УДК 004.89 DOI https://doi.org/10.32782/1995-0519.2023.4.11

НЕЧІТКІ ТА НЕЙРОМЕРЕЖЕВІ ТЕХНОЛОГІЇ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ КЛАСІВ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Лариса Коротка
кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних систем
Український державний хіміко-технологічний університет, просп. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна, 49005, LarysaKorotka@gmail.com
ORCID: 0000-0003-0780-7571

Запропоновано два підходи до раціонального вибору параметрів інтегрування систем диференціальних рівнянь, які описують процес накопичення геометричних ушкоджень конструкцій, що функціонують в агресивних зовнішніх середовищах. Як параметр агресивного середовища розглядається швидкість корозії, яка не може бути сталою величиною у процесі експлуатації конструкції.

Пропонується описувати цей параметр як нечітку множину, що є більш наближеним варіантом опису до реальних умов, але таке представлення параметра агресивного середовища призводить до збільшення обчислювальних витрат.

За першого запропонованого в роботі підході швидкість корозії представляється у вигляді кортежу. За допомогою нейронних мереж прямого розповсюдження для кожного значення кортежу швидкості корозії визначається свій раціональний параметр чисельного інтегрування. У цьому разі отримуються кортежі параметрів чисельного інтегрування та похибок чисельного розв'язку. Під час виконання операцій дефаззифікації можна отримати чітке значення похибки зі степенем упевненості експерта.

Другий підхід, який запропоновано у роботі, із застосування адаптивних нейронних мереж дає змогу працювати з нечіткими величинами та розглядати їх як лінгвістичні змінні, кожна з яких має по два терми. Адаптивна нейро-нечітка система логічного виведення дає змогу отримувати раціональні параметри інтегрування під час розв'язання системи диференціальних рівнянь, яка описує процес накопичення геометричних ушкоджень кородуючої конструкції, та враховувати нечіткий характер параметра агресивного середовища і керувати похибкою отримуваних чисельних результатів. Навчена адаптивна нейро-нечітка мережа спроможна узагальнювати вхідні дані та пропонувати раціональні параметри чисельних процедур. Останній підхід є менш затратним з погляду обчислювальних витрат.

Ключові слова: нейро-нечіткі технології, система нечіткого виведення, адаптивні мережі, прогнозування довговічності, кородуючі конструкції, параметри інтегрування.

Актуальність роботи. Моделювання динамічних систем неможливе без використання математичного апарата диференціального числення. Математичні моделі, які описуються диференціальними рівняннями чи системами диференціальних рівнянь (СДР), зустрічаються практично в усіх предметних сферах. Важко переоцінити якісний аналіз та стійкість динамічних систем під час розв'язання задач такого класу.

Під час вирішення практичних завдань отримання аналітичного розв'язку СДР є складним завданням та у деяких випадках неможливим. Очевидно, що за отримання чисельного розв'язку системи вибір чисельного методу є актуальним, але він залежить від розв'язуваної задачі. Особливу увагу слід приділяти проблемам збіжності та точності отримуваного результату.

Як динамічні системи в роботі розглядаються складні механічні конструкції, які функціонують в агресивних зовнішніх середовищах. Параметри таких середовищ важко піддаються формальному опису, постійно змінюються у процесі роботи конструкції та залежать від багатьох чинників. Вплив такого зовнішнього середовища на функціонування конструкції призводить до корозії її елементів та, як наслідок, до змінення міцністних і геометричних характеристик системи. Наслідки можуть бути різними, у тому числі передчасне або аварійне завершення роботи конструкції. Очевидно, що проблемам підвищення ефективності чисельних методів розв'язання такого класу завдань присвячено достатньо велику кількість наукових робіт [1–5].

Мета статті. Для отримання раціональних параметрів чисельних процедур під час розв'язання систем диференціальних рівнянь, які описують процес накопичення геометричних ушкоджень кородуючих конструкцій, запропонувати підходи, які надають можливість враховувати нечіткий характер швидкості корозії; формалізувати неточну інформацію про параметри агресивного середовища та отримувати чисельні результати із заданою похибкою.

Матеріали і результати досліджень. Інтерес до чисельних методів викликаний тим, що проблема прогнозування довговічності кородуючих конструкцій (КК) є прямою задачею, яка використовується в оберненому завданні: оптимального проєктування КК [6; 7]. Під час вирішення останньої питання підвищення ефективності чисельних методів виходить на перший план, оскільки прямо пов'язане зі збільшенням обчислювальних витрат. Ба більше, необхідно контролювати, а краще керувати точністю одержуваного розв'язку [1–4]. Якщо не враховувати останнє, то можуть бути ситуації, коли розв'язок буде отримано з надмірною або з недостатньою точністю.

