УДК 519.85

DOI https://doi.org/10.32782/1995-0519.2022.5.5

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ІМІТАЦІЇ ВІДПАЛУ ДЛЯ КОМБІНАТОРНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ПОБУДОВУ МОСТІВ

Юрій Олексійчук
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, к. ф.-м. н.
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, olexijchuk@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0585-3307

Дмитро Ольховський
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, к. ф.-м. н.
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, dmitriy@olhovsky.name
ORCID: 0000-0003-0313-6977

Олена Ольховська
завідувач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, к. ф.-м. н.
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, lena@olhovsky.name
ORCID: 0000-0001-5366-5995

Тетяна Чілікіна
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, к. ф.-м. н.
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, tv.0502@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0585-3307

Оксана Черненко
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, к. ф.-м. н.
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, oksanachernenko7@gmail.com
ORCID: 0000-0002-9084-0999

Оксана Оріхівська
старший викладач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,
Полтавський університет економіки і торгівлі, вул. Коваля, 3, м. Полтава, Україна, 36014, aka.jeita@gmail.com
ORCID: 0000-0003-2775-0832

Анотація. В роботі розглядається модель комбінаторної задачі побудови мостів. Задача полягає в оптимальній побудові мостів між берегами річки для максимізації транспортного потоку з одного берегу на інший. Комбінаторна задача про побудову мостів може буди зведена до комбінаторної задачі знаходження максимального потоку в транспортній мережі. Для цієї задачі відомі алгоритми розв'язування. Але комбінаторна задача знаходження максимального потоку в загальному випадку є NP-важкою. Тому актуальною є розробка наближених методів. В роботі запропоноване застосування методу імітації відпалу для задачі, що розглядається. Метод імітації відпалу є одним із універсальних алгоритмів, що використовуються для розв'язання задач оптимізації. Зокрема, від застосовується для задач комбінаторної та дискретної оптимізації. Основна ідея методу полягає у генерації випадкових допустимих розв'язків. Якщо цільова функція нового розв'язку має краще значення, ніж цільова функція поточного розв'язку, то відбувається перехід до нового розв'язку. Якщо цільова функція має гірше значення, то перехід відбувається з певною ймовірністю, яка залежить від параметру, що називають температурою. Температура поступово знижується, відповідно і ймовірність переходу до гіршого розв'язку зменшується. Це підвищує ймовірність знайти глобальний оптимум, а не зупинитися в точці локального оптимуму. В даній роботі для генерування нового допустимого розв'язку задачі використовується перехід до нової перестановки, що відрізняється від поточної переставленням двох елементів місцями. Метод імітації відпалу має ряд параметрів, які потрібно підбирати для найкращого результату: початкова температура, кінцева температура, функція зниження температури, кількість ітерацій для кожного рівня температури. Актуальною є програмна реалізація запропонованого методу та проведення обчислювальних експериментів.

Ключові слова: задача про побудову мостів, комбінаторна оптимізація, комбінаторна задача знаходження максимального потоку, задача евклідової комбінаторної оптимізації на перестановках, метод імітації відпалу.

Актуальність роботи. В [1] розглядається задача про побудову мостів, яка може бути зведена до задачі евклідової комбінаторної оптимізації на перестановках [2-6]. Також задача про побудову мостів може розглядатися як комбінаторна задача знаходження максимального потоку [7-10]. В [7] доведено, що ця задача є NP-важкою. Тому розробка наближених алгоритмів є актуальною задачею.

Метод імітації відпалу – загальний алгоритмічний метод розв'язання задачі глобальної оптимізації, зокрема комбінаторної, в якому процедура пошуку глобального розв'язку імітує фізичний процес відпалу. Він застосовується для різноманітних задач, наприклад [11-13]. Тому його застосування до задачі, що розглядається, є актуальним.

