutiashhego momenta pri radial'no-rotatsionnom profilirovanii obodiev koles" [Determination of the required torque at radial-

rotational profiling of wheel rims], *Visnik Kremenchutskogo derzhavnogo politehnichnogo universitetu imeni Mihajla Ostrogradskogo* [Bulletin of the Kremenchuk Mykhailo Ostrogradskyi State Polytechnic University], Kremenchuk: KDFU, № 6 (53), part 2, pp. 64–66.

33. Arhat, R. G., Puzyr, R. G., Dolgih, O. N. (2014), “*Raspredeleniye napryazheniy na vytyazhnom rebre matritsy pri vytyazhke tsilindricheskikh zagotovok*” [Distribution of stresses on the drawing edge of the matrix during drawing out of cylindrical blanks], *Visnyk Nats. tekhn. un-tu “KHPF”: zb. nauk. pr. Ser.: Innovatsiyni tekhnologii ta obladnannia obrobky materialiv u mashynobuduvanni ta metalurhii* [Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Innovative technologies and equipment of materials processing in engineering and metallurgy], Kharkiv: NTU “KhPI”, no. 43 (1086), pp. 8–13.

34. Volmir, A. S. (1967), “*Ustoichivost' deformiruiemykh sistem*” [Stability of deformable systems], Moscow: Nauka, 984 p.

35. Sivak, R. I., Ogorodnikov, V. A., Sivak, I. O. (2016), “*Otsenka plastichnosti metalla pri kholodnom dvukhetapnom deformirovanii*” [Estimation of metal plasticity during cold two-stage deformation], *Visnyk Nats. tekhn. un-tu “KHPF”: zb. nauk. pr. Ser.: Innovatsiyni tekhnologii ta obladnannia obrobky materialiv u mashynobuduvanni ta metalurhii* [Bulletin of the National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”. Mechanical Engineering Series], no. 3 (78), pp. 96–100.

36. Sivak, R. I., Rekechynsky, V. I. (2019), “*Osoblyvosti plastychnoyi deformatsii metaliv pry nemonotonomu deformuvanni*” [Features of plastic

deformation of metals at nonmonotonic deformation], *Vibratsiyy v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh* [Vibrations in engineering and technology], no. 2 (93), pp. 50–55.

37. Arhat, R. G., Puzyr, R. G., Haikova, T. V., Markevych, A. G. (2018), “*Teoretychni doslidzhennia napruzhenoho stanu na vytyazhnomu rebri matritsy pry vytyahuvanni tsylindrychnykh detalei*” [Theoretical studies of the stress state on the exhaust edge of the matrix during the extraction of cylindrical parts], *Zbirnyk naukovykh prats' Dniprovs'koho derzhavnogo tekhnichnogo universytetu (tekhnichni nauky). Tematychnyy vypusk: Mashyny i plastychna deformatsiia metalu* [Collection of scientific works of the Dnieper State Technical University (technical sciences). Thematic issue: Machines and plastic deformation of metal], Kamyanske: DSTU, pp. 153–158.

38. Altinbalik, T., Tonka, A. (2012), Numerical and experimental study of sheet thickness variation in deep drawing processes, *International Journal of Modern Manufacturing Technologies*, Vol. IV, no. 2, pp. 9–16.

39. Sivak, R. I. (2020), “*Vyznachennia kinematyky deformuvannia na osnovi splayn-aproksymatsii*” [Determination of deformation kinematics based on spline approximations], *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh* [Vibrations in engineering and technology], no. 2 (97), pp. 101–107.

40. Kalyuzhny, V. L., Zaporozhchenko, A. S., Pimanov, V. V. (2012), “*Intensyfikatsiia tekhnolohii vyhotovlennia vyrobu «Balon 180x184»*” [Intensification of manufacturing technologies of the product «Cylinder 180x184»], *Obrabotka materialov davleniim: sbornik nauchnykh trudov* [Processing of materials pressure: collection of scientific works], Kramatorsk: DGMA, no. 2 (31), pp. 136–140.

Стаття надійшла 3.11.2020.