Стратегія однозначної зумовленості перебігу процесів у системі, отже, і незмінності параметрів чисельних процедур, призводить до того, що розглядаються системи, які описують процес функціонування КК, але дуже наближено до реальних умов [8]. Альтернативою детермінованим підходам, у яких уважається незмінність параметру агресивного середовища, є ймовірнісні підходи, які вимагають виконання нетривіальних запитів щодо законів розподілів аналізованих випадкових величин та їхніх параметрів [9].

Використання технологій обчислювального інтелекту, до яких належать нейронні мережі, генетичні алгоритми та нечіткі множини, стало альтернативою раніше запропонованим традиційним підходам [10–12].

У роботах [2; 3; 13] пропонується використовувати виключно нейронні мережі або генетичні алгоритми спільно з нейронними мережами, що дало змогу контролювати точність одержуваного чисельного розв'язку. Однак за такого підходу не враховувалися параметри зміни агресивного середовища, які апріорі не можуть бути сталими величинами. Для урахування неповної інформації про параметри агресивного середовища можна використовувати математичний апарат інтервального аналізу або теорії нечітких множин. Робота з нечіткими чи розмитими даними призводить до збільшення обчислювальних витрат, і тоді постає необхідність підвищення ефективності обчислювальних алгоритмів. У роботах [4; 7; 15] використання α-рівнів та нейронних мереж дало змогу врахувати параметри АС, що змінюються, і скоротити обчислювальні витрати, викликані формалізацією нечіткої інформації. Із метою підвищення ефективності обчислювальних алгоритмів під час вирішення зазначеного класу завдань пропонується використовувати чітку кластеризацію [16] і тільки після цього використовувати спільно α-рівні та нейронні мережі. Застосування стратегії синтезу α-рівнів та нейронних мереж дає змогу врахувати нечіткі параметри агресивного зовнішнього середовища та уникнути зайвих обчислювальних витрат, проте питання управління точністю одержуваного чисельного результату залишається невирішеним.

Альтернативним останньому є підхід застосування нечіткої кластеризації [17], на основі котрої будується нечітка база знань, правила якої ґрунтуються на нечітких кластерах. При цьому до бази знань пред'являються вимоги як лінгвістичної, так і чисельної повноти [18; 19]. Вибір методу дефаззифікації залишається за проєктувальником нечіткої бази знань, побудова якої є достатньо кропітким та окремим процесом [17; 18].

У зв'язку з тим, що площі та моменти інерції перерізів елементів конструкції є функціями глибин корозійного ураження та, своєю чергою, змінюються в часі, то визначення цих параметрів передбачає вирішення задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \psi\left\{\sigma_i(\bar{\delta})\right\}, \quad i=\overline{1,N}, \qquad (1)$$

де δ – глибина корозійного ураження; v_0 – швидкість корозії; σ – напруження; t – час; $\psi\left\{\sigma_i\left(\bar{\delta}\right)\right\}$ – деяка функція ($\psi\{0\}=1$); $\sigma_i(t)$ – поточне напруження у *i*-му елементі; N – кількість параметрів, що визначають геометричні розміри конструкції.

Конструкція зберігає несучу здатність до тих пір, поки виконується система обмежень:

$$[\sigma]-\sigma_i(t, \bar{c}) \geq 0; \quad i=\overline{1,N},$$

$$\sigma_j^*(t)-\sigma_j(t, \bar{c}) \geq 0; j \in J.$$

Тут [σ] – допустиме напруження; σ_j^* – критичне напруження втрати стійкості; $\bar{c}$ – вектор параметрів агресивного середовища; J – множина елементів, які працюють на стискання; N – кількість елементів у системі. У роботі розглянуто шарнірно-стрижневі не статичні кородуючі конструкції.

Перша система нерівностей визначає умову міцності конструкційних елементів, друга – умову стійкості. Момент часу, коли порушується будь-яка умова, є моментом вичерпання її несучої здатності. Прогнозоване значення довговічності конструкції, яка функціонує в агресивному середовищі, визначають як:

$$t^*=\sum_{s=1}^{n} h_t^{\,s}+\Theta\cdot h_t^{\,n};\ \Theta\in[0,1].$$

Тут t* – прогнозоване значення довговічності; $h_t^{\,s}$ – довжина *s*-го кроку інтегрування системи (1); Θ – уточнена довжина кроку за виходу на границю допустимої області, яка знаходиться, наприклад, за допомогою методу парабол по значеннях функцій на (n-1)-му, n-му и (n+1)-му кроках.

Праві частини СДР (1), яка описує процес накоплення геометричних ушкоджень конструкції, є самостійним обчислювальним алгоритмом. Тому вибір параметрів чисельних процедур набуває окремого та самостійного значення: від цього залежать точність отримуваного результату та кількість ітерацій під час розв'язання прямої і оберненої задач.