Постановка задачі. Нехай вершинами $v_1, v_2, ..., v_r$ графа позначені основні мікрорайони міста, розміщеного на берегах річки, а дугами U – існуючі дороги та мости, а також мости, побудова яких запланована в майбутньому, (підмножина $U' \subseteq U$). Для кожної вершини v_i задані величини p_i, що характеризують вихідний транспортний потік із мікрорайону, та q_i, що характеризує вхідний транспортний потік. Для кожної дуги відома пропускна спроможність b_{ij}. Нехай запланована побудова k нових мостів, але є можливість побудувати тільки d мостів ($d < k$).

Задача полягає у визначені списку мостів, які потрібно побудувати, щоб допустимий транспортний потік з одного берега на інший був максимальним.

Будемо вважати, що на одному березі розміщені, в основному, «спальні» райони, а на другому – промислові. І будемо шукати максимальний потік зі «спального» берега на «промисловий» (задача характерна для початку дня). Обернена задача розв’язується аналогічно, оскільки у вечірні години можна вважати, що значення p_i та q_i міняються місцями [1].

Побудова моделі. Введемо фіктивне джерело v_s і з’єднаємо його зі всіма вершинами «спального» берега дугами із пропускною спроможністю $b_{si} = p_i$. Аналогічно з’єднаємо всі вершини «промислового» берегу із фіктивним стоком дугами з пропускною спроможністю $b_{jt} = q_j$. В [1] показано, що ця задача зводиться до комбінаторної задачі знаходження максимального потоку на перестановках. Не порушуючи загальності, для простоти будемо вважати «спальний» берег лівим, а «промисловий» – правим.

Нехай на лівому березі розміщені t мікрорайонів, а інші $(r-t)$ мікрорайонів – на протилежному березі. Матриця суміжності графа транспортної задачі може бути представлена у блочному вигляді:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Матриця A_{11} описує існуючі дороги між мікрорайонами на лівому березі та має розмірність $(t+1)\times(t+1)$:

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 0 & p_1 & \dots & p_t \\ 0 & 0 & \dots & b_{1t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & b_{t1} & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Матриця A_{22} описує існуючі дороги між мікрорайонами на правому березі та має розмірність $(r-t+1)\times(r-t+1)$:

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & b_{t+1,r} & q_{t+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{r,t+1} & \dots & 0 & q_r \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Першому елементу в матриці A_{11} відповідає джерело, останньому елементу в матриці A_{22} – стік.

Матриця A_{12} описує існуючі та заплановані мости між лівим та правим берегами. Ця матриця має розмірність $(t+1)\times(r-t+1)$. На мости, які ще не побудовані, накладаються комбінаторні обмеження.

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{1,t+1} & \dots & b_{1r} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{t,t+1} & \dots & b_{t,r} & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Матрицю A_{21} можна вважати нульовою, оскільки навряд чи доцільно буде перетинати річку по мостах 3 чи більше разів, щоб потрапити з одного берега на інший.

Зауваження. Дана модель не враховує рух між мікрорайонами на одному березі, або рух між берегами в протилежному напрямку. Оскільки задача полягає в тому, щоб визначити, які саме мости потрібно будувати в першу чергу, то цими транспортними потоками можна знехтувати.

Приклад. Нехай транспортна мережа задана графом з рис. 1 [1]. Знайдемо елементи матриці A .