Математичну постановку задачі контроля точності отримуваного чисельного розв'язку СДР (1) сформулюємо:

$$\begin{cases} h_t(\varepsilon,\overline{c})\to\max \\ \varepsilon\left(\overline{c},h_t\right)\le[\varepsilon] \end{cases}. \qquad (2)$$

Тут ht – параметр чисельних процедур (крок інтегрування); $\overline{c}=\{\sigma_0,v_0,A_0,P_0\}$ – вектор факторів, що впливають на величину кроку інтегрування, який включає параметри агресивного середовища; σ_0– початкові напруження; A_0, P_0 – відповідно площа та периметр перерізу елемента КК; ε, [ε] – відповідно отримане та максимально допустиме значення похибки чисельного розв'язку.

Для чисельного розв'язку СДР (1), праві частини якої є обчислювальним алгоритмом, використовуються чисельні методи типу Рунге – Кутти. Проте, як уже зазначалося, від вибору кроку інтегрування h_t залежить похибка одержуваного чисельного розв'язку.

Зауважимо, що завдання прогнозування довговічності КК вирішувалося неодноразово, існують багатовимірні масиви даних, які можна використовувати для апроксимації функції багатьох змінних, у даному разі кроку інтегрування СДР (1). Очевидно, що за раціонального вибору параметра чисельних процедур h_t можна скоротити обчислювальні витрати, у тому числі і під час вирішення задачі оптимізації.

Застосування математичного апарату теорії нечітких множин, нейромережевих технологій та їх синтезу дає змогу вирішити проблему отримання розв'язку з відповідною точністю [2; 3; 13].

Розглянемо як ілюстративний приклад задачу прогнозування довговічності п'ятистрижневої статично невизначеної ферми, усі стрижні якої мають кільцевий переріз із зовнішнім R=3,0 см та внутрішнім r=2,2 см радіусами. Параметри конструкції: L=150 см; [σ]=240,0 МПа; Q=10,0 кН; E=2,1x10^5 МПа. Швидкість корозії визначена інтервалом $v_0\in[0{,}07;0{,}13]$ см/рік із заданою функцією належності, наприклад «колоколоподібна», коефіцієнт впливу напружень k=0,003 МПа$^{-1}$. Під час використання тільки математичного апарату теорії нечітких множин необхідно задати кількість елементів кортежу швидкості корозії (для визначеності обрано одинадцять елементів, тобто кількість α-рівнів дорівнює шести).

Нечіткий підхід не вирішує проблему раціонального вибору кроку інтегрування у постановці (2), наприклад за заданого кроку інтегрування h_t = 0,125 отримуємо кортеж швидкості корозії, похибок та прогнозованої довговічності відповідно:

$$\tilde{v}_0=\frac{0{,}0}{0{,}070}+\frac{0{,}2}{0{,}079}+\frac{0{,}4}{0{,}083}+\frac{0{,}6}{0{,}087}+\frac{0{,}8}{0{,}091}+\frac{1{,}0}{0{,}100}+\frac{0{,}8}{0{,}109}++\frac{0{,}6}{0{,}113}+\frac{0{,}4}{0{,}117}+\frac{0{,}2}{0{,}121}+\frac{0{,}0}{0{,}130},$$

$$\tilde{\varepsilon}=\frac{0{,}0}{0{,}0353}+\frac{0{,}2}{0{,}0408}+\frac{0{,}4}{0{,}0405}+\frac{0{,}6}{0{,}0441}+\frac{0{,}8}{0{,}0436}++\frac{1{,}0}{0{,}0470}+\frac{0{,}8}{0{,}0513}+\frac{0{,}6}{0{,}0517}+\frac{0{,}4}{0{,}0550}+\frac{0{,}2}{0{,}0569}+\frac{0{,}0}{0{,}0578},$$

$$\tilde{t}=\frac{0{,}0}{3{,}515}+\frac{0{,}2}{3{,}131}+\frac{0{,}4}{2{,}979}+\frac{0{,}6}{2{,}852}+\frac{0{,}8}{2{,}725}+\frac{1{,}0}{2{,}488}+\frac{0{,}8}{2{,}292}+\frac{0{,}6}{2{,}212}+\frac{0{,}4}{2{,}143}+\frac{0{,}2}{2{,}075}+\frac{0{,}0}{1{,}934}.$$

У кортежі прогнозованої довговічності $\tilde{t}$ значення, яке відповідає α-рівню один, дорівнює 2,488 року. Очевидно, що ним скористатися не можна, і не тільки тому, що втрачається сенс використання теорії нечітких множин. Необхідно виконати перехід від розмитої до чіткої інформації – операція дефаззифікації нечіткої множини, яку можна виконати, наприклад, центроїдним методом. Після цього отримана нечітка множина $\tilde{t}$, перетворюється на певне чітке прогнозоване значення довговічності t_{def}=2,526 року. Степінь належності його до нечіткої множини становить $\mu(t_{def})=\mu(2{,}526)=0{,}968$. У цьому разі можна стверджувати, що чисельний розв'язок для кроку інтегрування $h_t=0{,}125$ року отримано з відносною похибкою, яка не перевищує 5,78%. Очевидно, що за інших вхідних даних увесь обчислювальний процес необхідно проводити знову.

У роботі [15] пропонується для отримання раціонального кроку інтегрування використовувати нейронні мережі для кожного значення кортежу швидкості корозії.

Очевидно, що стратегія незмінного кроку інтегрування системи диференціальних рівнянь (1) дає змогу отримати розв'язок задачі прогнозування довговічності, але для різних значень швидкості корозії отримуються розв'язки з різною та неконтрольованою похибкою ε.

Розглянемо другий приклад, який містить такі вхідні дані: швидкість корозії $v_0 \in [0{,}06;0{,}14]$ см/рік; величина осьового зусилля Q=20 кН; зовнішній $R \in [1{,}5;5]$ см та внутрішній $r=[0{,}5\cdot R;\,0{,}9\cdot R]$ см радіуси; початкове напруження $\sigma_0 \in [200;1200]$ МПа у елементі; граничне значення напружень $[\sigma]=240$ МПа; крок інтегрування $h_t \in [0{,}05;\,2]$ року.

Якщо використати математичний апарат теорії нейронних мереж разом із теорією нечітких множин, то можна для кожного значення кортежу швидкості корозії отримати раціональні кроки інтегрування:

$$\tilde{v}_0=\frac{0{,}0}{0{,}060}+\frac{0{,}2}{0{,}072}+\frac{0{,}4}{0{,}0774}+\frac{0{,}6}{0{,}083}+\frac{0{,}8}{0{,}088}+\frac{1{,}0}{0{,}100}+\frac{0{,}8}{0{,}112}++\frac{0{,}6}{0{,}117}+\frac{0{,}4}{0{,}123}+\frac{0{,}2}{0{,}128}+\frac{0{,}0}{0{,}140},$$

$$\tilde{\varepsilon}=\frac{0{,}0}{0{,}0148}+\frac{0{,}2}{0{,}0156}+\frac{0{,}4}{0{,}0152}+\frac{0{,}6}{0{,}0154}+\frac{0{,}8}{0{,}0154}++\frac{1{,}0}{0{,}0161}+\frac{0{,}8}{0{,}0152}+\frac{0{,}6}{0{,}0157}+\frac{0{,}4}{0{,}0153}+\frac{0{,}2}{0{,}0149}+\frac{0{,}0}{0{,}0142},$$

$$\tilde{h}_t=\frac{0{,}0}{1{,}217}+\frac{0{,}2}{1{,}084}+\frac{0{,}4}{1{,}021}+\frac{0{,}6}{0{,}965}+\frac{0{,}8}{0{,}905}+\frac{1{,}0}{0{,}790}+\frac{0{,}8}{0{,}688}+\frac{0{,}6}{0{,}645}+\frac{0{,}4}{0{,}609}+\frac{0{,}2}{0{,}572}+\frac{0{,}0}{0{,}505},$$

$$\tilde{t}=\frac{0{,}0}{3{,}98}+\frac{0{,}2}{3{,}33}+\frac{0{,}4}{3{,}08}+\frac{0{,}6}{2{,}89}+\frac{0{,}8}{2{,}71}+\frac{1{,}0}{2{,}39}+\frac{0{,}8}{2{,}14}+\frac{0{,}6}{2{,}03}+\frac{0{,}4}{1{,}95}+\frac{0{,}2}{1{,}86}+\frac{0{,}0}{1{,}71}.$$

Під час використання дефаззифікованого методу можна отримати відповідні дефаззифіковані значення для швидкості корозії, похибки чисельного розв'язку, кроку інтегрування та прогнозованого значення довговічності з відповідними функціями активації: $v_{0деф}=0{,}1$ см/рік; $\varepsilon_{деф}=0{,}01563$; $h_{tдеф}=0{,}80268$ року; $t_{деф}=$ 2,45 року. Зауважимо, що отримані значення відрізняються від значень у кортежах при α-рівні, який дорівнює одиниці.

Очевидно, що використання α-рівнів дає змогу більш наближено до реальних описувати процеси, які відбуваються у механічній системі, але призводить до значного збільшення обчислювальних витрат. Окрім того, необхідно мати пакет навчених нейронних мереж на відповідні значення кортежів вхідних змінних.