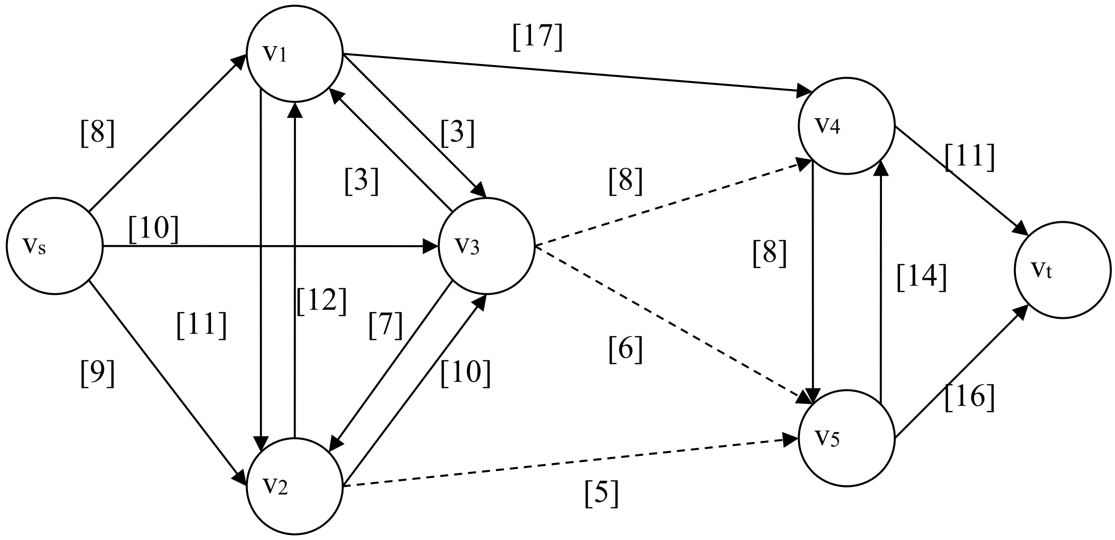

Рис. 1. Транспортна мережа із фіктивними джерелом та стоком

Матриця A_{11} має наступний вигляд:

$$A_{11}=\begin{pmatrix}0 & 8 & 10 & 9\\ 0 & 0 & 11 & 3\\ 0 & 12 & 0 & 10\\ 0 & 3 & 7 & 0\end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матриця A_{22} :

$$A_{22}=\begin{pmatrix}0 & 8 & 11\\ 14 & 0 & 16\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}. \quad (6)$$

Матриця A_{12} :

$$A_{12}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 17 & 0 & 0\\ 0 & 5^{*} & 0\\ 8^{*} & 6^{*} & 0\end{pmatrix}. \quad (7)$$

Матриця A_{21} :

$$A_{21}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}. \quad (8)$$

На елементи відмічені символами "*" в (7) накладені комбінаторні обмеження. Якщо за умовою задачі потрібно побудувати 2 мости із трьох, то один із цих елементів має стати нулем. Тобто $x=\left(x_{25},x_{34},x_{35}\right)\in E_{32}\left(G\right)$,

де $G=\left\{0,10^2\right\}$ (можна взяти $M=10$, оскільки $10>\max\left\{5,6,8\right\}$). Потік по цих дугах не повинен перевищувати мінімальне серед значень x_{ij} та b_{ij}.

Задача полягає в тому, щоб визначити, який саме елемент має бути нульовим. В цьому простому прикладі це легко зробити за допомогою методу повного перебору, але на реальних задачах повний перебір може бути неефективний.

Метод імітації відпалу. Розглянемо комбінаторну задачу знаходження максимального потоку на перестановках. За початковий розв'язок можна взяти деякий випадковий розв'язок (випадкову перестановку елементів мультимножини G) або розв'язок, отриманий іншим методом, наприклад, жадібним алгоритмом [10].

В якості оцінки F візьмемо розв'язок класичної задачі знаходження максимального потоку з пропускними спроможностями $b'_{ij}=\min\left\{b_{ij},x_{ij}\right\}$, яку можна отримати, відкинувши комбінаторні обмеження. Для розв'язання цієї задачі можна використати один із відомих поліноміальних методів [14-16], наприклад, алгоритм Едмондса – Карпа [16].

Випадковий пошук розв'язку здійснюється переходом до нової перестановки $x=\left(x_{i_1j_1},\ldots,x_{i_kj_k}\right)\in E_{\eta n}\left(G\right)$, яка отримується із попередньої обміном двох значень $x_{i_tj_t}$ та $x_{i_pj_p}$ місцями. Оскільки в нашому випадку мультимножина G містить лише 2 різних елементи: 0 та M , то очевидно, що обмін доцільно робити лише в тому випадку, коли $x_{i_tj_t}$ та $x_{i_pj_p}$ мають різні значення. Нехай оцінка нового розв'язку F'.