Постановка задачі (2) для розв'язання СДР (1) має за мету отримання раціонального кроку інтегрування з наперед заданою (контрольованою) похибкою чисельного розв'язання системи (1). Як і в попередньому прикладі чисельних експериментів, маємо функцію кроку інтегрування від п'ятьох незалежних змінних $h_t=\varphi(v_0,A_0,P_0,\sigma_0,\varepsilon)$ та шестивимірний простір R^6.

Для апроксимації функції h_t як альтернативний варіант та задля зменшення обчислювальних витрат пропонується використання модуля нечіткого регулятора з гібридними нейронними мережами, а саме: пропонується застосувати систему нечіткого виведення на основі адаптивної мережі (adaptive neuro-fuzzy inference system – ANFIS).

У цілому загальний алгоритм розв'язання задачі прогнозування довговічності з використанням нейро-нечітких мереж для визначення раціонального кроку інтегрування СДР (1) описано у [20].

Для навчання такої мережі використано ту ж саму навчальну вибірку, що і в попередньому чисельному експерименті. Вона застосовується для настроювання параметрів функцій належності (ФН) вхідних змінних $v_0,A_0,P_0,\sigma_0,\varepsilon$ для нейро-нечіткої мережі.

Розглядаються усі змінні навчальної вибірки як нечіткі множини. Для їх формалізації використовується мінімальний набір термів, а саме два: низьке та високе значення (умовно). Мінімальна кількість правил становить тридцять два, а мінімальна кількість параметрів для всіх змінних та відповідних їм ФН повинна бути не менше тридцяти восьми.

Умова чисельної повноти отриманої бази правил підтверджується чисельними експериментами, наведеними в роботі [20].

Як функцію належності використано «колоколоподібну» функцію, загальний вид якої:

$$\mu(x,a,b,c)=\frac{1}{\left|1+\frac{(x-c)}{a}\right|^{2b}},$$

де параметр b є додатним, c – визначає центр кривої, a – контролює ширину форми цієї функції. Для опису термів усіх змінних використовується або ліва, або права хвиля цієї функції.

Типове правило моделі Сугено застосовано як нечітка модель [18; 20]. У загальному вигляді його можна представити:

Правило: R^k:

ЯКЩО: $\left\langle A_0=T_j^k \wedge P_0=T_j^k \wedge \sigma_0=T_j^k \wedge v_0=T_j^k \wedge \varepsilon=T_j^k \right\rangle$,

ТОДІ: $h_t^{\,k}=b_{k_0}+b_{k_1}\cdot A_0+b_{k_2}\cdot P_0+b_{k_3}\cdot\sigma_0+b_{k_4}\cdot v_0+$

$+b_{k_5}\cdot\varepsilon+b_{k_3}\cdot\sigma_0+b_{k_4}\cdot v_0+b_{k_5}\cdot\varepsilon$,

де k – номер правила $(k=\overline{1,32})$; j – індекс встановленого терму $(j=\overline{1,2})$; h_t^k – відповідне значення кроку інтегрування для *k-го* правила; b_{k_l}. – шукані параметри ($l=\overline{1,5}$).

Детальний опис етапів навчання нейро-нечіткої системи наведено у [20]. Зауважимо лише, що використано такі оператори: добуток нечітких вхідних значень, заданого як «Prod»; максимум нечітких вхідних значень, указаного як «Max»; визначення чіткого (дефаззифікованого) вихідного значення нечіткої системи (у роботі крок інтегрування h_t) було вибрано середньозважений метод, який використовує α-рівні, що отримано під час роботи з мережею:

$$h_{t_{def}}=\frac{\sum_{k=1}^{32}\alpha_k\cdot h_t^k}{\sum_{k=1}^{32}\alpha_k}.$$

Після навчання нейро-нечіткої системи було отримано шукані параметри функцій належності для всіх змінних.

Без обмеження суджень розглянемо вхідну змінну: початкові напруження σ_0. Оптимальні параметри функції належності цієї лінгвістичної змінної та її двох термів («низьке» та «високе» значення):

$$\mu_{"низьке"}(\sigma_0)=\frac{1}{\left|1+\frac{(\sigma_0-362,3)}{318,6}\right|^{2*2,0}},$$

$$\mu_{"високе"}(\sigma_0)=\frac{1}{\left|1+\frac{(\sigma_0-998,1)}{319,2}\right|^{2*2,0}}.$$

Наведемо результати чисельних експериментів для різних значень вхідних даних (початкове напруження σ_0; геометричні характеристики елементів КК: площа A_0 та периметр P_0; швидкість корозії v_0 і відносна похибка розв’язку ε) та заданої похибки [ε]=0,05. Розглядається одна й та сама навчальна вибірка, яка використовувалася вище для навчання нейронних мереж.

Отримано розрахункову похибку ε = 0,04927; крок інтегрування h_t = 1,25387 роки системи диференціальних рівнянь (1) із навчальної зарезервованої тестової вибірки; дефаззифіковане значення кроку інтегрування, яке отримане з використанням нейро-нечіткої системи, $h_{tdef}=$ 1,25384 роки (яке і є, по суті, раціональним кроком інтегрування з керованою похибкою); значення ФН щодо відповідного терму лінгвістичної змінної початкові напруження: $\mu_{"низьке"}(\sigma_0)=0{,}0864$, $\mu_{"високе"}(\sigma_0)=0{,}9987$.

У першому прикладі використано крок інтегрування h_t = 1,25 роки, який був сталою величиною, але у цьому разі похибка чисельного результату може бути неконтрольованою та непередбачуваною. Використання нейро-нечітких підходів дає змогу отримати раціональний крок інтегрування СДР та керувати похибкою отримуваного чисельного результату.

Висновки. У роботі розглянуто два підходи, які використовують нечіткий та нейромережевий підходи. У першому застосовано математичний апарат теорії нечітких множин та нейронних мереж. За такого підходу необхідно проводити обчислення для кожного значення кортежу нечіткої змінної швидкості корозії, а раціональний крок інтегрування видає нейронна мережа, яка навчена алгоритмом зворотного поширення похибки. Стратегія такого підходу дає змогу отримати раціональний крок інтегрування, але не дає змоги спрогнозувати похибку чисельного розв’язку задачі. За такого підходу необхідно мати декілька навчених нейронних мереж на відповідні похибки розв’язків.

Другий запропонований підхід дає змогу отримувати параметри чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь, що описують процес накопичення геометричних ушкоджень кородуючої системи, з наперед заданою точністю [ε]. Нечітке виведення, яке базується на основі адаптивних нейронних мереж, дає змогу одержувати не тільки раціональні параметри інтегрування системи диференціальних рівнянь, а й керувати похибкою отримуваних чисельних результатів та діставати значення функцій належності.

Керована та прогнозована похибка чисельних результатів є особливо актуальною під час розв'язання задач оптимального проєктування, у які задачі прогнозування довговічності кородуючих конструкцій входять як обмеження.

ЛІТЕРАТУРА

1. Зеленцов Д.Г., Новікова Л.В. Підвищення ефективності чисельних методів при дослідженні кородуючих конструкцій. *Науковий вісник НГУ.* 2015. № 3. С. 125–130.

2. Зеленцов Д.Г., Денисюк О.Р. Алгоритм розв'язання систем диференціальних рівнянь, які моделюють корозійний процес у шарнірно-стрижневих конструкціях. *Вісник Національного технічного університету ХПІ. Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях».* 2016. Вип. 16. С. 36–42.

3. Денисюк О.Р. Визначення раціональних параметрів чисельного розв'язку систем диференціальних рівнянь. *Вісник Херсонського національного технічного університету.* 2016. № 3(58). С. 208–212.

4. Зеленцов Д.Г., Науменко Н.Ю., Новікова Л.В. Алгоритм керування точністю чисельного розв'язку деяких класів систем диференціальних рівнянь. *Системні технології*. 2012. Т. 5. Вип. 82. С. 71–79.

5. Zelentsov D.G., Korotka L.I., Denysiuk O.R. The Method of Correction Functions in Problems of Optimization of Corroding Structures. *Advances in Computer Science for Engineering and Education III (ICCSEEA 2020)*. 2020. P. 132–142. DOI: 10.1007/978-3-030-55506-1_12.

6. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Оптимальне проєктування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). *Металеві конструкції.* 2009. № 1. Т. 15. С. 13–21.

7. Korotka L.I., Zelentsov D.G. Method of solving optimal design problems based on flexible tolerance strategy. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation.* 2020. Vol. 10. № 3. P. 255–269. DOI: 10.1504/IJMMNO.2020.108613.

8. Angelov P.P. Optimization in an intuitionistic fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*. 1997. № 86. P. 299–306.

9. Du X., Chen W. Sequential Optimization and Reliability Assessment method for efficient probabilistic design. *Journal of Mechanical Desgn*. 2004. № 126(2). P. 225–233. DOI: 10.1115/1.1649968.

10. Nasseri S.H., Alizadeh Z. Optimized solution of a two-bar truss nonlinear problem using fuzzy Geometric programming. *Journal of Nonlinear Analysis and Application*. 2014. № 1. P. 1–9. DOI: 10.5899/2014/jnaa-0023.

11. Assimi H, Jamali A., Nader Nariman-Zadeh Sizing and topology optimization of truss structures using genetic programming. *Swarm and Evolutionary Computation.* 2017. № 37. P. 90–103. DOI: 10.1016/j.swevo.2017.05.009.

12. Oladipo B.A., Ajide O.O., Monye C.G. Corrosion Assessment of some Buried Metal Pipes using Neural Network Algorithm. *International Journal of Engineering and Manufacturing (IJEM).* 2017. Vol. 7. № 6. P. 27–42. DOI: 10.5815/ijem.2017.06.03.