Перехід до нового розв'язку відбувається з ймовірністю

$$p(\Delta F,T)=\begin{cases}1,\ \textit{якщо}\ \Delta F>0\\ \exp(\dfrac{\Delta F}{T}),\ \textit{якщо}\ \Delta F<0\end{cases}, \quad (9)$$

де $\Delta F = F' - F$, T – температура, яка поступово знижується. Причому для кожного рівня температури виконується певна кількість ітерацій.

Метод має ряд параметрів, які потрібно підбирати для найкращого результату: початкова температура, кінцева температура, функція зниження температури, кількість ітерацій для кожного рівня температури.

Висновки. В роботі розглянута математична модель для комбінаторної задачі побудови мостів та запропонований метод імітації відпалу для її розв'язання. Метод імітації відпалу є стохастичним наближеним методом. Актуальною залишається програмна реалізація методу та проведення обчислювальних експериментів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Комбінаторна задача про побудову мостів та методи її розв'язання / Ю. Ф. Олексійчук, Д. М. Ольховський, О. В. Ольховська, Т. В. Чілікіна, О. О. Черненко, О. Г. Оріхівська. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського.* Кременчук: КрНУ, 2022. Випуск 1. С. 115–121.
2. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець, Є. М. Ємець; Полт. ун-т споживчої кооперації Укр. Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. 103 с.
3. Емец О.А., Барболина Т. Н. Комбинаторная оптимизация на размещениях. Київ : Наук. думка, 2008. 159 с.
4. Розв'язування ігрових задач з обмеженнями-полірозміщеннями на стратегії одного гравця: ітераційний метод типу Брауна-Робінсон / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець, І. М. Поляков. *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2020. – № 1. С. 38–45.
5. Ємець О.О., Барболина Т. Н. Метод гілок і меж розв'язування задач оптимізації лінійної цільової функції на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю. *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки.* 2018. № 2. С. 43–54.
6. Барболіна Т. М. Властивості евклідових задач лексикографічної комбінаторної оптимізації на розміщеннях. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки.* 2019. Випуск 19. С. 5–11.
7. Емец Е. М., Олексийчук Ю. Ф. NP-трудность комбинаторной задачи нахождения максимального потока. *Таврический вестник информатики и математики.* 2012. № 2. С. 36–44.
8. Знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук. *Таврический вестник информатики и математики.* 2011. № 1. С. 43–50.
9. Комбінаторна задача знаходження максимального потоку та метод гілок та меж для її розв'язування. О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук. *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки.* 2012. № 1. С. 91–98.
10. Поліноміальний метод наближеного розв'язання комбінаторної задачі знаходження максимального потоку в мережі / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук. *Доповіді Національної академії наук України.* 2013. № 4. С. 33–37.
11. Bertsimas D., Tsitsiklis J. Simulated Annealing. *Statistical Science, Statist. Sci.* 8(1), 1993. P. 10–15.
12. Hybrid binary coral reefs optimization algorithm with simulated annealing for feature selection in high-dimensional biomedical datasets / C. Yan, J. Ma, H. Luo and A. Patel. *Chemometric Intell. Lab. Syst.* Vol. 184, 2019. P. 102–111.
13. A hybrid Harris Hawks optimization algorithm with simulated annealing for feature selection / M. Abdel-Basset, W. Ding and D. El-Shahat. *Artif. Intell. Rev.,* 2020. P. 1–45.
14. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. Москва : Мир, 1966. 277 с.
15. Ху Т.Ч., Шинг М.Т. Комбинаторные алгоритмы. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского. 2004. 330 с.
16. Edmonds J., Karp R.M. Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems. *J. ACM.* 1972. Vol. 19, № 2. P. 248–264.