13. Denysiuk O.R., Zelentsov D.G. Use of genetic algorithms in problems of corroding hinged-rod structures optimal design. *Problems of computational mechanics and strength of structures*. 2016. Issue 25. P. 40–50.

14. Гібридні нейро-фаззі моделі та мультиагентні технології у складних системах : монографія / В.О. Філатов та ін. Дніпропетровськ : Системні технології, 2008. 403 с.

15. Korotka L.I., Korotka Y.A. The use of elements of computational intelligence in problems of forecasting of corroding constructions durability. *Mathematical and computer modelling*, 2017. Series: Technical sciences Issue 16. C. 64–71.

16. Korotka L. The use of unclear conclusion in the tasks of forecasting of the durability of corrosive constructions. *International Journal of Computing Science and Mathematics.* 2021. Vol. 14. № 3. P. 263–273. DOI: 10.1504/IJCSM.2021.119901.

17. Korotka L.I. The use of fuzzy clustering in solving problem in predicting the durability of corrosive structures. *Mathematical modeling.* 2020. № 2(43). C. 44–54. DOI: 10.31319/2519-8106.2(43)2020.219266).

18. Andrzej Piegat Fuzzy Modeling and Control. Heidelberg ; New York : Physica-Verlag, 2001. 737 p.

19. Желдак Т.А, Коряшкіна Л.С., Ус С.А. Нечіткі множини в системах управління та прийняття рішень : навчальний посібник. Дніпро : НТУ «ДП», 2020. 387 с.

20. Коротка Л.І. Застосування нейро-нечітких мереж для визначення раціональних параметрів чисельного розв'язку систем диференціальних рівнянь. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2021. Вип. 5(130). С. 55–61. DOI: 10.30929/1995-0519.2021.5.55-61.

FUZZY AND NEURAL NETWORK TECHNOLOGIES FOR SOLVING CERTAIN CLASSES OF SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Larysa Korotka
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Information Systems
Ukrainian State University of Chemical Technology, 8 Gagarin ave., Dnipro, Ukraine, 49005, LarysaKorotka@gmail.com
ORCID: 0000-0003-0780-7571

Two approaches to rational choice of integration parameters of systems of differential equations describing the process of accumulation of geometric damages of structures operating in aggressive external environments are proposed. **Purpose**. The corrosion rate is considered a parameter of an aggressive environment, which cannot be a constant value during the operation of the structure. It is proposed to describe this parameter as a fuzzy set and it is closer to real conditions, but this representation leads to an increase in computational costs. **Methodology**. With the first approach one proposed in the paper, the corrosion rate is presented as a tuple. With the help of forward propagation neural networks, a rational parameter of numerical integration is determined for each value of the corrosion rate tuple. **Findings**. In this case, tuples of numerical integration parameters and numerical solution errors are obtained. When performing defuzzification operations, it is possible to get a clear error value with an expert degree of confidence. **Originality**. The second approach proposed in the paper, using adaptive neural networks, allows working with fuzzy values and considering them as linguistic variables, each of which has two terms. **Practical value**. An adaptive neuro-fuzzy logical derivation system will enable you to obtain rational integration parameters when solving a system of differential equations that describes the process of accumulating geometric damage to a mechanical structure, takes into account the fuzzy nature of the parameter of the aggressive environment, and controls the error of the obtained numerical results. **Conclusions**. A trained adaptive neuro-fuzzy network is able to generalize input data and offer rational parameters of numerical procedures. The latter approach is less expensive in terms of computational costs.

Key words: neuro-fuzzy technologies, fuzzy inference system, adaptive network, durability prediction, corroding structures, integration parameters.

REFERENCES

1. Zelencov, D.G., Novikova, L.V. (2015). Pidvyshchennia efektyvnosti chyselnykh metodiv pry doslidzhenni koroduiuchykh konstruktsii [Improving the Efficiency of Numerical Methods in the Study of Corroding Structures]. *Naukovyi visnyk NHU*, *№ 3,* 125–130.

2. Zelencov, D.G., Denisjuk, O.R. (2016). Alhorytm rozv'iazannia system dyferentsialnykh rivnian, yaki modeliuiut koroziinyi protses u sharnirno-stryzhnevykh konstruktsiiakh. [Algorithm for Solving Systems of Differential Equations Modeling the Corrosion Process in Hinged-Rod Structures]. *Visnik Nacional'nogo tehnichnogo universitetu HPI. Serija: Matematichne modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah*, *Vipusk 16*, 36–42.

3. Denisjuk, O.R. (2016). Vyznachennia ratsionalnykh parametriv chyselnoho rozv'iazku system dyferentsialnykh rivnian. [Determination of rational parameters for the numerical solution of systems of differential equations]. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu, № 3 (58),* 208–212.