APPLICATION OF ANNEALING SIMULATION FOR THE COMBINATORIAL PROBLEM OF BRIDGE CONSTRUCTION

Yuriy Oleksiychuk
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Computer Science and Information Technology,
Poltava University of Economics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000, olexijchuk@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0585-3307

Dmytro Olkhovsky
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department of Computer Science and Information Technology,
Poltava University of Economics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000, dmitriy@olhovsky.name
ORCID: 0000-0003-0313-6977

Olena Olkhovska
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Computer Science and Information Technology,
Poltava University of Economics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000, lena@olhovsky.name
ORCID: 0000-0001-5366-5995

Tatiana Chilikina
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department of Computer Science and Information Technology,
Poltava University of Economics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000,tv.0502@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0585-3307

Oksana Chernenko
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department of Computer Science and Information Technology,
PoltavaUniversityofEconomics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000, oksanachernenko7@gmail.com
ORCID: 0000-0002-9084-0999

Oksana Orikhivska
Senior lecturer of Department of Computer Science and Information Technology,
Poltava University of Economics and Trade, Koval str., 3, Poltava, Ukraine, 36000, aka.jeita@gmail.com
ORCID: 0000-0003-2775-0832

Summary. The paper considers the model of the combinatorial problem of bridge construction. The task is to optimally build bridges between the banks of the river to maximize traffic flow from one bank to the other. The combinatorial problem of building bridges can be reduced to the combinatorial problem of finding the maximum flow in the transport network. Solving algorithms are known for this problem.

But the combinatorial problem of finding the maximum flow is NP-hard in the general case. Therefore, the development of approximate methods is relevant. The paper proposes the application of the annealing simulation method for the problem under consideration. The method of simulated annealing is one of the universal algorithms used to solve optimization problems. In particular, it is used for combinatorial and discrete optimization problems. The main idea of the method is to generate random admissible solutions. If the objective function of the new solution has a better value than the objective function of the current solution, then there is a transition to the new solution. If the objective function has a worse value, then the transition occurs with a certain probability, which depends on a parameter called temperature. The temperature gradually decreases, accordingly, and the probability of transition to a worse solution decreases. This increases the probability of finding a global optimum rather than stopping at a local optimum. In this work, a transition to a new permutation, which differs from the current one by permuting two elements, is used to generate a new admissible solution to the problem. The simulated annealing method has a number of parameters that must be selected for the best result: initial temperature, final temperature, temperature reduction function, number of iterations for each temperature level. The software implementation of the proposed method and conducting computational experiments are relevant.

Key words: bridge construction problem, combinatorial optimization, combinatorial problem of finding the maximum flow, Euclidean combinatorial optimization problem on permutations, annealing simulation method.

REFERENCES

1. Oleksiichuk Yu. F., Olkhovskyi D. M., Olkhovska O. V., Chilikina T. V., Chernenko O. O., Orikhivska O. H. (2022). Kombinatorna zadacha pro pobudovu mostiv ta metody yii rozviazannia [A combinatorial problem on the construction of bridges and methods of its solution]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhaila Ostrohradskoho – Visnyk Kremenchug National University named after Mykhailo Ostrogradskyi.* Kremenchuk: KrNU. Vypusk 1. P. 115-121 [in Ukrainian].

2. Stoyan Yu. G., Yemets O.O., Yemets E.M. (2005). Optymizatsiia na polirozmishchenniakh: teoriia ta metody [Optimization on polyplastings: theory and methods]. *Polt. University of Consumer Cooperation Ukr.* Poltava: RVC PUSKU. 103 p. [in Ukrainian]

3. Yemets O. A., Barbolina T.N. (2008). Kombynatornaia optymyzatsyia na razmeshchenyiakh [Combinatorial optimization on placements]. Kyiv : Nauk. Dumka. 159 p. [in Russian]

4. Yemets O. O., Yemets Ol. O., Polyakov I.M. (2020). Rozviazuvannia ihrovykh zadach z obmezhenniamy-polirozmishchenniamy na stratehii odnoho hravtsia: iteratsiinyi metod typu Brauna-Robinson [Solving game problems with constraints-polylocations on the strategy of one player: an iterative method of the Brown-Robinson type]. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu: Zbirnyk*

naukovykh statei. Fizyko-matematychni nauky – Bulletin of Zaporizhia National University: Collection of scientific articles. Physical and mathematical scienceses. № 1. P. 38-45. [in Ukrainian]

5. Yemets O.O., Barbolina T.N. (2018). Metod hilok i mezh rozviazuvannia zadach optymizatsii liniinoi tsilovoi funktsii na rozmishchenniakh z imovirnisnoiu nevyznachenistiu [Method of branches and boundaries of solving problems of optimization of linear objective function on placements with probability uncertainty]. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu: Zbirnyk naukovykh statei. Fizyko-matematychni nauky – Bulletin of Zaporizhia National University: Collection of scientific articles. Physical and mathematical scienceses.* № 2. P. 43-54. [in Ukrainian]

6. Barbolina T. M. (2019). Vlastyvosti evklidovykh zadach leksykohrafichnoi kombinatornoi optymizatsii na rozmishchenniakh [Properties of Euclidean problems of lexicographic combinatorial optimization on placements]. *Matematychne ta kompiuterne modeliuvannia. Seriia: Fizyko-matematychni nauky – Mathematical and computer modeling. Series: Physical and mathematical sciences*. Vypusk 19. S. 5-11. [in Ukrainian]

7. Yemets E. M., Oleksiychuk Yu. F. (2012). NP-trudnost kombynatornoi zadachy nakhozhdenyia maksymalnoho potoka [NP-hardness of the combinatorial problem of finding the maximum flow]. *Tavrycheskyi vestnyk ynformatyky y matematyky – Tauride Bulletin of Informatics and Mathematics.* № 2. P. 36–44. [in Russian]

8. Yemets O.A., Yemets E.M., Oleksiychuk Yu. F. (2011). Znakhodzhennia maksymalnoho potoku v merezhi z dodatkovymy kombinatornymy obmezhenniamy [Finding the maximum flow in a network with additional combinatorial constraints]. *Tavrycheskyi vestnyk ynformatyky y matematyky – Tauride Bulletin of Informatics and Mathematics.* № 1. P. 43–50. [in Ukrainian]

9. Yemets O.O., Yemets E.M., Oleksiychuk Yu. F. (2012). Kombinatorna zadacha znakhodzhennia maksymalnoho potoku ta metod hilok ta mezh dlia yii rozviazuvannia [Combinatorial problem of finding the maximum flow and the method of branches and boundaries for its solution]. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu: Zbirnyk naukovykh statei. Fizyko-matematychni nauky – Bulletin of Zaporizhia National University: Collection of scientific articles. Physical and mathematical scienceses.* № 1. P. 91–98. [in Ukrainian]

10. Yemets O.O., Yemets E.M., Oleksiychuk Yu. F. (2013). Polinomialnyi metod nablyzhenoho rozviazannia kombinatornoi zadachi znakhodzhennia maksymalnoho potoku v merezhi [Polynomial method of approximate solution of the combinatorial problem of finding the maximum flow in the network]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy – Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine.* № 4. P. 33–37. [in Ukrainian]

11. Bertsimas D., Tsitsiklis J. (1993). Simulated Annealing. Statistical Science, Statist. Sci. 8(1). P. 10-15. [in English]

12. Yan C., Ma J., Luo H. and Patel A. (2019). Hybrid binary coral reefs optimization algorithm with simulated annealing for feature selection in high-dimensional biomedical datasets. Chemometric Intell. Lab. Syst., vol. 184. P. 102-111. [in English]

13. Abdel-Basset M., Ding W., El-Shahat D. (2020). A hybrid Harris Hawks optimization algorithm with simulated annealing for feature selection. Artif. Intell. Rev. P. 1-45. [in English]

14. Ford L., Fulkerson D. (1966). Potoky v setiakh [Flows in networks]. M.: Mir.277 p. [in Russian]

15. Hu T. Ch., Shing M. T. (2004). Kombynatornie alhorytmu [Combinatorial algorithms]. Nizhny Novgorod: Publishing House of the Nizhny Novgorod State University. N. I. Lobachevsky. 330 p. [in Russian]

16. Edmonds J., Karp R. M. (1972). Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems. J. ACM. Vol. 19, № 2. P. 248-264.

Стаття надійшла 13.09.2022