4. Zelencov, D.G., Naumenko, N.Ju., Novikova, L.V. (2012). Alhorytm keruvannia tochnistiu chyselnoho rozv'iazku deiakykh klasiv system dyferentsialnykh rivnian. [Accuracy Control Algorithm for Numerical Solution of Certain Classes of Systems of Differential Equations]. *Systemni tekhnolohii, T.5, Vypusk 82*, 71–79.

5. Zelentsov, D.G., Korotka, L.I., Denysiuk, O.R. (2020). The Method of Correction Functions in Problems of Optimization of Corroding Structures. *Advances in Computer Science for Engineering and Education III (ICCSEEA 2020),* 132–142. doi: 10.1007/978-3-030-55506-1_12.

6. Peleshko, I.D., Yurchenko, V.V. (2009). Optymalne proektuvannia metalevykh konstruktsii na suchasnomu etapi (ohliad prats) [Optimal design of metal structures at the modern stage (review of works)]. *Metalevi konstruktsii, № 1, Том 15*, 13-21.

7. Korotka, L.I., Zelentsov, D.G. (2020). Method of solving optimal design problems based on flexible tolerance strategy. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, Vol.10, No.3,* 255–269. doi:10.1504/IJMMNO.2020.108613.

8. Angelov, P.P. (1997). Optimization in an intuitionistic fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems, № 86,* 299–306.

9. Du, X., Chen, W. (2004). Sequential Optimization and Reliability Assessment method for efficient probabilistic design. *Journal of Mechanical* Desgn*, 126(2),* 225-233. doi:10.1115/1.1649968.

10. Nasseri, S.H., Alizadeh, Z. (2014). Optimized solution of a two-bar truss nonlinear problem using fuzzy Geometric programming. *Journal of Nonlinear Analysis and Application, № 1,* 1–9. doi: 10.5899/2014/jnaa-00230.

11. Assimi, H., Jamali, A. Nader Nariman-Zadeh (2017). Sizing and topology optimization of truss structures using genetic programming. *Swarm and Evolutionary Computation,* no. *37,* 90–103. doi:10.1016/j.swevo.2017.05.009.

12. Oladipo, B.A., Ajide, O.O., Monye, C.G. (2017). Corrosion Assessment of some Buried Metal Pipes using

Neural Network Algorithm. *International Journal of Engineering and Manufacturing (IJEM), vol. 7, no. 6,* 27–42. doi: 10.5815/ijem.2017.06.03.

13. Denysiuk, O.R., Zelentsov, D.G. (2016). Use of genetic algorithms in problems of corroding hinged-rod structures optimal design. *Problems of computational mechanics and strength of structures, Issue 25,* 40–50.

14. Filatov, V.A., Bodjanskij, E.V., & Kucherenko, V.E. (2008). *Hibrydni neiro-fazzi modeli ta multyahentni tekhnolohii u skladnykh systemakh: monografiia. [Hybrid neuro-fuzzy models and multi-agent technologies in complex systems: monograph].* Dnipropetrovsk: Systemni tekhnolohii. 403 p.

15. Korotka, L.I., Korotka, Y.A. (2017). The use of elements of computational intelligence in problems of forecasting of corroding constructions durability. *Mathematical and computer modelling*, *Series: Technical sciences, Issue 16,* 64–71.

16. Korotka, L. (2021). The use of unclear conclusion in the tasks of forecasting of the durability of corrosive constructions. *International Journal of Computing Science and Mathematics, Vol. 14, No. 3,* 263–273. doi:10.1504/IJCSM.2021.119901.

17. Korotka, L.I. (2020). The use of fuzzy clustering in solving problem in predicting the durability of corrosive structures. *Mathematical modeling, № 2(43),* 44–54. doi:10.31319/2519-8106.2(43)2020.219266).

18. Andrzej Piegat (2001). *Fuzzy Modeling and Control.* Heidelberg; New York: Physica-Verlag.

19. Zheldak, T.A, Koriashkina, L.S., Us, S.A. (2020). *Nechitki mnozhyny v systemakh upravlinnia ta pryiniattia rishen: navch. posib*. *[Fuzzy sets in management and decision-making systems: a tutorial]*. Dnipro: NTU «DP».

20 Korotka, L.I. (2021). Zastosuvannia neiro-nechitkykh merezh dlia vyznachennia ratsionalnykh parametriv chyselnoho rozviazku system dyferentsialnykh rivnian [Application of neuro-fuzzy networks for determination of rational parameters of numerical solution of systems of differential equations]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhaila Ostrohradskoho, Vypusk 5(130),* 55–61. doi: 10.30929/1995-0519.2021.5.55-61.

Стаття надійшла 18.08.2023